



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

56

See 1991 d. $\frac{59}{1704}$

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCC. IV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique,
pour la même Année.

Tirez des Registres de cette Academie.

Seconde Edition, revûë, corrigée & augmentée.

A PARIS,
Chez CHARLES-ESTIENNE HOCHEREAU,
Quay des Augustins, au Phenix.

M. DCC. XXII.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILEGE DU ROY.



TABLE

POUR

L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

S ur le Barometre rectifié.	Page 1
Diverses Observations de Physique generale.	8

ANATOMIE.

Sur l'Iris de l'œil.	12
Diverses Observations Anatomique.	18

CHIMIE.

Sur la recomposition du Souffre.	57
Observation Chimique.	40

BOTANIQUE.

Observations Botanique.	41
-------------------------	----

ARITHMETIQUE.

Sur une propriété generale de toutes les Puissances.	42
------------------------------------------------------	----

ij

TABLE.

GEOMETRIE.

<i>Sur la rectification des Courbes.</i>	44
<i>Sur les lieux qui se forment par le concours des Tangentes de la Cycloïde, & des Sections Coniques.</i>	46
<i>Sur les Spirales à l'infini.</i>	47

ASTRONOMIE.

<i>Sur deux Eclipses de Lune.</i>	58
<i>Sur le mouvement d'un Astre en ascension droite comparé à son mouvement en longitude.</i>	62
<i>Sur les Planetes en general, & sur Saturne en particulier.</i>	65
<i>Sur le Calendrier.</i>	72

HYDROGRAPHIE. 76.

DIOPTRIQUE.

<i>Des Foyers en general.</i>	76
-------------------------------	----

ACOUSTIQUE. 88

MECHANIQUE.

<i>Sur le centre d'Oscillation.</i>	89
<i>Sur la figure de l'Extrados d'une Voute circulaire, dont tous les Voussoirs sont en équilibre entr'eux.</i>	93
<i>Sur les Frottemens.</i>	96
<i>Sur un Niveau d'une nouvelle construction.</i>	99
<i>Sur les vitesses des corps mêlés suivant les Courbes.</i>	104
<i>Sur la plus grande perfection possible des Machines, dont un fluide est la force mouvante.</i>	116
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1704.</i>	124
<i>Eloge de M. le Marquis de l'Hôpital.</i>	125

TABLE



TABLE

POUR

LES MEMOIRES.

O bservation de la quantité d'eau de pluie qui est tombée à l'Observatoire, avec les hauteurs du Thermometre & du Barometre pendant l'année 1704. Par M. DE LA HIRE.	Page 1
Observation de l'Eclipse de Lune du 23 Decembre 1703 à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.	6
Observation sur une Hydriopisie de cerveau. Par M. DU VERNET le jeune.	ibid.
Observation d'une Tache qui a paru dans le Soleil au mois de Janvier 1704. à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.	9
Observation de deux Taches dans le Soleil. Par M. MARALDI.	10
Suite des Observations des Taches. Par M. MARALDI.	12
Extrait des Observations de l'Eclipse de Lune du 23 Decembre 1703, faites à Dunkerque par M. Chazelles, à Montpellier par Mrs de Plantade & Clapier, à Arles par M. Davizard, à Avignon par le R. P. Bonfa, & à Marseille par le R. P. de Laval Professeur d'Hydrographie. Par M. CASSINI le fils.	14.
Maniere generale de déterminer geometriquement le foyer d'une Lentille, formée par deux Courbes quelconques, de même ou de différente nature, telle que puisse être la raison de la refraction, & de quelque maniere que puissent tomber les rayons de lumiere sur une des faces de cette Lentille, c'est à dire, soit qu'ils y tombent divergens, paralleles, ou convergens. Par M. GUINÉE.	24
Retour des Taches observées dans le Soleil au commencement de Janvier. Par M. MARALDI.	40
Observations du retour d'une des Taches qui parut le 7. de Janvier vers le bord Occidental du Soleil. Par M. DE LA HIRE.	44
Nouvelles Remarques sur les Insectes des Orangers. Par M. DE LA HIRE.	45
Extrait d'une Lettre de M. Sarrafin Medecin du Roy en Canada, touchant l'Anatomie. Par M. PITTON TOURNEFORT.	48
Methode pour la rectification des Courbes. Par M. CARRE.	66

TABLE.

<i>Nouvelle formation de Spirales beaucoup plus différentes entr'elles que tout ce qu'on peut imaginer d'autres Courbes quelconques à l'infini ; avec les Touchantes, les Quadratures, les Déroulemens, & les longueurs de quelques-unes de ces Spirales qu'on donne seulement ici pour exemple de cette formation generale. Par M. VARIGNON.</i>	69
<i>Observations d'une nouvelle Tache dans le Soleil. Par M. MARALDI.</i>	131.
<i>Comparaison des observations de M. Manfredi avec les nôtres. Par M. MARALDI.</i>	132
<i>Détermination du tems auquel le mouvement du Soleil en longitude est égal à son mouvement en ascension droite. Par M. PARENT.</i>	134.
<i>Démonstration du Principe de M. Hugens, touchant le centre de Balancement, & de l'identité de ce centre avec celui de percussion. Par M. BERNOULLI Professeur à Bâle.</i>	136
<i>Reflexions sur des Memoires touchant la Correction Gregorienne, communiquées par M. Bianchini à M. Cassini.</i>	142
<i>Des Equations des mois Lunaires & années Solaires. Par M. CASSINI.</i>	146
<i>Observations sur un battement de veines semblable au battement des arteres. Par M. HOMBERG.</i>	159
<i>Que tous les Barometres tant doubles que simples qu'on a construits jusqu'icy, agissent non-seulement par le plus ou le moins de poids de l'air, mais encore par son plus ou moins de chaleur ; & le moyen de prévenir dorénavant ce défaut dans la construction des Barometres doubles, & d'en corriger l'erreur dans l'usage des Barometres simples. Par M. AMONTONS.</i>	164
<i>Nouvelle Statique avec frottemens & sans frottemens, ou Regles pour calculer les frottemens des Machines dans l'état d'équilibre. Premier Memoire, Qui contient tout ce qui se fait sur des Plans inclinez.</i>	173
<i>Second Memoire. Trouver la force avec laquelle il faut pousser un coin, pour separer un corps ou directement, ou sur un point fixe, ou sur deux. Par M. PARENT.</i>	186
<i>Observations de la dernière Eclipsé de Lune. Par M. CASSINI.</i>	197
<i>Extrait d'une Lettre de M. Manfredi, sur une Eclipsé de Venus par la Lune observée à Boulogne le 30 Juin 1704. & rapportée Par M. MARALDI.</i>	198
<i>Observations de l'Eclipsé de Lune faite à Boulogne le 17 Juin 1704, par Messieurs Manfredi & Stancari, & rapportée Par M. MARALDI.</i>	199
<i>Réponse de M. de Lagny aux Remarques de M. de Chazelles sur son Memoire Hydrographique.</i>	200
<i>Troisième Memoire. Des Poulies & de leurs Tourillons. Par M. PARENT.</i>	206

TABLE.

<i>Description d'un lieu Geometrique, où sont les sommets des angles égaux formés par deux Touchantes d'une Cycloïde. Par M. DE LA HIRE.</i>	209
<i>Construction generale des lieux où sont les sommets de tous les angles égaux droits, aigus ou obtus, qui sont formés par les Touchantes des Sections Coniques. Par M. DE LA HIRE.</i>	220
<i>Occlusion de Jupiter par la Lune observée en plein jour. Par Mrs CASSINI & MARALDI.</i>	233
<i>Histoire du Formica-leo. Par M. POUFART.</i>	235
<i>Observations de la conjonction de Jupiter avec la Lune, au matin du 24 Aoust 1704. à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.</i>	246
<i>Conjonction de Jupiter avec la Lune observée le 24 Aoust 1704. Par Mrs CASSINI & MARALDI.</i>	247
<i>Description & usage d'un Niveau d'une nouvelle construction. Par M. DE LA HIRE.</i>	251
<i>Des mouvemens de l'Iris, & par occasion de la partie principale de l'Organe de la vue. Par M. MERY.</i>	261
<i>Discours sur les Barometres. Par M. AMONTONS.</i>	275
<i>Maniere de recomposer le Souffre commun par la réunion de ses principes, & d'en composer de nouveau par le mélange de semblables substances, avec quelques conjectures sur la composition des métaux. Par M. GEOFFROY.</i>	278
<i>Maniere de discerner les vitesses des corps mus en lignes courbes : de trouver la nature ou l'équation de quelque Courbe que se soit engendrée par le concours de deux mouvemens connus ; & reciproquement de déterminer une infinité de vitesses propres deux à deux à engendrer ainsi telle Courbe qu'on voudra, & même de telle vitesse qu'on voudra suivant cette Courbe. Par M. VARIGNON.</i>	286
<i>Considerations sur la Theorie des Planetes. Par M. MARALDI.</i>	306
<i>Observation d'une petite Tache dans le Soleil en Novembre 1704. à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.</i>	322
<i>Sur la plus grande perfection possible des Machines. Par M. PARENT.</i>	323
<i>Extrait des Observations faites à la Martinique par le P. Feuillée en 1703 & 1704. Comparées aux Observations qui avoient été déjà faites en cette Isle par Mrs des Hayes & du Clos. Et à celles qui ont été faites en même tems à l'Observatoire Royal. Par M. CASSINI le fils.</i>	338
<i>Description de deux especes de Chamærhododendros observées sur les côtes de la Mer noire. Par M. TOURNEFORT.</i>	345
<i>Observations de l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 11 Decembre 1704 au matin à l'Observatoire. Par Mrs DE LA HIRE.</i>	352
<i>Observation de l'Eclipse de Lune du 10 Decembre 1704. Par Mrs</i>	

T A B L E.

CASSINI & MARALDI.	356
<i>Remarques sur les nombres Quarrés, Cubiques, Quarré-Quarrés, Quarré-Cubiques & des autres degrés à l'infini.</i> Par M. DE LA HIRE.	358
<i>Memoires sur les Combinaisons.</i> Par le R. P. SEBASTIEN TRUCHET.	363

AVERTISSEMENT.

ON a imprimé dans les Memoires de 1703 pag. 312 un Ecrit de M. Rolle intitulé Du nouveau Systême de l'Infini. Les Reflexions que diverses personnes ont faites sur cet Ecrit, sur les principes qui y sont avancés, & sur les conséquences qu'on en pourroit tirer, obligent à déclarer que quoiqu'il se trouve parmi les autres Ouvrages destinés à l'impression par l'Academie, son intention n'a jamais été d'adopter rien de ce qui s'y peut trouver.

HISTOIRE

HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCIV.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LE BAROMETRE RECTIFIE'.

O u s mesurons aujourd'hui ce qui n'a- v. les M.
voit jamais été mesuré, le chaud, le p. 164. &
froid, la pesanteur de l'air. Mais cet 271.
avantage de notre siècle sur tous ceux
qui l'ont précédé seroit imparfait, si les
Mesures nouvelles n'étoient portées à
toute la justesse & à toute la précision que demande le
caractere general de Mesure.

M. Amontons, après avoir rectifié le Thermometre,
ainsi qu'on a vu dans l'Histoire de 1702*, a passé au 627. &
1704. A & suiv.

Barometre. Le Barometre , uniquement destiné à mesurer la pesanteur de l'air , se ressent des differens degres de froid ou de chaud , & devenant Thermometre en partie , devient defectueux , & equivoque. S'il est simple , ou à une seule branche , le Mercure tout pesant qu'il est n'est pas exempt de rarefaction dans le chaud , ainsi que M. Homberg l'a remarqué le premier par l'usage de son Aréometre , il s'eleve donc par la chaleur seule , & trompe l'Observateur , parce que l'on conte qu'il ne s'eleve que par l'augmentation de la pesanteur de l'air. Si le Barometre est double ou à deux branches , la même source d'erreur s'y trouve , mais d'une maniere d'autant plus dangereuse que le Barometre double donne les mêmes degres plus grands que le simple , ce qui fait tout son avantage. De plus les degres y sont marqués par une liqueur que l'on met dans la boîte inferieure , & dans la seconde branche , & quoique cette liqueur qui est ordinairement ou de l'Eau Seconde , ou de l'Huile de Tartre teinte , ait été choisie exprès parce qu'elle se rarefie peu , elle se rarefie pourtant , & met une nouvelle confusion dans le Barometre.

M. Amontons a trouvé par experience que du plus grand froid au plus grand chaud de nôtre Climat , le Mercure augmente son volume , ou , ce qui est la même chose , diminue sa pesanteur specifique de $\frac{1}{117}$. On a experimenté d'ailleurs que les deux termes entre lesquels est renfermée la variation de hauteur du Mercure dans le Barometre simple sont 26 pouces 4 lignes , & 28 pouces 4 lignes. Et prenant donc ces 28 pouces 4 lignes pour la plus grande hauteur du Mercure , & supposant que la pesanteur de l'Atmosphere le tienne suspendu à cette hauteur pendant le plus grand froid de nôtre Climat , & que cette pesanteur ne varie point jusqu'au plus grand chaud , le Mercure haussera necessairement de la 117^{e} partie de 28 pouces 4 lignes , c'est-à-dire de 3 lignes environ , sans que la pesanteur de l'Atmosphere soit devenuë plus grande.

Ces 3 lignes sont très-considérables puisqu'elles font la 8^e partie des 2 pouces que peut parcourir toute la variation du Mercure, mais elles deviennent encore plus considérables dans certaines opérations, par exemple, lorsqu'on mesure la hauteur des Montagnes par le Barometre*, car une ligne de Mercure répond alors à plusieurs toises de la hauteur de la Montagne, & l'air peut être en même temps beaucoup plus chaud au pied qu'au sommet, différence qui sera d'autant plus grande que la Montagne sera plus élevée.

* V. l'Hist.
de 1703, p.
11.

Voici maintenant d'où viendra l'erreur du Barometre double. On sçait que la colonne de Mercure qui y fait équilibre tant avec le poids de l'Atmosphère, qu'avec le poids de la liqueur contenue dans une partie de la boîte inférieure & dans la seconde branche, n'a pour sa longueur ou hauteur que la distance des deux surfaces du Mercure renfermé dans les deux boîtes. Quand la surface du Mercure de la boîte inférieure baisse, & que celle du Mercure de la boîte supérieure hausse, la colonne de Mercure qui fait tout l'équilibre s'allonge, & cela arrive quand le poids de l'Atmosphère augmente. Alors la liqueur baisse dans son tuyau. C'est tout le contraire quand la surface du Mercure de la boîte supérieure baisse, & que celle du Mercure de la boîte inférieure hausse; la colonne qui fait l'équilibre s'accourcit, & la liqueur monte dans son tuyau. Si la surface du Mercure de la boîte supérieure hausse, & qu'il soit possible que celle du Mercure de la boîte inférieure hausse aussi, & également, la colonne ne s'allonge ni ne s'accourcit. Or si l'on suppose, comme on a fait pour le Barometre simple, que la colonne de Mercure du Barometre double, c'est-à-dire, la distance des deux surfaces de Mercure, ait la longueur de 28 pouces 4 lignes dans le plus grand froid, & qu'ensuite vienne le plus grand chaud de notre Climat, sans que la pesanteur de l'Atmosphère change, le Mercure des deux boîtes se rarefiera également, & par conséquent la sur-

face s'éleva également dans toutes les deux, & la colonne qui fait l'équilibre demeurera de la même longueur dont elle étoit. Mais cette colonne de Mercure qui par la rarefaction a augmenté son volume de $\frac{1}{11}$ a aussi diminué son poids d'autant; elle ne peut donc plus faire équilibre à la pesanteur de l'Atmosphère qui n'a point changé, & par conséquent l'air qui pèse immédiatement sur la liqueur la fait baisser, & donne au Barometre une fausse apparence d'une augmentation de pesanteur de l'Atmosphère. Si la liqueur est 14 fois plus légère que le Mercure, comme on le suppose ordinairement, l'air qui agit contre une colonne de Mercure affoiblie de la valeur de 3 lignes, ou, ce qui est la même chose, l'air devenu plus fort de cette même valeur, fera baisser la liqueur de 3 fois 14 lignes, ou de 3 pouces $\frac{1}{2}$, ce qui est une très-grande variation, à laquelle cependant le poids de l'Atmosphère n'a aucune part. La liqueur ne peut baisser, que la surface du Mercure de la boîte inférieure ne baisse aussi, & que celle du Mercure de la boîte supérieure ne hausse, ce qui allonge la colonne de Mercure, & la remet en équilibre avec l'Atmosphère.

Le calcul des 3 pouces $\frac{1}{2}$ dont la liqueur baisse, n'est juste qu'en ne considérant point sa rarefaction. Mais réellement elle se rarefie, & plus considérablement que le Mercure. Comme dans la supposition présente, la pesanteur de l'Atmosphère n'a point changé, mais seulement celle de la colonne de Mercure, la liqueur qui trouve du côté de l'air plus de résistance à l'extension que demande sa rarefaction, qu'elle n'en trouve du côté du Mercure, ne s'étend que de ce côté plus foible, & par conséquent elle ne prend cette nouvelle extension que dans la boîte inférieure, & non dans son tuyau. Or elle occupe par là une partie de l'espace qu'abandonne le Mercure qui sort de la boîte inférieure, & par conséquent baisse d'autant moins dans son tuyau, de sorte que si elle occupoit par sa rarefaction tout l'espace abandonné

par le Mercure, elle ne baisseroit nullement dans le tuyau, mais il est constant qu'elle ne se rarefie pas assez pour cela, & elle baisse dans le tuyau, sans que la pesanteur de l'Atmosphere soit augmentée.

Il est donc sûr que l'un & l'autre Barometre avoient besoin de correction, & comme tout le mal venoit de la variation du chaud & du froid, en vain eût-on travaillé à y chercher un remede, si l'on n'avoit eu un Thermometre exact & fixe, tel que celui de M. Amontons. Aussi un des premiers fruits de ce Thermometre est la rectification du Barometre.

Le Barometre simple est d'une telle simplicité dans sa construction, qu'il est impossible d'y rien changer, & tout ce qu'a pû faire M. Amontons, a été de dresser une Table qui marquât de combien la colonne de Mercure varioit pour tous les degrés de chaleur indépendamment de la pesanteur de l'Atmosphere.

Il suppose une colonne de Mercure de 28 pouces 9 lignes dans le plus grand froid de nôtre Climat. Il est vrai que réellement cette colonne ne passe point 28 pouces 4 lignes, mais parce que la rarefaction du Mercure dans le plus grand chaud est de $\frac{1}{17}$, & que 3 lignes sont précisément $\frac{1}{17}$ de 28 pouces 9 lignes, cette supposition est plus commode pour le calcul, & elle ne produit nulle erreur sensible. Le Thermometre de M. Amontons est dans le plus grand froid à 50 degrés, & dans le plus grand chaud à 58, & ces degrés étant des pouces, ce sont 8 pouces ou 96 lignes que le Thermometre parcourra, tandis que le Barometre simple parcourra 3 lignes par la seule action de la chaleur. 3 étant 32 fois dans 96, le Barometre haussera de $\frac{1}{32}$ de ligne, pour chaque ligne dont haussera le Thermometre; & par conséquent le Barometre étant supposé construit dans le grand froid, & sa colonne de Mercure longue alors de 28 pouces 9 lignes, il faut pour chaque ligne dont le Thermometre s'élèvera au-dessus du 50^e degré, retrancher de la hauteur du Barometre $\frac{1}{32}$ de ligne, &

l'on aura la véritable hauteur où se tient la pesanteur de l'Atmosphère, indépendamment de la variation de chaud & du froid.

Quant au Barometre double, M. Amontons change la construction en partie. Nous avons déjà suffisamment insinué, que du plus grand froid au plus grand chaud il ne variroit point, la pesanteur de l'Atmosphère demeurant la même, si la liqueur se rarefioit assés pour occuper dans la boîte inferieure tout l'espace que le Mercure a quitté. C'est cette reflexion qui a donné à M. Amontons tout le secret de la correction de ce Barometre. Il faut que la colonne de Mercure affoiblie par la chaleur, s'allonge de 3 lignes pour se remettre en équilibre avec l'Atmosphère. Elle ne peut s'allonger de cette quantité que la surface du Mercure de la boîte inferieure ne baisse d'une ligne $\frac{1}{2}$, ce qui fera hausser d'autant la surface du Mercure de la boîte superieure, & augmentera de 3 lignes leur distance. Il faut donc qu'il sorte de la boîte inferieure 1 ligne $\frac{1}{2}$ de Mercure, & afin que la liqueur ne baisse point dans son tuyau, il faut qu'elle se rarefie dans la boîte précisément de cette quantité.

Cela ne dépend plus que de la nature de la liqueur, & de la capacité de la boîte. M. Amontons prend de l'Esprit-de-vin, dont il a trouvé par experience que la rarefaction du grand froid au grand chaud, étoit de $\frac{1}{17}$. Par conséquent afin que l'Esprit-de-vin prenne la place de 1 ligne $\frac{1}{2}$ de Mercure, il faut que la quantité de l'Esprit-de-vin contienne 17 fois cette ligne & demie, c'est-à-dire 17 fois un cylindre de 1 ligne $\frac{1}{2}$ de hauteur, qui auroit pour diametre celui de la boîte. Cette quantité d'Esprit-de-vin étant déterminée, M. Amontons est obligé de changer la figure de la boîte qui contient le Mercure & la liqueur. Il la laisse telle qu'elle étoit dans la partie qui contient le Mercure, & comme on ne peut pas augmenter la hauteur du tout, il augmente beaucoup la largeur de la partie qui contiendra

l'Esprit-de-vin , afin qu'elle en contienne toute la quantité nécessaire. On peut remarquer ici que M. Amontons pour reparer les desordres que cauçoit la rarefaction dans le Barometre double , employe une liqueur qui se rarefie beaucoup plus que celle qu'on y employoit auparavant.

Le Barometre ainsi construit , si l'on a eu soin en le remplissant de bien purger d'air tout le haut de la boîte superieure au-dessus du Mercure , il est clair que la pesanteur de l'Atmosphere demeurant la même , il ne variera point quelque variation qui arrive à la chaleur , & d'ailleurs que le grand froid , pendant lequel on le suppose construit , demeurant le même , il variera exactement selon toutes les variations qui arriveront à la pesanteur de l'Atmosphere. Jusque-là , il est dans toute la perfection possible ; mais si la chaleur & le poids de l'Atmosphere varient en même temps , ce qui arrive le plus communément , comment se reglera-t-on ?

La liqueur du Barometre élevée le plus qu'elle le puisse être & par le peu de pesanteur de l'Atmosphere , & par l'action de la chaleur ne peut guere passer 28 pouces. Si cette liqueur est de l'Esprit de-vin ; il y aura , dans la supposition presente , un pouce à retrancher de cette hauteur , pour n'avoir que celle où l'Esprit-de-vin est élevée par le peu de pesanteur de l'Atmosphere , car ce pouce est précisément la 27^e partie que la rarefaction a ajoutée à l'élevation causée par l'Atmosphere. Ce retranchement d'un pouce n'étant que pour le temps de la plus grande chaleur , où le Thermometre de M. Amontons est à 58 , il se fera toujours un retranchement moindre à proportion pour tous les degrés inferieurs jusqu'à 50 , où est le plus grand froid , ainsi selon le degré où sera le Thermometre on retranchera de la hauteur de l'Esprit-de-vin dans le Barometre double ou un pouce ou une partie dun pouce , jusqu'à ce que le Thermometre étant à 50 on ne retranche rien. Voilà le principe d'une espece de Table que M. Amontons a

8 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

construite, qui donne tout d'un coup les hauteurs à retrancher.

Il ne faut pas oublier que le Barometre double de M. Amontons a encore un avantage sur l'ancien. Un Barometre est d'autant plus *sensible* qu'il marque les mêmes changemens dans une plus grande étendue. Ainsi le Barometre double est plus sensible que le simple, parce que tout le jeu de la variation du simple étant renfermé dans l'étendue de deux pouces de Mercure, cette même variation est marquée dans le double par une liqueur qui est beaucoup plus legere que le Mercure, & dont plusieurs pouces haussent ou baissent par l'élevation d'un pouce de Mercure, selon la proportion de leurs pesanteurs. L'Eau Seconde que l'on employe communément dans le Barometre double est 14 fois plus legere que le Mercure, & donne les degrés 14 fois plus grands. Mais l'Esprit-de-vin qui dans une constitution moyenne de l'air est $16\frac{1}{4}$ fois plus leger que le Mercure produira donc une plus grande sensibilité dans le Barometre double de M. Amontons.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MONSIEUR Maraldi ayant communiqué à l'Academie des Relations qu'il avoit reçues des Tremblemens de terre arrivés en Italie, nous en détacherons ici ce qu'elles contenoient de plus physique.

Les Tremblemens commencerent en Italie au mois d'Octobre 1701, & continuerent jusqu'au mois de Juillet 1703. Les Pays qui en ont le plus souffert, & qui furent aussi ceux par où ils commencerent, sont la Ville de Norcia avec ses dépendances dans l'Etat Ecclesiastique, & la Province de l'Abrusse. Ces pays sont contigus,

gus, & situés au pied de l'Apennin du côté du Midi.

Souvent les Tremblements ont été accompagnés de bruits épouvantables dans l'air, & souvent aussi on a entendu ces bruits sans qu'il y ait eu de tremblements, le ciel étant même fort serain. Le tremblement du 2 Février 1703, qui fut le plus violent de tous, fut accompagné, du moins à Rome, d'une grande serenité du ciel, & d'un grand calme dans l'air. Il dura à Rome une demi-minute, & à l'Aquila Capitale de l'Abrusse trois heures. Il ruina toute la Ville de l'Aquila, ensevelit 5000 personnes sous les ruines, & fit un grand ravage dans les environs.

Communément les balancemens de la Terre ont été du Nort au Sud, ou à peu près, ce qui a été remarqué par le mouvement des Lampes des Eglises.

Il s'est fait dans un champ deux ouvertures d'où il est sorti avec violence une grande quantité de pierres qui l'ont entièrement couvert, & rendu stérile. Après les pierres il s'élança de ces ouvertures deux jets d'eau qui surpassoient beaucoup en hauteur les arbres de cette campagne, qui durèrent un quart-d'heure, & inonderent jusqu'aux campagnes voisines. Cette eau est blanchâtre, semblable à de l'eau de savon, & n'a aucun goût.

Une Montagne qui est près Sigillo, Bourg éloigné de l'Aquila de 22 Milles, avoit sur son sommet une plaine assez grande environnée de rochers, qui lui servoient comme de murailles. Depuis le tremblement du 2 Février il s'est fait à la place de cette plaine un gouffre de largeur inégale dont le plus grand diamètre est de 25 toises, & le moindre de 20. On n'a pu en trouver le fond; quoiqu'on ait été jusqu'à 300 toises. Dans le temps que se fit cette ouverture, on en vit sortir des flâmes, & ensuite une très-grosse fumée qui dura 3 jours avec quelques interruptions.

A Genes le 15 & le 1 Juillet 1703, il y eut deux petits tremblements. Le dernier ne fut senti que par des

gens qui travailloient sur le Mole. En même temps la mer dans le Port s'abbaissa de 6 pieds, en sorte que les Galeres dans la Darce toucherent le fond, & cette basse mer dura près d'un quart d'heure.

L'eau souffrée qui est dans le chemin de Rome à Tivoli s'est diminuée de deux pieds & demi de hauteur tant dans le bassin, que dans le fossé. En plusieurs endroits de la plaine appelée *le Testine* il y avoit des sources & des ruisseaux d'eau qui formoient des marais impraticables. Tout s'est séché. L'eau d'un Lac appelé l'Enfer a diminué aussi de 3 pieds en hauteur. A la place des anciennes sources qui ont tari, il en est sorti de nouvelles environ à une lieue des premières, en sorte qu'il y a apparence que ce sont les mêmes eaux qui ont changé de route.

II.

V. les M.
P. 451.

M. de la Hire avoit publié dans les Memoires de l'Academie de 1692, ce qu'il avoit découvert sur des Insectes qui s'attachent aux Orangers, & qu'on appelle communément Punaises. Ce qu'ils ont de plus particulier, c'est qu'on les voit attachés pendant 8 mois entiers à un même endroit soit d'une feuille d'Oranger, soit de la tige de l'arbre, sans l'abandonner jamais. Pendant ce temps-là ils croissent beaucoup, & jusqu'à devenir 20 ou 30 fois plus gros qu'ils n'étoient d'abord, & puis ils pondent leurs œufs. Mais en quel temps se font-ils accouplés? Cette parfaite immobilité, & si rare dans des Animaux, rend la question difficile. M. de la Hire en a enfin trouvé le dénouement. Il a vu ces insectes nouvellement éclos de leurs œufs courir sur les Orangers avec une grande vitesse, & il faut que leur accouplement se fasse dans le temps qu'ils ont cette légèreté & cette vivacité. Après cela, ils s'attachent pour toujours à quelque endroit de l'Arbre, & leurs œufs sont 8 mois à acquérir la maturité nécessaire pour sortir.

Ce qui fut cause que M. de la Hire examina ces Insectes nouvellement éclos, c'est qu'il avoit crû qu'ils

pouvoient être les mêmes que ceux qui font la Cochenille. Il a remarqué autrefois que ce qu'on appelle graine de Cochenille, n'est que le ventre d'un petit Insecte, dont il ne reste rien de plus. Ce ventre est couvert d'écaillés, & s'est conservé par sa dureté, tandis que les autres parties, inutiles apparemment pour la teinture, se sont desséchées, & ont péri. La plante à laquelle cet Insecte s'attache est l'Opuntia, dont les fruits sont rouges, & teignent en un rouge de sang les urines de ceux qui en ont mangé. Le ventre des Insectes des Orangers est assez semblable à celui de ces Insectes qui font la Cochenille, les Insectes des Orangers étant écrasés entre les doigts leur donnent une couleur roussâtre qui tient fort à la peau; ces conformitez firent naître à M. de la Hire la pensée que peut-être les Insectes des Orangers étoient-ils les mêmes que ceux qui font la Cochenille, & que s'ils étoient nourris d'Opuntia ils donneroient la même teinture. Il mit au-dessous d'un Oranger quelques plantes d'Opuntia, & répandit de part & d'autre une grande quantité d'œufs des Insectes des Orangers. Ils vinrent à éclore sur l'une & l'autre plante, mais les petits animaux qui étoient sur l'Opuntia le quitterent tous sans exception pour aller sur l'Oranger, & de là M. de la Hire conclut qu'assurément les Insectes des Orangers n'étoient pas ceux qui donnent la Cochenille. Mais il les vit dans leur première jeunesse, & conjectura, comme nous l'avons dit, que c'étoit alors qu'ils s'accouplaient.

III.

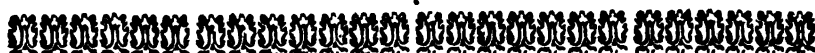
Il doit paroître assés étonnant que quand on enveloppe de sa main la boule d'un Thermometre pour en échauffer la liqueur, & la faire monter dans le tuyau, cette liqueur commence par baisser, & ne monte au-dessus de son premier niveau qu'après ce mouvement si irrégulier en apparence, & si contraire à ce qu'on auroit prévu. M. Amontons qui en parla à l'occasion de ses nouveaux Thermometres, rapporte ce mouvement par lequel la

liqueur baisse d'abord, à la rarefaction que la chaleur de la main cause dans la substance même du verre de la boule, avant que d'en causer dans la liqueur. La capacité de la boule augmente donc, & par conséquent la liqueur du tuyau baisse, jusqu'à ce qu'elle ait pris assez de chaleur pour monter malgré l'augmentation de la capacité de la boule.

M. Amontons a calculé sur des expériences exactes de combien s'augmentoît cette capacité, & il n'a trouvé qu'un millième. Ce millième dont la boule s'augmente & qui est la quantité de liqueur qui y entre, ou qui baisse, deviendra d'autant plus sensible sur le tuyau, que la capacité du tuyau sera plus petite par rapport à celle de la boule.

* V. les
M. p. 1. **M**onsieur de la Hire a donné à l'ordinaire son Journal de l'année precedente.

* V. les
M. p. 235. **M**onsieur Poupart a donné l'Histoire du Formicaleo.



A N A T O M I E.

SUR L'IRIS DE L'OEIL.

* V. les
M. p. 261. **L'**Anatomie moderne a fait de si grands & de si utiles progrès, qu'il doit lui être permis de se délasser quelquefois de ses importantes recherches, par des

curiosités qui ne seront qu'agréables. Tel est le mouvement de l'Iris, dont la mécanique a été jusqu'à présent inconnue.

L'Iris est cette membrane de l'Oeil, qui lui donne les différentes couleurs qu'il a en différens sujets, & de là vient son nom d'Iris. C'est une espèce de Zone ou d'anneau circulaire assez large, dont le milieu qui est vuide est la Prunelle, par où les rayons entrent dans l'œil. Quand l'œil est exposé à une grande lumière, la prunelle se rétrécit sensiblement, c'est-à-dire que l'Iris s'élargit & s'étend, au contraire dans l'obscurité la prunelle se dilate, ou, ce qui est la même chose, l'Iris se resserre. A une lumière moyenne, l'ouverture de la prunelle, ou l'extension de l'Iris est moyenne aussi. Ces mouvements ne dépendent point de la volonté, ils sont purement naturels, & par là l'œil s'accommode & se proportionne de lui-même au degré de lumière qu'il doit recevoir. Il s'ouvre beaucoup quand elle est faible, pour en recevoir davantage; il s'ouvre peu, quand elle est forte, de peur d'en recevoir trop, & d'en être blessé. Quelle sagesse a dû presider à cette Mécanique!

Mais ce n'est pas assez de connoître la fin qu'elle s'est apparemment proposée, il faut tâcher de découvrir les moyens dont elle s'est servie. La difficulté consiste à trouver & comment se fait la dilatation ou le resserrement de la membrane Iris, & comment la lumière plus ou moins forte cause ces deux mouvements contraires. Si l'Iris avoit des fibres circulaires & concentriques à la prunelle, on concevrait aussi-tôt que ces fibres feroient autant de petits muscles, qui en se gonflant & en se contractant accourceroient les cercles qu'ils formeroient, & en diminueroient l'espace, & par conséquent l'ouverture de la prunelle. Il ne resteroit plus qu'à imaginer comment une grande lumière causeroit le gonflement de ces petits muscles. Mais l'Iris n'a point de fibres circulaires, elles sont toutes tirées de la cir-

conference vers le centre , & si l'on pretendoit que des muscles ainsi posés se gonflaient par une grande lumière , il paroît qu'ils s'accourciroient nécessairement , & augmenteroient l'ouverture de la prunelle , ce qui est précisément contraire au fait qu'il faut expliquer. Je laisse à part la difficulté de concevoir comment les rayons de la lumière gonfleroient les petites fibres de l'Iris , il seroit inutile de s'en mettre en peine , puisque ce gonflement n'a pas lieu.

Voilà où l'on en étoit sur ce Phenomene , lorsqu'une experience que fit M. Méry , lui donna une idée qu'il a crû qui le conduisoit au dénouement. Il est certain qu'une infinité de choses ne demeurent obscures ; que faute d'un assez grand nombre de faits , qui les présentent à nos yeux de plusieurs manieres différentes , ou qui nous en apprennent toutes les circonstances essentielles. M. Méry plongea dans l'eau un Chat vivant , & exposa en même temps la tête & les yeux au Soleil. Il vit que malgré la grande lumière la prunelle de l'animal ne se rétrecissoit point , qu'au contraire elle se dilatoit ; dès qu'il l'eut retiré de l'eau encore vivant , elle se resserra.

Quoiqu'il passe moins de rayons dans l'eau que dans l'air , & qu'il semble par conséquent que les yeux du Chat plongé dans l'eau , en recevoient moins que s'ils eussent été à l'air , cependant comme ils étoient directement exposés au Soleil , leur prunelle auroit toujours dû se resserrer , quoiqu'un peu moins ; & de ce qu'elle se dilata , loin de se resserrer , M. Méry en conclut que la lumière seule ne pouvoit causer le resserrement. Et comme l'animal étoit plongé dans l'eau , quel changement cet état apportoit-il par rapport au phenomene ? Le Chat ne respiroit point , la circulation de son sang étoit presque entièrement arrêtée , & par conséquent aussi le mouvement des Esprits animaux , & par conséquent ces Esprits sont nécessaires afin que la prunelle puisse se resserrer , ou plutôt afin que l'Iris puisse s'élargir.

Cette conséquence est appuyée par l'exemple de tous ceux en qui la vue est éteinte par une simple obstruction du nerf optique. Leur prunelle ne se resserre point à la plus grande lumière, selon la remarque de M. Méry, & il est certain que les Esprits animaux ne coulent plus dans le nerf qui fait la vision, ou n'y coulent pas en assez grande abondance.

Puisque ces Esprits concourent avec la lumière à causer l'extension & l'élargissement de l'Iris, il faut absolument & que la lumière détermine les Esprits à couler en plus grande quantité dans les fibres, & que ces fibres en soient allongées. Pour le premier point, on peut le concevoir par ce principe général d'expérience, que les Esprits coulent plus abondamment dans une partie nerveuse, quand elle est chatouillée ou irritée par quelque cause que ce soit, & il faudra supposer que la lumière cause une espèce d'irritation aux fibres de l'Iris. Mais sur le second point, il semble que l'on retombe dans la difficulté que nous avons marquée. Tous les muscles ou toutes les fibres s'accourcissent par une plus grande quantité d'Esprits, comment celles de l'Iris s'allongent-elles par cette même cause ? Cette difficulté seroit insurmontable sans un exemple unique, mais très-sensible, d'une partie qui se gonfle & s'allonge en même temps. Ni l'accourcissement ni l'allongement d'une partie gonflée ne sont des suites nécessaires du gonflement, mais seulement de sa structure intérieure.

Les fibres de l'Iris doivent comme toutes les autres fibres avoir un ressort. Il les retire, les raccourcit & résiste à leur allongement. Ainsi dès que la grande lumière cesse de les tenir dans cet allongement violent, elles se resserrent d'elles-mêmes, & agrandissent la prunelle. Ce ressort & la lumière sont deux puissances opposées, dont les différens degrés de force combinés ensemble, tiennent la prunelle plus ou moins ouverte.

Cela suffiroit pour l'explication du Phenomene que M. Méry s'étoit proposé, mais afin de la rendre encore

plus vraisemblable , & d'établir mieux que la lumière sans le concours des Esprits animaux ne fait rien sur l'Iris , il prétend que les yeux du Chat plongé dans l'eau recevoient plus de lumière , que s'il eût été à l'air. Ce n'est pas qu'il ne passe plus de rayons dans l'air que dans l'eau , mais c'est que les yeux d'un animal en reçoivent davantage dans l'eau.

Il est constant par l'expérience qu'un Plongeur aperçoit au fond de l'eau à une assez grande distance des objets qu'il n'apercevra plus dès qu'il sera hors de l'eau , quand ils se seroient assez rapprochés pour être toujours à la même distance de ses yeux. M. Méry imagine une raison de ce fait qui peut paroître embarrassante. Il croit que la Cornée , cette Membrane dure & transparente qui enveloppe extérieurement le globe de l'œil , n'est pas aussi lisse ni aussi unie qu'elle le paroît , quand les yeux sont à l'air. Il s'y fait alors des plis & des rides qui augmentant son épaisseur dans les endroits où ils se forment , la rendent plus difficile à pénétrer aux rayons , & par conséquent en font réfléchir un grand nombre , qui sont perdus pour l'œil. Mais dans l'eau , ces rides & ces plis s'applanissent , parce que la membrane est humectée , elle est également pénétrable à la lumière en toutes ses parties , & il ne s'y réfléchit plus de rayons , qu'autant qu'il est indispensable qu'il s'en réfléchisse sur une surface parfaitement transparente. L'œil qui reçoit plus de rayons , voit mieux.

A cette quantité de rayons plus grande que reçoit un œil plongé dans l'eau , parce que sa Cornée est applanie , si l'on joint l'ouverture de la prunelle qui est plus grande , parce que , selon le Système de M. Méry , les fibres de l'Iris sont moins remplies d'Esprits , on aura deux causes qui conspirent ensemble pour rendre la vision plus forte que l'eau. Une plus grande ouverture de la prunelle doit aussi faire paroître les objets plus grands.

Il est si vrai , selon M. Méry , qu'un œil qui est dans l'eau

l'eau en est plus éclairé, que c'est par cette raison qu'il est mieux vû, & que ses parties sont mieux distinguées. On y voit la Choroïde qui est une membrane placée derrière la Retine, les vaisseaux de la Choroïde, & l'extrémité du Nerve Optique. Rien de tout cela ne se verroit dans un œil exposé à l'air, & quant aux parties qui ne s'y voyent pas dans l'eau, telles que sont les humeurs & la Retine, c'est qu'elles sont transparentes, & de la couleur de l'eau.

On pourroit croire que la seule dilatation de la prunelle dans l'eau, y rendroit les parties de l'œil plus visibles, & que l'appianissement de la Cornée n'entreroit pour rien dans cet effet, & ne seroit qu'une fiction. Mais M. Méry prévient cette pensée par l'exemple qu'il rapporte de ceux qui ont la Goutte sereine, c'est-à-dire une obstruction dans le nerf Optique. Ils ont la prunelle extrêmement dilatée, & cependant on ne distingue aucune des parties du fond de leur œil. D'où cela vient-il, sinon de ce qu'il n'est pas assez éclairé? Et qui empêche qu'il ne le soit assez, si ce ne sont les plis de la Cornée?

De ce que les Humeurs & la Retine de l'œil d'un Chat plongé dans l'eau disparoissent également, & sont par conséquent également transparentes, M. Méry en tire cette conséquence que la Retine n'est pas plus que les Humeurs l'organe immédiat de la vision, ou, pour ainsi dire, la toile qui reçoit la peinture des objets. Il donne cet usage à la Choroïde, qui est derrière la Retine, & beaucoup plus opaque, puisqu'elle arrête les rayons, & se fait voir. Cette question a été autrefois agitée dans l'Académie & fort au long, & fort ingénieusement, par deux habiles Adversaires, dont l'un soutenoit la Retine selon l'opinion commune, & l'autre prétendoit mettre la Choroïde en sa place. Le Public fut instruit du procès en ce temps-là; & il n'est pas besoin de rappeler ici une contestation fort délicate & fort subtile, sur laquelle M. Méry ne prend parti que par occasion.

DIVERSES OBSERVATIONS

ANATOMIQUES.

I.

Monsieur Littre ouvrant le cadavre d'une Femme âgée de 80 ans, qui avoit été tuée d'un coup de timon de Carrosse, la trouva d'une si prodigieuse maigreur, que ses Muscles les plus gros n'étoient pas plus épais que des Membranes, & qu'à peine avoient-ils conservé quelque teinture de rouge. Cependant elle avoit à la partie moyenne interieure de la Cuisse gauche une tumeur grosse comme le poing, ronde, de la même couleur que le reste de la peau, toute formée de la plus belle graisse qu'on puisse voir dans le corps le plus sain.

Cette tumeur toute formée de graisse eût été extraordinaire, même dans un corps qui n'en eût pas été d'ailleurs si parfaitement denué. Elle étoit contenuë dans son lieu naturel, c'est-à-dire, dans les cellules de la Membrane Adipeuse.

La graisse est un suc huileux, qui est séparé du sang par les glandes des cellules de cette membrane, & qui se fige & se congele dans ces cellules. On est maigre, soit quand on a peu de suc huileux dans le sang, soit quand ce suc est trop dissous ou par la grande chaleur, ou par les autres principes du sang, ou par un grand & long exercice, soit quand les glandes destinées à le filtrer font mal leur fonction. Dans les personnes fort maigres, ces glandes qui ne filtrent rien, & les cellules de la Membrane Adipeuse qui ne contiennent rien, s'affaiblissent, s'effacent & en quelque sorte s'aneantissent. Au contraire, dans les personnes fort grasses les glandes sont visibles quoiqu'elles ne le soient qu'avec le Microscope, & les cellules fort étendues; & si ces cellules le sont au point qu'elles en aient perdu le ressort par le-

quel'elles chassent hors d'elles une partie du suc qui y est entré, & le font retourner dans les voies de la circulation, il se fait un amas excessif de ce suc qui séjourne, c'est-à-dire une tumeur. Cet accident est fort rare, & peut-être ne connoissoit on point encore une tumeur de graisse.

Il n'y a point d'apparence qu'une tumeur de cette espèce doive être accompagnée ni d'inflammation, puisqu'il n'y a point de sang extravasé, ni de douleur, parce que la graisse est une matière fort douce, & qui humectant les fibres nerveuses les rend peu susceptibles d'une tension violente.

Cette tumeur de graisse s'étant formée dans un sujet en qui toutes les glandes & toutes les cellules de tout le reste de la Membrane adipeuse s'étoient entièrement flétries & desséchées, on peut concevoir que les glandes qui avoient causé la tumeur étoient seules demeurées en état de filtrer le suc huileux, & qu'elles en avoient filtré une quantité d'autant plus grande, que les autres n'en filtroient plus du tout.

Il ne sera pas impossible d'imaginer des remèdes à un pareil accident, quand on jugera qu'il en mérite. M. Littre croit que si la tumeur est récente, il y faut appliquer d'abord un Topique astringent, qui resserrant la peau, les glandes & les cellules de la Membrane adipeuse, les mette en état de résister à l'impulsion des sucs qui surviennent toujours de nouveau, qu'ensuite un remède résolutif fera transpirer une partie de la graisse amassée en trop grande quantité, que dans tout le cours du traitement il sera à propos d'employer un bandage qui aide à l'effet du topique astringent, que si la tumeur est invétérée, on ne peut plus que la couper, parce que les parties ne sont plus en état de reprendre leur ressort, & qu'il faut bien observer de la couper toute entière, de peur que s'il restoit quelques glandes & quelques cellules dilatées, elles ne reçussent encore dans la suite une trop grande quantité de suc huileux qu'elles

ne pourroient chasser hors d'elles, & ne causassent une nouvelle tumeur.

II.

Dans une jeune Femme de 38 ans, & de bonne constitution, que deux Hommes avoient étranglée avec leurs mains, M. Littre trouva que la peau du Tambour de l'Oreille gauche étoit déchirée, & qu'il étoit sorti par cette Oreille environ une once de sang; que les Vaisseaux sanguins du Cerveau étoient plus pleins qu'à l'ordinaire, qu'il y avoit du sang d'un rouge clair épanché dans les Ventricules du Cerveau, & sur la base du Crane; que le Poumon étoit fort tendu, & sa membrane, où il ne paroît naturellement aucun vaisseau sanguin, toute parsemée de vaisseaux gros comme de moyennes épingle, qu'au travers de cette membrane on appercevoit beaucoup plus d'air qu'à l'ordinaire dans les cellules du Poumon; qu'en ouvrant le ventricule droit du cœur, il en sortit de l'air avec impetuosité, & que cette cavité contenoit une once de sang vermeil & écumeux comme celui du Poumon: Tous ces faits extraordinaires ne tiennent pas tant à ce que cette Femme fut étranglée, qu'à la maniere dont elle le fut. Les mains des deux hommes ne lui ferrèrent pas la gorge aussi fort, aussi continuëment, ni aussi également qu'auroit fait une corde; elle se défendit, se débatait, & vécut assés long-temps, comme à diverses reprises, & pendant ce temps-là le sang qui étoit poussé par le cœur vers les parties supérieures, & qui n'en redescendoit pas librement, s'y amassa, les gonfla, & même en quelques endroits creva les vaisseaux. Celui des veines du Poumon ne recevant plus l'air qui auroit dû le pousser dans le ventricule gauche, ou plutôt ne le recevant pas en assés grande quantité, reflua par l'artere du Poumon dans le ventricule droit, & y porta de l'air avec lui. Cependant M. Littre en soufflant par la Trachée ne put jamais faire passer d'air dans le ventricule droit, mais seulement dans le gauche, encore cela n'arrivoit-il pas toujours.

III.

Dans ce même sujet, M. Littre observa que les deux Trompes de la Matrice étoient plus grosses, plus épaisses, & plus charnuës que de coutume. Elles s'ouvroient à l'ordinaire dans la Matrice par leur petit bout, mais par le gros elles n'avoient ni l'une ni l'autre aucune ouverture, ni aucune apparence d'en avoir jamais eu. Elles étoient même sans Pavillon. Cependant cette Femme avoit eu deux Enfans, le dernier 3 ans avant sa mort. A moins qu'on ne suppose que ces deux Trompes s'étoient fermées également, & de maniere à ne laisser nulle trace de leur ouverture naturel, ou que du moins l'une ayant toujours été naturellement fermée, il en étoit arrivé autant à l'autre par accident, le Système des Oeufs paroît détruit; mais il est d'ailleurs si vraisemblable & même si nécessaire qu'il merite qu'on se resolve à cette supposition. Les deux Trompes étoient pleines, l'une de serosité sanguinolente, & l'autre d'une serosité jaunâtre. leur surface interieure étoit inégale en quelques endroits, & percée par-tout d'un très-grand nombre de petits trous, qui répondoient à autant de grains glanduleux, situés sur la superficie extérieure de ces deux conduits.

IV.

M. Lémery a parlé d'une Dame de Paris, grande, robuste, d'un temperament vif & sanguin, sujette à des passions fortes, mais peu durables, qui depuis l'âge de 24 ans jusqu'à 40 ayant fait 14 couches en a eu 6 d'extraordinaires par les différentes envies, dont elle a été frappée. L'un de ces acouchemens monstrueux a été d'une fille parfaitement bien formée à l'exterieur, & même d'une si grande beauté que feu M. le Brun la voulut peindre. Elle n'avoit ni foie, ni rate, ni intestins, mais seulement une masse charnuë qui communiquoit avec l'Estomac, & n'avoit point d'ouverture vers le fondement, grosse à peu près comme la tête de l'Enfant,

parlemée d'artères & de veines , & rougeâtre. Cette fille vecut 8 jours.

V.

M. du Verney le jeune a parlé d'une cure fort heureuse qu'il avoit faite. Une jeune Demoiselle qui n'avoit pu épouser un homme qu'elle aimoit, tomba d'abord dans une sombre melancolie , & ensuite par degrés dans une telle fureur, qu'elle ne connoissoit plus aucune retenue , & donnoit toutes les marques les plus indecennes de la passion qui la tourmentoit. Elle étoit devenue d'une extrême maigreur , on lui avoit fait inutilement beaucoup de remedes & la maladie duroit déjà depuis 5 ou 6 mois , & paroissoit desesperée , lorsque M. du Verney fut appelé. Il lui vint d'abord en pensée de bassiner avec de l'eau tiède les parties qui étoient la source du mal , & qui apparemment devoient être dans une grande irritation. Il vit aussi-tôt du soulagement, il continua à les bassiner , & même y fit des injections avec une forte décoction de racine d'Ellebre noir & de Patience, de Solanum & de Guimauve, où il avoit ajouté du Sel de Saturne. Il appliqua de plus sur la tête de la Malade qu'il avoit fait raser, un Emplâtre où entroit le Sel de Saturne, le Castoreum, l'Opium, & le Camphre. Le soulagement fut très-considerable; M. du Verney passa aux remedes interieurs , & fit user à la Malade d'une teinture d'Hiera elleborinée. Les premieres voies ayant été débarrassées par ce moyen, il lui fit prendre soir & matin deux cuillerées d'une teinture faite avec le Vin, la racine d'Ellebre noir, les fleurs de Millepertuis, & le Coquelicot, le tout aiguisé d'un peu d'Eau de vie, & mêlé de plus ou de moins de Sel de Saturne selon les diverses circonstances de la maladie. En un mois ou six semaines au plus, la Demoiselle fut entièrement guérie, & n'a eu depuis ni ressentiment ni rechûte.

Comme les Vapeurs sont une espece de Manie, mais beaucoup moins forte, & plus familiere, M. du Verney,

assûre que dans toutes celles qui ne sont point accompagnées de convulsions , il a toujours vû de très bons effets de la teinture qu'on a décrite ici , & qu'il n'a eu besoin d'y joindre le Sel de Saturne, que quand les Malades étoient furieux. A l'égard de ceux qui ont des convulsions, il ajoute à cette teinture celle de Venus faite avec l'Esprit volatil armoniac, l'Esprit-de-vin, le Camphre, & le Verdet. Par ce remede, les mouvements convulsifs sont arrêtés presque dans le moment. Il faut purger dès qu'on le peut, & en cette occasion M. du Verney n'a point trouvé de meilleur Purgatif que l'Hiera elleborinée, ou seule, ou mêlée, ou en teinture, sur tout aux Femmes & aux Filles qui ne sont pas réglées.

VI.

M. Homberg a dit que quand on pile de l'Ipecacuanha en assés grande quantité, & qu'on en respire par le nez, il arrive assés souvent qu'on en crache le sang, & qu'on a de grands maux de tête pendant 2 ou 3 jours.

VII.

M. Lémery a vû cracher à un Malade parmi des flegmes assés épais des fibres blanches, grosses comme le tuyau d'une plume de Poulet, mêlées ou entourées d'un peu de sang, formées en branches ou ramifications, & représentant parfaitement la figure des veines qui paroissent sur les Poumons. Elles étoient molasses, sembloient creuser en dedans, ne se rompoient pas aisément, & s'allongioient beaucoup quand on les tiroit. M. Lémery crut que ces fibres pouvoient être un Polipe qui s'étoit formé dans quelque artere ou dans quelque veine du Poumon. Leur substance étoit semblable à celle des Polipes du cœur, mais elles étoient plus grêles, & se ramifioient comme les vaisseaux pulmonaires. Elles devoient être sorties par une ouverture qui s'étoit faite à leur vaisseau, aussi étoient-elles accompagnées de sang, & le Malade avoit fait effort pour les jeter.

24 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

De petits corps blancs & molasses qui paroissent souvent dans les saignées à l'ouverture de la veine, qui empêchent le cours du sang, & que les Chirurgiens prennent pour de petits morceaux de graisse, & quand ils sont allés longs, pour des Vers, pourroient donc, selon la conjecture de M. Lémery, n'être que des parcelles de quelque Polipe, qui se seroient rompuës, & auroient coulé avec le sang.

VIII:

M. Méry apporta un Enfant venu à terme, bien formé, & bien nourri, qui n'avoit que la base du Crane, & point de Cerveau, ni de Cervelet. Il lui ouvrit dans l'Assemblée le Canal de l'Epine, & il s'y trouva un filet de moëlle, plus petit qu'il n'auroit dû être naturellement. Ce seul filet avoit dû faire les fonctions du Cerveau. On

* pag. 26. peut voir sur ce sujet l'Histoire de 1703. *
& suiv.

IX:

M. Lémery a dit qu'il a vû une Pierre d'un pouce de diametre, & d'un pouce & demi de long, qui étoit dans les Intestins d'une Femme, & en bouchoit exactement le passage, de sorte qu'elle faisoit refluer les matieres. Le fait est fort singulier. Les Intestins ne paroissent pas propres à produire une Pierre. Celle-là étoit trop grosse pour s'être formée telle qu'elle étoit dans la Vesicule du Fiel; & en être sortie ensuite par le canal Colidogue, on peut seulement concevoir qu'elle en étoit sortie beaucoup plus petite, & avoit grossi dans les Intestins.

X:

Dans le Lion, la Vesicule du Fiel a plusieurs plis ou feuillets, & de là M. du Verney a conjecturé que la bile y pouvant séjourner plus long-temps, & s'exalter davantage, c'étoit peut-être la cause de la grande ardeur de cet Animal, & de la Fievre continuelle qu'on lui attribue.

XI.

XI.

M. Littre a vu un Homme en qui un accident avoit rendu le battement du Cœur si violent & si impetueux qu'on l'entendoit quelquefois de plus de dix pas. A l'âge de 16 ou 17 ans, il avoit reçu dans le Sternon un coup qui le lui avoit un peu enfoncé dans la poitrine. Aussitôt la respiration devint difficile, & il commença un mois après à sentir dans la poitrine une douleur qui ne le quitta plus. Ensuite il devint sujet à des palpitations de Cœur, & c'étoit dans leur grande force qu'on entendoit de si loin son cœur battre. Il mourut subitement à 32 ans, mais moins, à ce qu'on put juger, par les suites de cet accident, que par l'excessive quantité d'Eau-de-vie & de Ratafia qu'il prenoit tous les jours, & qui étoit presque sa seule nourriture. M. Littre l'ouvrit. Il trouva les Poumons secs, flétris, & leur membrane fort épaisse, les deux troncs de la Veine Cave, l'Oreillette, & le Ventricule droit du Cœur, le tronc & les branches de l'Artere Pulmonaire, avant qu'elle entrât dans le Poumon, beaucoup plus grands que dans l'état naturel, & leurs parois beaucoup moins épaisses, les branches des Veines Pulmonaires, tant au dedans qu'au dehors du Poumon plus petites que les branches de l'Artere Pulmonaire hors du Poumon, mais proportionnées à ces mêmes branches contenues dans le Poumon, leurs parois plus épaisses quand leurs cavités étoient plus petites, les parois du Ventricule gauche du Cœur, du tronc & des grosses branches de l'Aorte plus épaisses qu'à l'ordinaire, & les capacités plus petites. Il est aisé de juger que toute cette conformation extraordinaire venoit de l'enfoncement du Sternon, qui ayant rétréci la cavité de la poitrine, & cela précisément dans un âge où l'accroissement des parties s'avance beaucoup, avoit empêché les Poumons de s'étendre autant qu'ils eussent fait naturellement. Leur membrane & en general tout leur tissu s'étoit donc moins dilaté, & peut être aussi que tou-

te la nourriture qu'ils prenoient ne servoit qu'à augmenter leur épaisseur. Les Poumons ayant moins d'étendue, & étant plus difficiles à pénétrer, le sang de l'Artere Pulmonaire y passoit en moindre quantité, & de là s'ensuivent naturellement tous les autres phenomenes.

Le Cœur étoit de figure presque ronde, le milieu en étant fort élevé, & la pointe rapprochée de la base, c'est-à-dire que son dernier mouvement avoit été une contraction imparfaite. Aussi les Ventricules étoient-ils entierement pleins de sang.

XII.

Ce même Homme avoit la substance du Cerveau & du Cervelet molle & fort imbibée d'eau, beaucoup d'eau épaisse & sanguinolente, ou du sang noir & caillé répandus dans tous les Ventricules. De là venoit qu'il étoit comme hebeté, & le plus souvent assoupi. Mais, ce qui paroît avoir été la principale cause de sa mort, son Cervelet étoit déchiré par la partie supérieure, & il y avoit en cet endroit une cavité de 3 pouces de largeur, & de 2 pouces de profondeur, qui s'étendoit jusqu'au dedans du Ventricle du Cervelet. Elle étoit pleine de sang noir & caillé, & il s'étoit écoulé plus de 3 onces de semblable sang sur la base du Crane, ou dans le commencement du canal de l'Epine. M. Littré jugea que de cette déchirure & de cet épanchement il devoit s'ensuivre une cessation de filtration d'esprits dans les glandes déchirées du Cervelet, une dissipation d'esprits par les fibres nerveuses rompuës qui étoient en grand nombre, une compression d'une grande partie du Cervelet par le sang épanché, aussi-bien que de la Moëlle allongée, & du commencement de la Moëlle épiniere, une privation d'esprits dans le Cœur & dans les Poumons, & par conséquent une cessation de mouvement presque subite.

XIII.

Une Femme âgée de 50 ans, & qui pendant 19 an-

nées de mariage n'avoit point eu d'enfans, fut tuée d'un coup d'arme à feu. Elle rendoit peu de sang dans le temps de ses Regles, elle étoit alors fort gonflée, & souffroit de grandes douleurs dans le bas ventre, & quelques années après qu'elle eut commencé à être réglée, elle mouchoit & crachoit du sang dans ces temps-là. M. Littre l'ayant ouverte, vit la cause de tous ces accidens, & de sa stérilité. L'orifice intérieur de la Matrice étoit fermé par la membrane qui tapisse intérieurement le Vagin, & cette membrane y étoit aussi adhérente qu'à la superficie du Vagin. Elle étoit seulement percée de deux petits trous d'un quart de ligne de diametre. Le col de la Matrice étoit deux fois plus long qu'à l'ordinaire, apparemment parce que le corps de la Matrice étoit obligé dans le temps des Regles à faire de grands efforts pour chasser de sa cavité par deux si petites ouvertures le sang qu'il contenoit. Aussi ce sang, qui y séjournoit long-temps, en avoit-il étendu la cavité, & rendu les parois plus minces qu'à l'ordinaire. La cavité des Trompes, principalement vers leur ouverture dans la Matrice, étoit plus grande que de coutume, parce que la limphe filtrée par les glandes des Trompes, s'amassoit là, ne pouvant être reçue dans la Matrice qui presque toujours étoit pleine de sang.

Une autre singularité de la constitution de cette Femme, & qui n'est pas tout-à-fait indigne d'être remarquée, c'est qu'un pli à un drap de son lit, un ourlet de chemise, lui faisoit venir presque dans le moment des taches noires sur la peau. Il falloit que son sang eût une grande disposition à se figer.

XIV.

M. du Verney le jeune ouvrant une jeune Femme morte deux mois après être relevée de ses couches, & dont le mal étoit une extrême douleur dans le ventre, qu'elle avoit fort tendu, quoiqu'il ne fût pas fort élevé, trouva qu'auprès de l'orifice inférieur de l'estomac,

qui étoit dilaté à y pouvoir mettre le poing, il y avoit un trou où l'on passoit le pouce. La capacité du ventre étoit remplie de beaucoup de matiere très-corrompue, toutes les parties de cette region étoient enflammées, ou livides. Il ne pouvoit y avoir nul soupçon de poison, & c'est ce qui rend ce trou de l'estomac fort extraordinaire.

XV.

Voici encore un fait approchant. Un Homme d'environ 63 ans, après une Colique violente, pour laquelle il prit de l'Emetique, eut une tumeur sur les Côtes du côté droit. Elle s'étendoit de haut en bas, & comme elle s'augmentoît toujours, & qu'on crut que c'étoit un abcès, on l'ouvrit le long de la dernière Côte des vraies, & la première des fausses, & même on penetra entre les deux Côtes. On fut fort surpris de voir sortir parmi du pus & d'autres matieres, des Pierres de la figure de Cachets à trois faces, & d'une couleur tirant sur le Bol. Il en est sorti jusqu'à six pendant près de deux mois; il y en a eu quelques-unes de si grosses qu'elles ont eu de la peine à passer par l'ouverture, & même celle qui s'est présentée la dernière n'y a jamais pû passer, & elle ne s'y est plus fait sentir. Ces pierresURNAGENT sur l'eau, & elles paroissent de la même nature que celles qui se forment dans le Foie & dans la vesicule du Fiel.

Comme il sort toujours des matieres par l'ouverture, on s'est déterminé à y tenir une Canulle, & à penser le Malade matin & soir. On lui tire toujours une palette, & quelquefois jusqu'à deux d'une matiere telle qu'elle est dans l'Estomac après la digestion, & même on y a vû plusieurs fois des morceaux de ce qu'il avoit mangé, car il a toujours bon appetit. M. Littré a rapporté cette Histoire sur la foi d'un témoin oculaire, & on n'en a pas sçu la suite. Il est difficile d'imaginer d'où viennent les Pierres. Il faut d'ailleurs que l'Estomac, ou peut-être le Duodenum & le Diaphragme se soient percés naturel-

lement , car il ne paroît pas possible qu'ils l'aient été par l'operation , & cet accident a été fort singulier.

XVI.

Un Homme fort & robuste , âgé de 60 ans , eut pendant 32 jours une suppression d'urine causée par une grande inflammation du col de la Vessie , ensuite il urina un peu , mais lentement , goutte à goutte , & continuellement. Cela dura 10 jours , & il mourut. Vers le milieu de sa maladie son ventre avoit commencé à enfler beaucoup , & avoit toujours grossi jusqu'à la mort. M. Littre ayant ouvert le cadavre , trouva la Vessie extrêmement dilatée , & à tel point que par sa partie supérieure elle faisoit une espece de cloison qui separoit la capacité du Ventre en deux , & comprimoit fortement la fin de l'intestin Colon , & le milieu de l'Uretere droit. La membrane interieure de la Vessie étoit devenuë si mince , à force d'avoir été étenduë , que l'on y voyoit comme à nu les fibres charnuës , ramassées en paquets , gros comme des fers d'aiguillette , & laissant entre eux des intervalles à peu près quarrés , de 3 à 5 lignes de long. Dans tous ces intervalles la membrane interieure étoit inseparablement colée à l'exterieure.

Il est plus que vraisemblable que l'inflammation du col de la Vessie avoit été la premiere cause de tout le desordre. Elle avoit gonflé & par consequent rapproché les parois de ce col , & fermé le passage à l'urine , qui s'amaissant toujours dans la Vessie , l'avoit extraordinairement dilatée. Les fibres charnuës renfermées entre les deux membranes & dans la substance de la Vessie & qui en se contractant chassent l'urine hors de ce reservoir , perdirent leur ressort par leur excessive dilatation. La grande quantité de l'urine s'amaillée força enfin la resistance du col de la Vessie , mais comme l'urine ne couloit alors que par l'impulsion de son propre poids , & non par celle des fibres charnuës contractées , elle couloit lentement , goutte à goutte , ce qui fait bien voir que

c'est la contraction de ces fibres qui chasse l'urine avec force, & la fait sortir à plein canal. Quant à la continuité de l'écoulement, elle venoit de-ce que le sphincter du col de la Vessie avoit perdu son ressort par l'extension que lui avoit causée l'inflammation, de sorte qu'ayant été une fois forcé, il ne pouvoit plus après que l'inflammation eut cessé, se remettre, ni refermer le passage.

La compression que faisoit la Vessie dilatée sur le Colon, & sur l'Uretere droit, avoit été cause que toute l'étendue de ces conduits qui étoit au-dessus de l'endroit comprimé, s'étoit extrêmement dilatée.

XVII.

Un Homme de 26 ans étant mort après avoir eu durant 3 semaines une douleur continuelle d'Estomac, des maux de Cœur frequens & des nausées, & avoir rendu les derniers jours de sa vie beaucoup de sang par haut & par bas, fut ouvert par M. Littre, qui lui trouva dans l'Estomac un Ulcere rond, de 5 lignes de diametre, & de demi-ligne de profondeur, situé à un pouce & demi du Pilore, & 3 chopines de sang dont une partie étoit caillée & l'autre liquide épanchées dans la cavité de l'Estomac, les Intestins à moitié remplis de sang, les Ventricules, les Oreillettes, & les Vaisseaux du Cœur, aussi bien que les autres gros Vaisseaux du reste du Corps entièrement vuides de sang, & pleins d'air, & peu de sang dans les Vaisseaux moyens & dans les petits. Il est assez clair que l'Ulceré de l'Estomac a été la cause de ce grand épanchement de sang, aussi y voyoit-on fort-sensiblement plusieurs Vaisseaux sanguins ouverts; mais pour la cause de l'Ulceré, on soupçonna que ce pouvoient être des medicamens violents que le Malade avoit pris d'un Homme peu expérimenté.

M. Littre dit que dans ceux qui sont morts d'une Perte de sang, de quelque nature qu'elle ait été, il a toujours trouvé pleins d'air les Vaisseaux qui étoient vui-

des de sang. Apparemment par la respiration continuelle le corps se pénètre & s'imbibe entièrement d'air, qui entre dans tous les pores des membranes & des tuniques des vaisseaux, où il est sans cesse comprimé par le cours rapide du sang, & d'où il ne sort que quand ces vaisseaux étant vuides, il a la liberté de se dilater. Alors il prend une grande extension, & les remplit.

XVIII.

Un Homme de 40 ans, sujet quelque temps avant sa mort à des coliques & à une douleur dans la region du Foie, mourut après avoir rendu par les selles quantité de corps semblables à de petites vessies. Il n'en avoit point rendu les 4 derniers jours qu'il vécut. Ces corps étoient de figure ovale, les plus petits étoient gros comme des noisettes, & les plus grands comme de petits œufs, remplis les uns & les autres d'une liqueur visqueuse, transparente, & de couleur approchante de l'eau. Il pendoit à la superficie extérieure de chacun une espece de pedicule membraneux, par lequel apparemment ils tenoient à des parties dont ils s'étoient détachés.

M. Littre ouvrit le cadavre, & chercha inutilement dans toutes ses parties internes la source de ces corps vésiculaires. Il trouva bien dans le grand lobe du Foie une cavité large de 4 pouces, pleine de semblables corps, dont quelques uns tenoient encore par leur pedicule à la membrane intérieure de la cavité, mais elle n'avoit nulle ouverture, par où ils eussent pû sortir. Il n'étoit resté aucun corps vésiculaire dans tout le canal des intestins, & ils n'avoient rien de particulier sinon que la partie inférieure du Colon, & la supérieure du Rectum étoient dépouillées en plusieurs endroits de leur membrane intérieure de la largeur de 3 à 5 lignes. Ce fut là la seule trace que M. Littre put découvrir de l'origine & de la formation des corps vésiculaires qui étoient sortis. C'étoient vraisemblablement les grains glandu-

leux du Rectum & du Colon extrêmement dilatés, parce que l'humeur destinée à s'y filtrer, ne s'y filtroit plus, & ne faisoit que s'y amasser, Comme il est de l'essence d'une glande d'avoir un conduit excrétoire par où sorte l'humeur filtrée, ces grains glanduleux doivent en avoir un, & c'est là que s'étoit faite l'obstruction. Ce conduit excrétoire gonflé & tendu par l'amas de la liqueur, avoit tiré par son poids les autres vaisseaux du grain glanduleux, les avoit excessivement allongés, & leur avoit enfin donné la figure d'un pedicule. Ce changement de figure les avoit rendus incapables de se nourrir, & avoit causé leur dessèchement, après quoi le pedicule s'étoit détaché naturellement de la membrane qui contenoit le grain glanduleux, ou plutôt avoit emporté avec lui la partie de la membrane qui lui répondoit, de là venoit que le Colon & le Rectum en étoient dépouillés en quelques endroits. On peut croire que le passage continuel des matieres dans les Intestins avoit contribué à détacher les pedicules, & que comme cette cause n'avoit point de lieu à l'égard des corps vesiculaires renfermés dans le Foie, il en étoit demeuré quelques uns attachés à leur membrane, au lieu que tous ceux des Intestins sans exception, l'avoient quittée ou plutôt emportée avec eux & étoient sortis.

XIX.

M. Littre qui-avoit déjà montré d'autres fois dans la Dure-Mere des grains glanduleux sensibles, car ils ne le sont pas ordinairement, en a fait voir encore dans celle d'un homme de 60 ans fort sain, mort subitement d'une mort violente. Ils étoient placés principalement près des Sinus, & des autres gros vaisseaux sanguins de cette membrane, situés dans son épaisseur les uns du côté de sa superficie extérieure & les autres du côté de l'intérieure, de sorte qu'il paroissoit de part & d'autre une petite portion de ces grains avec leur conduit excrétoire, par lequel il sortoit un peu de serosité lorsqu'on les

les pressoit entre les doigts. L'usage des grains glanduleux placés du côté extérieur de la Dûre-Mere, est vraisemblablement d'humecter par la serosité qu'ils separent du sang la superficie interieure du Crane, & l'exterieure de la Dure-Mere dans le peu d'endroits où elles ne sont pas attachées ensemble, & l'usage des grains glanduleux situés du côté interieur de la Dure-Mere, est de rendre le même office à la superficie interieure de cette membrane, & à l'exterieure de la Pie-Mere. Il est clair que si ces deux membranes, ou la Dure-Mere & le Crane se coloient ensemble, faute de quelque serosité qui coulât entre-deux, les mouvements du Cerveau n'auroient plus la liberté necessaire.

XX.

M. Antoine, Chirurgien de Méry sur Seine, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1703.* a envoyé à M. Méry la relation d'un Polipe plus gros qu'à l'ordinaire qu'il avoit heureusement arraché à une Femme en une seule fois. Une branche du Polipe lui remplissoit la narine droite, & s'avançoit quelquefois au dehors, l'extrémité de ce corps étranger descendoit plus bas que la Luette. Il l'arracha par la bouche. Il croit que c'étoit une extension de la membrane glanduleuse qui revêt les Lames du Nés, & par conséquent il attribue la même origine à tous les Polipes pareils. Leurs vaisseaux sanguins, & leurs fibres nerveuses qui ne peuvent être des generations nouvelles, leur tissu fongueux qui marque des glandules étendues au-delà du naturel, des serosités ou d'autres liqueurs qui s'y filtrent encore, restes des fonctions de ces glandules, sont les principales preuves de M. Antoine. De plus, le Polipe dont il s'agit étoit recouvert d'une espece de membrane, qu'il étoit impossible d'en separer sans interesser les fibres interieures, ce qui fait voir que tout le Polipe n'étoit formé que d'une même membrane allongée. C'est ainsi qu'à l'endroit des cicatrices dont les playes ont été profondes, on ne peut en-

* pag. 18.

lever la peau sans interesser les chairs qui sont au dessous, parce que ces cicatrices sont une espece de peau qui a été produite non seulement par les fibres de la peau allongées, mais encore par celles des chairs, & ces chairs qui ont contribué à cette production ont été d'autant plus profondes que la playe l'a été. En général on ne peut concevoir qu'il y ait des productions nouvelles ni d'Animaux ni de leurs parties dès qu'elles sont organisées, mais seulement des développements, & des extensions. Une partie organisée qui ne s'étend que jusqu'à sa mesure prescrite ou ordinaire, demeure véritablement partie; si elle va beaucoup au-delà, elle devient Corps étranger, Polipe &c.

XXI.

M. Litre a vû dans une Femme de 40 ans qui n'avoit eu qu'un enfant, la Trompe gauche colée par son Pavillon à l'Ovaire du même côté, de sorte qu'elle en embrassoit une partie; & sur l'exterieur de cette partie il a remarqué une cicatrice fort sensible, & au dedans ce Corps spongieux, dont nous avons parlé dans l'Hist. de
 * pag 44. 1701. * On l'appelle communément *Caroncule*. Celle-là étoit ronde & grosse comme un pois. Il n'y avoit dans tout cet Ovaire ni dans le droit aucune autre cicatrice, ni aucune autre Caroncule, marque assez apparente que le Fœtus unique étoit sorti par cet endroit. De plus, il ne pouvoit absolument avoir passé par la Trompe droite, car vers son embouchure dans la Matrice ses parois étoient colées ensemble, & il n'y avoit à son autre extrémité nulle ouverture, ni apparence de Pavillon. Cette disposition avoit été cause qu'il s'étoit amassé dans la cavité de cette Trompe un demi-septier de la serosité que filtrent les glandes dont elle est semée. Cette serosité étoit claire, & sans mauvaise odeur. Quand M. Litre l'eut évaporée à petit feu, il resta au fond du Vaisseau une pellicule épaisse de demi-ligne, qui sentoit bon, & avoit un bon goût.

XXII.

M. Berger a parlé d'un Malade qu'il avoit vû âgé de 65 ans, d'une completion saine & robuste, qui mourut après une maladie dont les principaux symptômes avoient été une suppression d'urine, mais sans douleur, & une simple pesanteur dans le bas ventre. On l'ouvrit ; on lui trouva le Colon extraordinairement dilaté, & quand on perça cet Intestin il en sortit beaucoup de vents avec le même bruit & les mêmes sifflements que d'un ballon bien enflé. On trouva aussi à la Vessie deux appendices qui en sortoient en forme de sacs, & qui étoient remplies d'urine. Toute la merveille consiste en ce que ces dilatations extraordinaires & du Colon & de la Vessie étoient sans douleur. Il falloit absolument que ces deux Viscères fussent devenus paralytiques. M. Berger rapporte cette paralysie à ce que le Malade buvoit beaucoup de vin & d'eau-de-vie, & mangeoit peu. Les sels acrés de ces liqueurs pouvoient avoir corrodé les fibres nerveuses de ces Viscères, avoir affoibli peu à peu, & enfin absolument détruit leur ressort, ce qui les avoit rendus incapables en même temps & de résister à une grande extension, ou de se remettre après l'avoir soufferte, & de recevoir les esprits qui font le sentiment. La manière dont ces deux effets sont produits ensemble demanderoit un grand détail Mécanique, où M. Berger entra, mais c'est un Système assez important, & assez difficile pour mériter d'être traité à part.

Monsieur Homberg a donné une Observation sur V. les M.
un Battement de Veines semblable à celui des Ar. p. 259.
teres.

V. les M.
pag. 6.

Monsieur du Verney le jeune a donné sur une Hidropisie du Cerveau, une Observation rapportée dans les Memoires, & qui fait part d'une espece de corps d'Observations qu'il a faites sur l'Hidropisie en general.

V. les M.
pag. 48.

Monsieur Tournefort lut à l'Academie une ample & exacte Description du Castor, qui lui avoit été envoyée de Quebec par M. Sarrafin son Correspondant, Medecin du Roi en Canada.

* pag. 14.

Cette année M. Lémery le fils imprima une *Dissertation sur La nourriture des Os* qu'il avoit lûë à l'Academie. Il y prouve que ce n'est point la Moëlle qui nourrit les Os, mais un Suc tout different versé dans leur substance par les arteres, car les Os malgré leur solidité ont des arteres & des veines aussi bien que les chairs, & M. Méry a fait voir un Os fort dur traversé en long dans toute son épaisseur par un gros vaisseau sanguin. Sur la Moëlle & sur les vaisseaux sanguins des Os, invisibles ordinairement à un certain âge, M. Lémery tombe dans les mêmes pensées que l'on a rapportées dans l'Hist. de 1700.* Il confirme par une experience qu'il a faite, la difference de la Moëlle & du Suc nourricier des Os. Il a fait bouillir dans de l'eau assés longtemps des Os concassés avec leur Moëlle, & ensuite il a vû que l'eau contenoit deux sortes de substances, l'une huileuse, qui surnageoit, & qui se figeoit quand le bouillon étoit refroidi, l'autre semblable par son goût & par sa consistance à de la gelée de viande, & qui devenoit plus épaisse quand on la faisoit bouillir de nouveau, &

qu'on la laissoit ensuite refroidir. Il est plus que vraisemblable que la premiere substance étoit la Moëlle, & la seconde le Suc nourricier. La Moëlle destinée à entretenir la souplesse de l'Os, & à l'empêcher de devenir trop cassant, est une Huile fort fine que la chaleur du corps tient toujours assez liquide pour s'insinuer entre les fibres serrées de l'Os. Le suc nourricier qui doit se changer en la substance même de l'Os est une gelée, ainsi que tout autre suc nourricier, & une gelée qui s'épaissit toujours à la chaleur, & par conséquent peut enfin acquérir la solidité de l'Os. On ne tire la substance huileuse que des Os qui ont de la Moëlle, & de tous on en tire la gelée, ce qui appuie fort encore le sentiment de M. Lémery. Il remarque aussi que les seuls Os qui ayent de la Moëlle sont ceux qui font de grands mouvements, & qui par là pourroient se dessécher trop, de même que les parties où la nature a attaché le plus de graisse sont ordinairement celles où les Muscles ayant plus d'action ont plus de besoin d'être humectés & rafraîchis. De là vient encore qu'il y a beaucoup moins de Moëlle à proportion dans les jeunes Os, qui sont eux-mêmes assez tendres.



C H I M I E.

SUR LA RECOMPOSITION

DU SOUFRE.

ON n'est jamais si sûr d'avoir décomposé un Mixte V. les M. pag. 278. en ses veritables principes, que quand avec les memes principes on le peut recomposer. Ce rétablissement n'est pas toujours possible, & quand il ne l'est pas,

il ne conclut pas nécessairement contre l'analyse du Mixte, mais il la démontre quand-il réussit. C'est un esped de bonheur dont il faut jouir quand il se presente.

* pag. 47.
& suiv.

On a vu dans l'Hist. de 1703.* l'analyse que M. Homberg a fait du Souffre commun. M. Geoffroy a voulu voir s'il la veriferoit par la recomposition de ce corps, & le succès a été pleinement favorable.

Il a pris de l'Esprit de Souffre bien délegmé, c'est-à-dire le Sel acide du Souffre aussi pur qu'on le puisse avoir, une partie égale de cette Gomme que M. Homberg tire du Souffre, & qui en est la partie inflammable, & grasse, & pour suppléer au troisième principe qui est une terre, ou un alcali terreux, il a joint une partie d'huile de Tartre; l'opération ayant été conduite selon les regles de l'art, il a tiré de ce mélange du Souffre brûlant tout pur.

Il a fait plus, il a composé du Souffre, non en le recomposant avec les mêmes matieres qui en étoient sorties, mais en employant d'autres matieres qu'il a jugé devoir être de la même nature. Ainsi en substituant au Sel acide du Souffre l'Huile de Vitriol, & à la partie grasse & inflammable, l'Huile de Terebenthine, il a réussi de la même maniere.

Les Sels Fixes, qui sont des Acides absorbés & retenus par une terre, tenant lieu de deux principes du Souffre à la fois, n'ont eu besoin que d'être mêlés avec une Huile inflammable, & ils ont aussi-rôt donné du Souffre; & même au lieu de cette Huile, M. Geoffroy a employé aussi heureusement des matieres solides inflammables, comme le bois, le charbon de bois, le charbon de terre. L'effet a été le même parce que ces matieres ne brûlent que par une huile qu'elles renferment.

Il faut remarquer que tous les Sels acides envelopés dans une terre ne se sont pas trouvés propres à faire du Souffre. M. Geoffroy excepte le Sel marin décrepité, & le Nitre Fixé. Peut-être leur acide est-il différent

de celui du Souffre ou du Vitriol, ou de l'Alun, qui ne sont que le même. L'acide qui entre dans le Souffre devra donc être d'une nature particulière, & on peut l'appeler *vitriolique*.

Boyle & Glauber, deux grands Chimistes, ont fait tous deux du Souffre commun, & par des mélanges tels que M. Geoffroy les prescrit. Mais ils se sont trompés tous deux dans les conséquences qu'ils ont tirées. Ils ont crû, l'un que le Souffre qui lui venoit avoit été renfermé dans un sel Fixe, l'autre, dans du charbon, & ils n'ont pas sçu que c'étoit le mélange seul de trois principes, qui produisoit ce Mixte. L'erreur de ces grands Hommes relève le mérite de la découverte de M. Homberg.

Si celle que M. Geoffroy a faite en travaillant sur le Souffre, se verifie dans la suite, elle sera plus importante que tout ce qui avoit été le principal objet de son travail. Il croit avoir reconnu que le fer n'est, aussi bien que le Souffre commun, qu'un composé du Souffre principe, ou d'une matière inflammable, d'un Sel vitriolique, & d'une terre. La rouille du fer, c'est à dire une dissolution qui se fait de quelques-unes de ses parties par l'humidité de l'air, prouve assez que ces parties là sont salines, & leur goût, qu'elles sont vitrioliques, & la facilité avec laquelle le fer s'enflamme, fait voir combien il est sulfureux. Mais à ces indices manifestes M. Geoffroy joint des preuves plus philosophiques. Il a fait du fer par le mélange des trois principes rapportés, du moins c'est une poudre noire, pesante, & qui s'attache à l'Aiman, caractère specique du fer.

Si la composition de ce metal étoit une fois bien sûrement développée, apparemment ce seroit un degré pour passer à celle des autres Metaux. La Chimie ne se peut rien proposer de plus grand ni de plus difficile que de les connoître jusque dans leurs principes, & peut-être après cela ce fameux objet de tant de recherches inutiles, cesseroit-il d'être chimerique.

O B S E R V A T I O N

C H I M I Q U E

Monsieur Homberg a fait voir une espece de petit arbrisseau d'argent, haut de près de 2 pouces, élevé sur une plaque d'argent de la grandeur d'une piece de trente sous, & un peu plus pesante, dont la superficie qui portoit l'arbrisseau étoit extrêmement polie, l'opposée étant grenuë & raboteuse. Le fait est que M. Homberg avoit mis à la Coupelle environ deux Onces d'argent pour le purifier par trois fois autant de plomb. La Coupelle étant faite & l'argent congelé dans le feu, il s'éleva de dessus sa superficie comme un petit jet d'argent liquide, qui forma l'arbrisseau. Apparemment la matiere qui étoit sous cette petite voute, & qui bouillonna encore, n'ayant pas la liberté de s'étendre, avoit percé la voute par l'endroit le plus foible, ou du moins à l'endroit qui répondoit à la plus grande chaleur du feu, & avoit fait le jet qui s'étoit ensuite congelé à l'air.

Monsieur Lémery a continué son grand Traité de l'Antimoine.

BOTANIQUE.

BOTANIQUE.

OBSERVATION

BOTANIQUE.

Monsieur Lémery a dit qu'un de ses amis, curieux du jardinage, ayant entré sur un Coignassier une branché de Prunier, plia la greffe en arc, & en fit entrer la pointe dans un autre endroit du Coignassier, après quoi il fit avec de la terre glaise ce qu'on appelle des *Poupées* aux deux bouts de cette greffe. Elle prit par les deux bouts, & jeta des branches garnies de feuilles, qui produisirent dans leur temps des Prunes de l'espece de celles que portoit le Prunier, & d'un goût fort approchant. Mais celles qui étoient sorties de la pointe de la greffe, n'avoient pour noyau qu'un pépin gros comme celui du raisin, & fort dur, au lieu que les Prunes sorties du bout d'en-bas avoient un noyau à l'ordinaire.

Monsieur Tournefort a donné la Description de l'*Alhagi*, Plante d'Armenie & de Perse, d'où l'on tire une espece de Manne purgative, & du *Chamaerhododendros* de Levant.

V. les M.
P. 348.

M. Marchand a lû la Description de la *Linaria hetero Foliis* Col. ou *Cymbalaria* C. B. réservée pour un ouvrage particulier.

M. Chomel a lû aussi la Description de la *Moschatellina Foliis Fumariæ bulbosæ* J. B.

LE P. Götŷe a communiqué à l'Academie des descriptions de quelques Plantes d'Amerique envoyées par le P. Breton, Miſſionnaire Jeſuite. Ces Plantes ſont le Thé, le Sapotile, Liane, Cuébé, Mabouya pom-mier, & le Mahor à coton.



ARITHMETIQUE.

SUR UNE PROPRIÉTÉ

GÉNÉRALE DE TOUTES

LES PUISSANCES.

Monsieur Carré parla un jour par occasion d'une propriété du nombre 6. Les nombres Cubiques naturels, 8, 27, 64, 125, dont la racine est moindre que 6, étant divisés par 6, le résidu des divisions est leur racine même. Ainsi 8 étant divisé par 6, 2 résidu de la division est la racine cubique de 8. 3 résidu de la division de 27 par 6, est la racine cubique de 27 &c.

Si l'on pousse plus loin la Suite des Cubes naturels, 216 cube de 6 étant divisé par 6 ne laisse aucun reste, & le diviseur 6 est lui-même la racine cubique, mais 343 cube de 7 divisé par 6 laisse pour résidu 1, qui joint à 6, fait cette racine cubique de 343, 512 cube de 8 divisé par 6, laisse 2, qui joint à 6 fait 8 racine cubique de 512, & ainsi de suite, de sorte que le résidu des divisions des cubes au dessus de 216 divisés par 6, étant joint à 6, donne toujours la racine du cube qu'on a di-

visé, jusqu'à ce que ce reste soit 5, & par conséquent la racine cubique du nombre divisé, après quoy le Cube supérieur étant divisé par 6 il ne reste rien, parce que la racine cubique est 12, multiple de 6, & ensuite si l'on continuë de diviser par 6 les Cubes supérieurs, il ne faut plus ajouter le résidu des divisions à 6, mais à 12 premier multiple de 6; & immédiatement après qu'on aura passé le Cube de 18, où l'on trouvera encore une division sans reste, il ne faudra plus ajouter le résidu des divisions à 6, ni à 12, mais à 18 second multiple de 6, & toujours ainsi de suite, prenant toujours de six cubes en six cubes après une division sans reste un multiple supérieur de 6, auquel on ajoutera le résidu de la division faite par 6.

Il arrive presque toujours que les propriétés qui paroissent particulieres à quelques grandeurs, soit nombres, soit lignes, sont generales & communes à une infinité d'autres grandeurs, conditionnées de la même maniere, mais on n'apperçoit pas toujours ce qui fait que ces autres grandeurs sont de la même condition, & du même ordre, & de là vient que des propriétés generales passent pour n'être que particulieres à certaines grandeurs, en qui elles se manifestent plus sensiblement. M. de la Hire en examinant la propriété du nombre 6, par rapport aux nombres cubiques, trouva que tous les autres nombres élevés à quelque puissance que ce fût, avoient leur diviseur qui faisoit par rapport à eux le même effet, que 6 par rapport aux nombres cubiques.

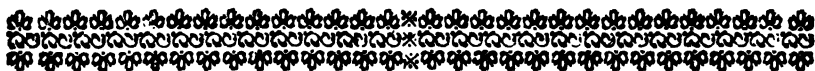
Telle est la règle generale qu'il a découverte. Si l'exposant de la puissance d'un nombre est pair, c'est-à-dire, si ce nombre est élevé à la 2^e, 4^e, 6^e puissance &c, il faut le diviser par 2, & le résidu de la division, en cas qu'il y en ait un, ajouté à 2 ou à un multiple de 2 donnera la racine de ce nombre correspondante à sa puissance, c'est-à-dire, la racine 2^e, ou 4^e ou 6^e &c. mais si l'exposant de la puissance du nombre est impair, c'est-à-dire, si le nombre est élevé à la 3^e, 5^e, 7^e

44 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

puissance &c, le double de cet exposant sera le diviseur qui aura la propriété dont il s'agit. C'est par là qu'elle se trouve dans 6, double de 3 qui est l'exposant de la puissance de tous les Cubes. De même 10 est le diviseur de tous les nombres élevés à la 5^e puissance, 14 de tous ceux qui sont élevés à la 7^e &c.

Quand on aura bien conçu quel est à l'égard des nombres cubiques l'effet du nombre 6, dans quels cas les divisions sont sans reste, & selon quel ordre il faut ajouter aux résidus les différents multiples de 6 au lieu de 6, il sera très-facile d'appliquer de même le nombre 2 à toutes les puissances paires, & les nombres 10, 14, 18 &c. aux différentes puissances impaires.

La démonstration de la Règle générale de M. de la Hire dépend de la formation des puissances, & de quelques considérations sur la nature des Nombres. Les propriétés des Nombres sont un champ infini, ouvert à la curiosité, & aux recherches de l'Esprit humain.



G E O M E T R I E.

SUR LA RECTIFICATION

DES COURBES.

v. les M.
p. 66. **O**N a déjà vû dans l'Hist. de 1701.* que M. Carré
* p. g. 83. avoit donné des Methodes generales pour la Rectification des Courbes. Il la consideroit alors en elle-même, & sans aucun rapport étranger, mais parce qu'il arrive quelquefois que la rectification d'une Courbe dépend de la quadrature d'une autre, il considere maintenant les rectifications comme liées aux quadratures.

Que l'on prenne pour les deux premiers termes d'une proportion la Soutangente de tel point qu'on voudra d'une Courbe quelconque, & sa Tangente, & pour troisième terme une ligne droite constante quelconque, il est visible que comme la Soutangente & la Tangente varieront toujours entre elles, le quatrième terme de la proportion variera toujours aussi, & variera dépendamment de la variation de la Soutangente & de la Tangente, & par conséquent on en pourra former continuellement les Appliquées d'une seconde Courbe. Or cette seconde Courbe étant ainsi formée, M. Carré démontre que l'espace qu'elle comprendra sera égal à un parallelogramme fait de la droite constante employée pour troisième terme de la proportion, & d'une autre droite égale à la première Courbe, c'est à dire que la rectification de cette première & la quadrature de la seconde ne seront qu'un même Problème, & ne demanderont que la même solution.

Si sur la Parabole on construit de cette maniere une seconde Courbe, on voit naître aussi-tôt l'Hiperbole, & par conséquent la rectification de la Parabole tombe dans la même impossibilité que la quadrature de l'Hiperbole.

Si la première Courbe est la seconde Parabole cubique, il s'en forme la Parabole ordinaire, qui étant quarrable donne une ligne droite égale à la seconde Parabole cubique. C'est une curiosité agréable en Geometrie, & même un progrès dans cette Science que de découvrir la source de la dépendance mutuelle où sont les uns à légard des autres les Problèmes des quadratures & des rectifications. On sçait donc non seulement que toute Courbe rectifiable répond à quelque Courbe quarrable, & toute Courbe non rectifiable à quelque autre non quarrable, & reciproquement, mais encore de quelle maniere il faut trouver l'une par l'autre.

*Sur les Lieux qui se forment par le concours des
Tangentes de la Cycloïde, & des Sections
Coniques.*

V. les M.
p. 209.

SUR une Courbe une fois formée, on en peut toujours construire d'autres, & il n'y a qu'à imaginer les conditions que l'on prescrira à cette nouvelle construction. Ainsi étant donnée une Cycloïde ordinaire, dont la base est égale à la circonférence du cercle generateur, les Tangentes que l'on tirera à deux de ses points quelconques prolongées jusqu'à ce qu'elles concourent, feront toujours un angle droit, pourvu qu'elles soient conditionnées d'une certaine manière que M. de la Hire prescrit. Tous les points que déterminent par leur concours hors de la Cycloïde toutes ces Tangentes ainsi prises deux à deux, font une suite qui n'étant pas en ligne droite compose une nouvelle Courbe, ou un *Lieu*, car on appelle Lieu en Geometrie toute ligne où tout espace qui se détermine par la variation de quelques grandeurs, toujours réglée de la même manière, & assujétie à une certaine Loi.

En cherchant quelle est la nouvelle Courbe produite par la Cycloïde, M. de la Hire trouve que c'est une autre Cycloïde, mais *accourcie*, c'est-à-dire dont la base est plus petite que la circonférence de son cercle generateur.

Mais si les angles par lesquels se forme la seconde Courbe, au lieu d'être droits comme on les a supposés, étoient aigus ou obtus, & tous égaux entre eux, comme ce seroit une autre generation, ce seroit aussi une autre recherche. En ce cas-là, M. de la Hire démontre que la seconde Courbe seroit encore une Cycloïde accourcie. Il fait ensuite un grand nombre de remarques sur les contours, les positions, enfin sur les différentes

particularités de ces nouvelles Cycloïdes.

Il étend après cela toute cette Theorie aux Sections Coniques, & examine les Lieux qui naissent du concours de leurs Tangentes, sous quelques angles qu'elles se rencontrent, pourvû seulement qu'ils soient égaux. Toutes les nouvelles Courbes qui naissent, ne sont que des Sections Coniques; mais tout le détail qui n'est que de pure Geometrie doit être renvoyé au Memoire de l'Auteur.

S U R L E S S P I R A L E S A L' I N F I N I.

SI l'on vouloit faire un parallele des Geometres Anciens & Modernes, & comparer leur different merite, les Spirales dont nous allons parler, en fourniroient peut-être une occasion plus heureuse qu'aucune autre matiere. V. les M. P. 69.

Archimede a fait un Traité des Spirales, & tout le monde connoît leur generation. On suppose le rayon d'un cercle divisé en autant de parties que sa circonference, par exemple en 360. Le rayon se meut sur la circonference, & la parcourt toute entiere. Pendant ce même temps, un point qui part du centre du cercle se meut sur le rayon, & le parcourt tout entier, de sorte que les parties qu'il parcourt à chaque instant sur le rayon sont proportionnelles à celles que le rayon parcourt dans le même instant sur la circonference; c'est-à-dire, que tandis que le rayon parcourt, par exemple, un degré de la circonference, le point qui se meut sur le rayon en parcourt la 360^e partie. Il est évident que le mouvement de ce point est composé, & si l'on suppose qu'il laisse une trace, ce sera une Courbe qu'Archimede a nommée *Spirale*, dont le Centre est le même que celui du Cercle, & dont les Ordonnées ou *Rayons* sont

les différentes longueurs du rayon du cercle, prises depuis le centre, à l'extrémité desquelles le point mobile s'est trouvé à chaque instant. Par conséquent les Ordonnées de cette Courbe concourent toutes en un point, & elles sont entre elles comme les parties de la circonférence du cercle correspondantes, qui ont été parcourues par le rayon, & qu'on peut appeller *arcs de revolution*.

Quand le rayon du cercle a parcouru toute la circonférence, & que par conséquent le point mobile est arrivé à l'extrémité du rayon, on peut concevoir que ce rayon soit prolongé hors du cercle d'une quantité égale à celle dont il étoit, & qu'il commence une seconde revolution dans les mêmes conditions que la première, & de même à l'infini. Voila donc la Spirale infiniment prolongée. Le cercle de la première revolution est toujours le même, mais dans la seconde revolution les arcs auxquels les Ordonnées de la Spirale doivent être proportionnelles, sont la circonférence du cercle de la première revolution, plus l'arc décrit de nouveau dans la seconde, & toujours ainsi de suite. Si l'on conçoit à la fin de chaque revolution un nouveau cercle décrit, concentrique au premier, on les appelle *Cercles circonscrits*, chacun à sa revolution.

Archimede, inventeur de la Spirale est aussi le premier qui l'a examinée. Il en a trouvé les Tangentes, ou, ce qui revient au même, les Soutangentes, & ensuite les Espaces. Il démontre qu'à la fin de la première revolution la Soutangente de la Spirale est égale à la circonférence du cercle circonscrit, qui est alors le même que celui sur lequel on a pris les arcs de revolution, qu'à la fin de la seconde revolution la Soutangente est double de la circonférence du cercle circonscrit, triple à la fin de la troisième revolution, & toujours ainsi de suite. Quand aux Espaces, qui sont toujours compris entre le rayon qui termine une revolution, & l'arc Spiral qui s'y termine aussi, pris depuis le centre, Archimede

Archimede a prouvé que l'espace spiral de la premiere revolution est à l'espace de son cercle circonscrit comme 1 à 3, que l'espace de la seconde revolution est au cercle circonscrit comme 7 à 12, celui de la troisieme, comme 19 à 27 &c. Ce sont là les deux plus considerables découvertes du Traité d'Archimede.

Nous avons ses propres demonstrations. Elles sont si longues, & si difficiles à embrasser, que, comme on l'a pû voir dans la Préface de l'Analyse des Infiniment petits, M. Botillaud a avoué qu'il ne les avoit jamais bien entendues, & que Viète les a injustement soupçonnées de paralogisme, parce qu'il n'avoit pû non plus parvenir à les bien entendre. Mais toutes les preuves qu'on peut donner de leur difficulté & de leur obscurité tournent à la gloire d'Archimede, car quelle vigueur d'esprit, quelle quantité de vûes differentes, quelle opiniâtreté de travail n'a-t-il pas fallu pour lier & pour disposer un raisonnement que quelques-uns de nos plus-grands Geometres ne peuvent suivre, tout lié & tout disposé qu'il est.

L'esprit de la Geometrie moderne est d'élever toujours les verités soit anciennes, soit nouvelles à la plus grande universalité qu'il se puisse. Dans la Spirale d'Archimede les Ordonnées ou rayons sont comme les arcs de revolution; M. de Fermat rendit la generation de cette Courbe plus universelle, en supposant que les rayons y fussent comme telle puissance qu'on voudroit de ces arcs, c'est-à-dire, comme leurs quarrés, leurs cubes &c, ou même leurs racines quarrées, cubiques &c. Car les Geometres savent que les racines sont des puissances mises en fraction.

La nature de la Parabole en général consiste en ce que ses Abscisses sont comme quelque puissance des Ordonnées, & c'est l'infinité de ces puissances possibles qui fait le nombre infini des differentes especes de Paraboles. Sur cela, M. Varignon fit reflexion que prendre une puissance quelconque des arcs circulaires, à la maniere

de M. de Fermat, ou les prendre comme les Ordonnées de quelque Parabole, c'étoit donc la même chose. Mais pourquoi ne les prendre que comme des Ordonnées de quelque Parabole? Pourquoi ne suivroient-ils pas la raison des Ordonnées de toute autre Courbe? Voilà donc la generation de la Spirale devenuë plus universelle qu'elle ne l'étoit selon M. de Fermat, puisque ces arcs de revolution peuvent suivre telle raison qu'on voudra. D'un autre côté, rien n'assujerit les rayons de la Spirale à se regler sur les arcs de revolution, ni sur aucune de leurs puissances, & par conséquent la generation de la Spirale n'est plus renfermée dans aucunes bornes, puisque cette Courbe se peut former de telle raison qu'on voudra imaginer entre ses rayons, & de telle autre qu'on supposera entre ses arcs de revolution.

En concevant la formation de toute Spirale en general, ainsi que nous avons conçu celle de la Spirale d'Archimede, c'est-à-dire en concevant une ligne qui parcourt une circonférence de cercle, & un point mobile sur cette ligne, il est bien clair que le mouvement de la ligne & celui du point sont absolument indépendants l'un de l'autre, & peuvent suivre, chacun en particulier, telle progression qu'on voudra. De là vient l'universalité infinie de la generation de la Spirale, car c'est le mouvement de la ligne qui détermine les arcs de revolution, & celui du point qui détermine les rayons.

Quelques différentes raisons ou progressions qu'on établisse pour les deux mouvements, on peut toujours imaginer une Courbe dont les Abscisses représenteront l'une, & les Ordonnées l'autre, & par conséquent il n'y a nulle Courbe qui ne puisse servir à former une Spirale, & qui, pour ainsi dire, n'ait sa Spirale particulière. Les Abscisses de la Courbe generatrice sont les rayons de la Spirale, & les Ordonnées déterminent les arcs de revolution.

Afin que les Abscisses de la Courbe generatrice soient les rayons de sa Spirale, ou, ce qui est la même chose,

soient égales à ces rayons, il faut que comme la Spirale a son origine au centre du cercle de revolution, la Courbe generatrice y ait aussi la sienne. Mais parce que cette position de la Courbe generatrice à l'égard du cercle de revolution n'est nullement necessaire, quoique la plus naturelle & la plus simple, & qu'on en peut supposer telle autre qu'on voudra, M. Varignon laisse cette position indifferente & indéterminée, ce qui donne encore une plus grande generalité à la formation des Spirales, car non seulement il peut y en avoir autant de différentes que de Courbes, mais encore autant que l'origine de chaque Courbe peut avoir de positions différentes par rapport au centre du cercle de revolution. Ainsi, ce qui auroit pu paroître un Paradoxe, il y a plus de genres de Spirales possibles, que d'autres Courbes, quoique les Spirales ne soient qu'une espece de Courbes.

Quand l'origine de la Courbe generatrice n'est pas au centre du cercle de revolution, ses Abscisses ne laissent pas de regler toujours les rayons de la Spirale. Seulement il faut ajouter à ces Abscisses ou en retrancher une certaine quantité, qui est déterminée par l'éloignement de l'origine de la Courbe à l'égard du centre du cercle de revolution.

La position de la Courbe generatrice demeurant donc indéterminée, & par consequent aussi le rapport de ses Abscisses aux rayons de la Spirale, il ne reste rien de constant que le rapport de ses Ordonnées aux arcs de revolution; qu'elles déterminent toujours. Aussi est-ce uniquement sur ce rapport que M. Varignon fonde une Equation generale pour toutes les Spirales possibles à l'infini. Il ne faut pour amener cette Equation à quelque chose de particulier qu'y faire entrer l'expression des Ordonnées de quelque Courbe particuliere. Et comme l'expression des Ordonnées d'une Courbe enferme necessairement ses Abscisses, on trouvera par là quels seront les rayons de la Spirale, selon la position qu'on aura donnée à la Courbe generatrice.

Par exemple, si la generatrice est une Parabole en général, dont les Ordonnées montent à telle puissance ou tel degré qu'on voudra, & si l'on suppose que son sommet soit au centre du cercle de revolution, on voit aussi-tôt la Spirale generale qui devient particuliere, ou plutôt moins generale, puisqu'elle comprend encore une infinité d'especes, dont chacune répond à chaque espece de Parabole. M. Varignon trouve les Soutangentes de cette Spirale Parabolique generale, le rapport de ces Soutangentes, soit au cercle de revolution, soit à leur cercle circonscrit, lorsqu'elles terminent une revolution, ou, lorsqu'elles sont dans le cours d'une revolution, leur rapport à la portion de cercle correspondante, tous les espaces spiraux, soit tout ce qu'il y en a de compris dans tel nombre de revolutions qu'on voudra, soit l'espace seul de quelque revolution complete, soit l'espace seul de quelque partie de cette espace; enfin les *déroulemens* de ces Spirales, c'est-à-dire les Courbes qui naîtroient, si les rayons ou Ordonnées qui concourent toutes en un point étoient toutes posées sur un axe parallelement entre elles, selon l'ordre qu'elles avoient, & en conservant la même grandeur.

Tout l'artifice de cette Spirale Parabolique generale ne consiste qu'en ce que le degré de la Parabole generatrice a été laissé indéterminé, & lorsqu'on le détermine, il vient enfin une Spirale particuliere, &, pour ainsi dire, individuelle, & qui ne peut descendre davantage. Les Geometres conviennent que le Triangle peut passer pour la premiere espece de Parabole, dans laquelle les Ordonnées sont en même raison que les Abscisses; d'ailleurs dans la Spirale d'Archimede les arcs de revolution sont comme les rayons, & par consequent elle peut être produite par le Triangle ou par la Parabole du premier degré. Aussi quand on détermine le degré general de la Parabole à n'être que l'unité, toutes les propriétés qu'Archimede a découvertes dans sa Spirale s'offrent aussi-tôt, & accompagnées de plusieurs autres qu'il n'a pas vûes.

C'est-là le grand avantage des Geometres modernes sur les Anciens. Un nombre de verités infiniment plus grand nous coûte infiniment moins, non que nous ayons un genie superieur, mais parce que nous avons d'excellentes methodes. La gloire des Anciens est d'avoir pu faire sans le secours de nôtre art le peu qu'ils ont fait, & la gloire des Modernes est d'avoir trouvé un art si merveilleux. Les Anciens ressembtent aux Habitans du Mexique & du Perou, qui n'ayant ni Gruës ni Instrumens pareils, & ne sçachant point échafauder, ne laissoient pas d'élever des Bâtimens à force de bras, & les Modernes sont les Européens qui bâtissent incomparablement mieux, mais avec des Machines.

On voit d'un seul coup d'œil par la Formule generale de M. Varignon, que dans la Spirale d'Archimede engendrée par la Parabole du premier degre ou par le Triangle, les Soutangentes qui terminent chaque revolution sont entre elles comme la suite des quarrés naturels, 1, 4, 9 &c. Que dans la Spirale engendrée par la Parabole du second degre qui est la Parabole ordinaire, ces mêmes Soutangentes sont entre elles comme les racines quarrées des Cubes des nombres naturels, c'est-à-dire, comme les racines quarrées de 1, de 8, de 27, de 64 &c. Que dans la Spirale engendrée par la Parabole du troisieme degre, ou cubique, elles sont comme les racines cubiques des quatriemes puissances des nombres naturels, & enfin l'on trouve toujours avec la même facilité la progression qui regne entre ces Soutangentes dans quelque Spirale parabolique que ce soit, ce qui fourniroit encore de nouveaux Theorèmes fort universels, si l'on vouloit comparer ces differentes progressions en differentes Spirales. Rien ne plaît davantage à l'esprit en fait de Geometrie, que de voir naître d'une même grandeur differemment conditionnée, ces differens ordres infinis de progressions, également invariables dans toutes leurs parties, & qui ne se démentent jamais.

Les Soutangentes comprises dans le cours de quelque revolution se tirent de la Formule generale avec la même facilité que celles qui terminent une revolution quelconque, seulement elles ne sont pas exprimées par les nombres de ces progressions que nous venons de marquer, mais par des nombres moyens. Les Soutangentes trouvées rien n'est plus facile que de déterminer en general leur rapport aux circonférences de leurs cercles circonscrits, ou à celle du seul cercle de révolution.

Il en va de même des espaces de toutes les Spirales paraboliques, comparés à leurs cercles circonscrits, soit qu'on les prenne par revolutions completes ou incompletes. M. Varignon les donne tous à la fois, & ce qu'on a rapporté ci-dessus des espaces de la Spirale d'Archimede, est presque étouffé & anéanti dans cette multitude.

La Theorie des déroulements n'est pas moins generale. Toute Spirale parabolique se déroule en une Parabole plus élevée d'un degré que sa generatrice. Ainsi la Spirale d'Archimede déroulée devient la Parabole commune. De là, il suit fort naturellement qu'une Spirale Parabolique déroulée contient un espace parabolique double de l'espace spiral qu'elle contenoit.

La Spirale parabolique déroulée est de la même longueur dont elle étoit auparavant, & par conséquent elle n'est rectifiable que quand la Parabole en laquelle elle se change l'est aussi, car il n'y a que certaines especes de Paraboles qui soient rectifiables. La Parabole commune ne l'étant pas, la Spirale d'Archimede ne l'est pas non plus.

Si au lieu de prendre la Parabole en general pour generatrice d'une Spirale, on prend de même en general l'Hyperbole entre ses Asymptotes, tout le reste demeurant le même, les changements qu'il faut faire dans la formule des Spirales à l'infini, sont bien-tôt faits, & la Spirale hyperbolique generale paroît avec toutes ses propriétés enveloppées dans son Equation, d'où le calcul

algébrique les développe facilement.

L'origine de la Spirale hyperbolique est à une distance infinie du centre de son cercle de revolution, au lieu que l'origine de la Spirale parabolique est à ce même centre. La Spirale hyperbolique, quoiqu'elle parte d'un point infiniment éloigné de ce cercle, y arrive cependant après une seule revolution, & quand elle en a coupé la circonference, quoique de là au centre il n'y ait qu'une distance finie, elle n'y peut arriver qu'après une infinité de revolutions, ou, ce qui est la même chose, elle n'y peut arriver.

Cet exemple peut suffire pour faire imaginer les variétés dont les Spirales sont susceptibles selon les différentes Courbes qui les produisent. Une Courbe fort simple peut produire une Spirale assez bizarre. Ainsi celle qui résulte du Cercle pris pour Courbe generatrice a un point de rebroussement tel que ses deux concavités sont tournées du même côté, ce qui est l'espece la moins ordinaire de rebroussement. Après cela, on ne sera pas surpris de trouver des Spirales avec des points d'inflexion. On en verra même qui ont des contours plus singuliers qu'aucune Courbe que l'on ait examinée jusqu'à présent.

Les Methodes dont M. Varignon s'est servi pour trouver les Soutangentes, les longueurs, les espaces, les déroulements &c, des Spirales paraboliques, se peuvent aisément appliquer à toutes les autres especes de Spirales. Il donne même des exemples de la maniere dont il faudroit considerer des Spirales produites par des Courbes, qui seroient autrement posées à l'égard du centre du cercle de revolution qu'on ne l'a supposé jusqu'ici.

Il ne nous resteroit plus rien à dire pour donner une idée de la Theorie de M. Varignon sur les Spirales, si ce n'étoit une Spirale assez fameuse chés les nouveaux Geometres pour meriter d'être traitée en particulier, & qui le merite d'autant plus qu'elle a servi de modele à M. Varignon pour en former d'autres de son

espece qui n'étoit point encore connuë.

La Courbe qu'on appelle *Logarithmique* est telle que si l'on prend ses Abscisses en progression arithmetique, ses Ordonnées seront en progression geometrique, & de là vient son nom. Si les Ordonnées sont croissantes vers une extremité de l'axe, elles sont necessairement décroissantes vers l'autre, & comme elles sont en progression geometrique, elles ne peuvent jamais décroître jusqu'à zero, c'est-à-dire que la Courbe Logarithmique ne peut jamais venir à rencontrer son axe, quoiqu'elle s'en approche toujours, & que par consequent cet axe est son Asymptote.

Il y a long-temps que sur l'idée de la Logarithmique on a imaginé une Spirale, qu'on a appelée *Spirale Logarithmique*, parce qu'elle est Logarithmique aussi, car si sur son cercle de revolution on prend les arcs en progression arithmetique, les rayons de cette Spirale seront en progression geometrique.

Pour-la former, M. Varignon pose la Logarithmique, de maniere que son Asymptote soit perpendiculaire au rayon, où commencent & se terminent les revolutions completes. Mais s'étant avisé de donner à la Logarithmique une position qui fît un effet contraire, il a vu naître une autre Spirale, & qui étoit Logarithmique aussi, puisque ses Ordonnées étant prises en progression arithmetique décroissante, les arcs de revolution en suivoient une geometrique croissante. Cette nouvelle Spirale Logarithmique, qui a l'Asymptote de la Logarithmique pour le commencement & la fin de ses revolutions completes, a aussi l'extremité de cette Asymptote pour son origine, & par consequent commence à une distance infinie de son cercle de revolution, ainsi que la Spirale hiperbolique, au lieu que l'ancienne Spirale Logarithmique ne commence qu'à une distance finie de son cercle. La nouvelle arrive au centre, & l'ancienne n'y peut arriver.

Les deux Spirales Logarithmiques épuisent toutes les combinaisons qu'on peut faire de la progression arithmetique.

tique & de la geometrique entre les Ordonnées ou rayons, & les arcs de revolution, & ce sont les seules Spirales que la Logarithmique puisse produire. Mais si l'on vouloit que les arcs d'une Spirale quelconque pussent suivre la progression soit arithmetique soit geometrique, tandis que les Ordonnées ou les arcs de revolution suivroient celle que les arcs de la Spirale ne suivroient point, il resulteroit de ces deux progressions differemment distribuées à trois grandeurs six combinaisons, & par consequent six Spirales Logarithmiques possibles, puisque ce qui fait qu'une Spirale est Logarithmique, c'est que quelques-unes des grandeurs qui la composent suivent l'une des deux progressions, tandis que les autres grandeurs suivent l'autre. C'est là la reflexion qui a conduit M. Varignon à découvrir cinq nouvelles Spirales Logarithmiques. Nous avons déjà vu la formation de la premiere des cinq, qui appartient, ainsi que l'ancienne, à la Logarithmique. Quant aux quatre autres nouvelles, M. Varignon a trouvé les differentes Courbes dont elles devroient naître, & il a donné leur formation & leurs propriétés, toujours par sa methode generale.

Une Spirale quelconque étant donnée, on peut aisément retrouver sa génératrice. Or toute Courbe dont les Ordonnées concourent en un point, peut être considérée comme une Spirale, & par consequent on peut supposer qu'elle a une generatrice, & la trouver. S'il est donc question de décrire une Courbe quelconque dont les Ordonnées soient concourantes en un point, on peut la traiter de Spirale, remonter à sa generatrice, & par le moyen de cette génératrice la décrire, selon la methode de M. Varignon. On peut donner à sa Theorie cet usage, si l'on ne veut pas qu'elle demeure simple Theorie.

ASTRONOMIE.

SUR DEUX ECLIPSES

DE LUNE.

V. les M.
pag. 6. 14.
197. 199.

UNE Eclipsé de Lune du 23 Decembre 1703, dont on ne parla dans l'Academie qu'en 1704, ne put être observée à Paris à cause des nuages dont le Ciel fut couvert. On en a pû voir le détail dans la *Connoissance des Temps* de 1703, tel qu'il avoit été prédit par le calcul astronomique.

Mais l'Academie reçut les observations qui en avoient été faites à Dunquerque par M. de Chazelles, à Montpellier par M^{rs} de Plantade & Clapiers, à Arles par M. Davisard, à Avignon par le P. Bonfa Jesuite, & à Marseille par le P. Laval Jesuite, Professeur en Hydrographie.

Il y eut dans ces différentes observations des particularités remarquables. L'Eclipsé arriva le matin, elle devoit commencer à Paris à 4^h 40', la Lune devoit se coucher éclipsee. A Montpellier on la vit, après l'immersion totale, vers les 6 heures, si sombre & si obscure qu'on avoit beaucoup de peine à y distinguer les taches, qui d'ordinaire sont aisées à reconnoître, quoique la Lune soit plongée dans l'ombre. Quelque temps après elle commença à rougir vers sa circonference, & circulairement, le milieu du disque demeurant plus obscur, & vers les 6 heures $\frac{1}{2}$ ce milieu obscur, & l'anneau rougeâtre qui l'envelopoit partageoient assés également le diametre du disque. Mais ce qui fut fort extraordina-

re, c'est qua 6 heures $\frac{1}{2}$ la Lune disparut dans le ciel, quoiqu'il fut très-serain, & très-net, qu'elle ne dût se coucher qu'à plus d'une heure de là, & que le crepuscule ne fut point encore assés fort pour l'effacer, puisqu'il laissoit voir des Etoiles, même du côté de l'Orient.

A Arles, la Lune parut toujours d'un rouge obscur & brun, après l'immersion totale, & au contraire, d'un rouge fort clair à Avignon & si clair qu'on l'eût crüe transparente, & éclairée du Soleil par derriere. A Marseille, la Lune fut rougeâtre dans sa partie qui étoit au Nord-ouest, & fort obscure dans la partie opposée. Elle disparut aussi vers les 7 heures, le ciel étant fort net.

Une autre Eclipsé de Lune du 17 Juin 1704 au soir, dont on n'auroit pû voir à Paris que la fin, qui n'y fut pas vûë à cause des nuages, fut observée de quelques autres endroits, dont on eut des relations, & fut remarquable principalement par une très-forte penombre qui parut à Montpellier à M^{rs} Bon, de Plantade, & de Clapiers.

On peut reduire à quelques causes generales les differents degrés d'ombre & de penombre, & les differentes couleurs qui paroissent dans les Eclipses de Lune. Il faut se souvenir d'abord de ce que c'est que la penombre expliquée dans l'Hist. de 1702*. Elle n'a été alors ^{* p. 73. *} considérée que comme formée par le globe seul de la ⁷⁴ Terre, & l'on a fait voir que la Lune pouvoit ne tomber que dans cette penombre, qui est un espace privé seulement des rayons d'une partie du Soleil, & non pas dans l'ombre qui est un espace où il n'entre absolument aucuns rayons. Par la formation de la penombre, il est visible qu'elle doit avoir differens degrés de clarté ou d'obscurité, selon qu'elle s'éloigne ou s'approche davantage de l'ombre. Mais si outre le globe de la terre, on considere aussi l'Atmosphere dont il est environné, il est certain qu'il s'y doit rompre des rayons, qui en vertu de cette refraction se rapprochant de la perpendicu-

laire, & se rabatant par conséquent vers l'axe de l'ombre de la terre, pourront aller se mêler dans la penombre, & la rendre plus claire qu'elle n'étoit naturellement, & peut-être iront-ils jusque dans l'ombre, qui en deviendra nécessairement moins obscure. Cela dépend de la grandeur de la refraction, c'est à dire de la densité de la matiere qui l'aura causée. Cette matiere peut varier dans l'Atmosphere, & par conséquent l'ombre & la penombre prises à la même distance du globe de la terre pourront en differens temps, & peut-être pendant la durée d'une même Eclipsé, avoir differens degrés de clarté ou d'obscurité.

M^{rs} les Astronomes de Montpellier ont eu sur cela, à l'occasion de cette forte penombre de l'Eclipsé du 17 Juin, une pensée assez nouvelle, & qui merite d'être suivie. Il ont cherché quelles étoient les parties de la surface de la terre comprises pendant cette Eclipsé, tant dans l'Hemisphère éclairé, que dans l'Hemisphère obscur, car si l'on peut juger que l'air de l'Hemisphère éclairé soit plus épais que celui de l'Hemisphère obscur, les rayons qui passeront par refraction de l'Hemisphère éclairé dans l'obscur, souffriront une moindre refraction, & étant moins rabatus vers l'axe de l'ombre de la terre, ne tomberont point dans le penombre, & au contraire. Ces Astronomes ont trouvé que la mer du Sud qui est très-vaste, étoit dans l'Hemisphère éclairé, & tout le grand Continent de l'Europe, de l'Asie, & de l'Afrique dans l'Hemisphère obscur, de sorte que les rayons rompus qui passaient de dessus la mer du Sud, & d'un air chargé de vapeurs, dans un air plus léger & sur des terres, ne doivent souffrir qu'une foible refraction, & c'est ce qui rendit si obscure la penombre de cette Eclipsé. Pour pousser cette recherche à sa dernière précision, il faut voir de plus quelle est la partie de la terre qui couvre de son ombre la partie Eclipsée de la Lune, & comparer cet endroit de la terre à ceux d'où il y peut venir des rayons rompus, ou plutôt, les différentes den-

sirés d'air. Si l'on peut s'assurer qu'il y ait dans ces densités quelque chose d'égal & d'uniforme, & que l'air d'une grande mer soit toujours plus épais que celui d'un Continent, ce qui paroît assez vraisemblable, on pourra faire par avance quelques conjectures sur le plus ou le moins d'obscurité de la penombre ou de l'ombre des Eclipses de Lune, & joindre ces prédictions physiques à celles qui sont purement astronomiques. Ce seroit un nouveau degré de connoissance qu'on auroit acquis, quoique l'on n'eût guere dû l'espérer.

Quand la Lune vûe en même temps de differens endroits paroît avoir differens degrés d'obscurité, ou même différentes couleurs, ainsi qu'il est arrivé dans l'Eclipse du 23 Decembre 1703. observée à Arles & à Avignon, cela ne se peut plus rapporter qu'aux différentes vapeurs particuliers de chaque lieu, & à leur différente quantité. Ce sont des especes de verres inégalement épais & diversement teints, au travers desquels le même objet est vû. Quoique le ciel paroisse fort net, ces vapeurs ne laissent par d'y être répandues. Dans l'Eclipse du 23 Decembre, une foible penombre devoit couvrir la Lune, l'air devoit être à Arles fort chargé de ces vapeurs invisibles, & au contraire fort pur à Avignon.

On ne peut guere attribuer qu'à ces mêmes vapeurs, que la Lune Eclipsée disparoisse dans le ciel, sans qu'il y ait d'ailleurs nul accident nouveau. Je suppose que la Lune a pris dans son Eclipse une certaine couleur peu différente de celle du ciel tel qu'il est alors, c'est-à-dire du fond sur lequel on la voit. Si les vapeurs interposées deviennent telles qu'elles rendent la couleur de la Lune entierement semblable à celle du fond, la Planete doit disparoître à nos yeux, & il est clair selon cette idée que ce phenomene surprenant ne doit être possible que dans les Eclipses, parce qu'en tout temps la couleur de la Lune est trop différente de celle du fond qui la porte.

Nous ne contons dans tout ceci que sur l'Atmosphere de la Terre, & sur les vapeurs qui y sont inégalement

répandus. Il est vrai que la Lune ne paroît pas avoir d'Atmosphère grossière & sensible, mais peut-être a-t-elle des vapeurs déliées, qui étant invisibles pendant qu'elle est lumineuse, contribuent à lui donner une couleur & une teinture, pendant qu'elle est dans l'obscurité. Quoi qu'il en soit, on peut croire que les Philosophes après avoir découvert, presque contre toute apparence de succès, tout ce qu'il y a de géométrique dans les Eclipses, viendront aussi à découvrir les causes des accidens physiques qui s'y mêlent, mais ce qui est physique doit naturellement se manifester le dernier, parce qu'il est plus compliqué, & plus variable.

*SUR LE MOUVEMENT
D'UN ASTRE EN ASCENSION DROITE
COMPARE' A SON MOUVEMENT
EN LONGITUDE*

V. 123 M.
P. 134

QUand un Astre parti du premier degré d'Aries est arrivé au premier degré du Cancer, il a fait par son mouvement en ascension droite le quart de l'Equateur, & par son mouvement en longitude le quart de l'Ecliptique, & la distance où il se trouve de l'intersection, ou, si l'on veut, de l'origine de ces deux grands Cercles est également de 90 degrés par rapport à l'un & à l'autre. Mais de ce que le quart de l'Ecliptique répond précisément au quart de l'Equateur, il ne s'ensuit pas que chaque autre partie égale de l'Ecliptique réponde à une partie égale de l'Equateur, & chaque degré de l'un à chaque degré de l'autre; l'obliquité de l'Ecliptique par rapport à l'Equateur ne le permet pas, & l'Astre qui arrivé au premier degré de Cancer a parcouru deux parties égales sur l'un & l'autre cercle, y avoit pendant tout son cours précédent, ou plutôt pendant chaque instant de ce cours parcouru des parties inégales. Ayant fait un degré par rapport à l'Equateur, il avoit

fait plus d'un degré sur l'Ecliptique, ou réciproquement. Mais puisque par un cours qui étant comparé à l'un & à l'autre cercle est inégal, il a fait à la fin sur l'un & sur l'autre un espace égale, il faut absolument qu'un degré de l'Ecliptique ait été tantôt plus grand, tantôt plus petit qu'un degré de l'Equateur, & comme il est constant que cette variation a été continuë & réglée, un degré de l'Ecliptique n'a pû, après avoir été plus grand qu'un degré de l'Equateur, devenir plus petit, sans passer par lui être égal. M. Parent appelle mouvement *mediocre* d'un Astre celui qu'il a lorsque ces deux differens degrés sont égaux, & il cherche à quel point de l'Ecliptique entre le premier degré d'Aries, & le premier degré de Cancer, doit être ce mouvement mediocre.

Pour rapporter les degrés de l'Ecliptique à ceux de l'Equateur il faut concevoir l'Equateur divisé de degré en degré par des Meridiens, qui coupent ensuite l'Ecliptique. Par là, chaque partie égale de l'Equateur a une partie de l'Ecliptique qui lui répond comprise entre les mêmes Meridiens, mais ces parties de l'Ecliptique sont toujours inégales, parce que l'espace qui est entre deux Meridiens diminuant & se serrant toujours à mesure qu'ils approchent du Pole où ils doivent concourir, la portion de l'Ecliptique qu'ils comprennent est d'autant plus petite qu'elle est plus éloignée de l'Equateur. Ainsi les deux Meridiens qui comprennent le premier degré de l'Equateur comprennent plus d'un degré de l'Ecliptique, ensuite une moindre portion de l'Ecliptique, mais toujours plus grande qu'un degré de l'Equateur, jusqu'à ce qu'elle lui soit égale, après quoi elle est toujours plus petite que ce degré, & enfin la plus petite qu'elle puisse être lorsqu'elle répond au 9^e degré de l'Equateur.

Il faut donc considerer le point du mouvement mediocre comme partageant en deux le quart de l'Ecliptique. Du côté d'Aries sont les parties de l'Ecliptique plus grandes chacune qu'un degré de l'Equateur, du

côté de Cancer celles qui sont plus petites. Le point du mouvement médiocre sera au 45° degré de l'Ecliptique, si les 45 degrés de l'Ecliptique qui sont vers Aries pris ensemble, l'emportent autant en grandeur sur 45 degrés de l'Equateur, que les 45 degrés vers Cancer leur cèdent, mais si cela n'est pas ainsi, ce point s'approchera d'Aries, en cas que pour faire la compensation il faille un plus grand nombre de parties vers Cancer, où, ce qui revient au même, si les parties de l'Ecliptique vers Aries l'emportent plus en grandeur sur les degrés de l'Equateur, que des parties prises à même distance de Cancer ne leur cèdent, & si l'on suppose le contraire, le point du médiocre mouvement s'éloignera d'Aries. Or moins l'Ecliptique sera supposée oblique, moins ses parties vers Aries l'emporteront sur les degrés de l'Equateur, & moins les parties vers Cancer leur céderont, & au contraire; de sorte qu'il est visible que c'est l'obliquité de l'Ecliptique qui doit seule régler la position ou la place du point du médiocre mouvement dans le quart de l'Ecliptique.

M. Parent trouve par une équation algébrique que ces trois grandeurs sont continuellement proportionnelles, le Rayon de la Sphere, la Tangente de l'arc qui est la distance de Cancer au point du mouvement médiocre, & le Sinus du complément de l'obliquité de l'Ecliptique. De là il suit évidemment que moins l'Ecliptique est oblique, plus le point du mouvement médiocre est éloigné de Cancer, ou proche d'Aries.

Mais l'obliquité de l'Ecliptique étant réellement constante, & déterminée de $23^{\circ} 29'$, on trouve aussi-tôt par la Formule de M. Parent que le point du mouvement médiocre est au $46^{\circ} 14'$ de l'Ecliptique, au lieu qu'il est placé dans plusieurs Tables astronomiques vers les 44 ou 45° . Cela vient de ce que les Tables ne l'ont pas déterminé par une Formule algébrique, comme a fait M. Parent, mais par des calculs où il entre un peu de tâtonnement, & qui assés souvent ne sont que des approximations

mations Les Formules d'Algebre , quand on les pent employer, frappent droit au but.

SUR LES PLANETES

EN GENERAL, ET SUR SATURNE

EN PARTICULIER.

ON ne sçauroit mieux ni relever la gloire de l'Astro-
nomie, ni excuser ce qui lui reste d'imperfection, V. les M.
p. 306.
qu'en montrant, comme a fait M. Maraldi, toutes les
difficultés qu'elle a eues à combattre, & qu'elle a pres-
que entierement surmontées.

Toutes les Planetes *principales*, car il ne s'agit point
ici de celles qui ne sont que des Lunes ou des Satellites,
tournent autour du Soleil, quelle que soit la ligne qu'el-
les décrivent autour de cet Astre, & leur mouvement
s'y rapporte uniquement. Il faudroit donc pour obser-
ver & pour calculer le cours des Planetes le plus com-
modément & le plus avantageusement qu'il fut possible,
qu'il y eut des Astronomes placés dans le Soleil. Sup-
posons qu'il y en ait effectivement.

Ils s'apercevraient d'abord que nulle Planete ne se-
roit dans tout son cours également éloignée du Soleil,
& qu'il n'y en auroit aucune qui n'eût son *Aphelie* & son
Perihelie, c'est-à-dire deux points diametralement op-
posés, dont l'un marqueroit le plus grand éloignement,
l'autre le moindre, & entre lesquels seroient de part &
d'autre ceux des *moyennes distances*.

Quand le mouvement des Planetes seroit égal & uni-
forme en lui-même, il paroîtroit inégal, parce que leur
distance à l'égard du Soleil seroit toujours inégale d'un
moment à l'autre. On les verroit aller plus lentement
vers leur *Aphelie*, & plus vite vers le *Perihelie*. Or on

ne ſçauroit calculer le mouvement des Planetes qu'en le ſuppoſant toujours égal, & par conſequent *moyen* entre la plus grande vîteſſe & la plus grande lenteur, ſauf à reduire enſuite ce mouvement *moyen* & faux, au *vrai* & *apparent* par des Tables qui marquent combien à chaque point de l'Orbe de la Planete, il faut ajoûter à ſon mouvement moyen ou en retrancher. C'eſt ce qu'on appelle *Equation additive & ſouſtraſtive*. Il eſt clair que la conſtruction de ces Tables dépend d'une détermination précise de l'Aphelie & du Perihelie. Mais ce ne ſont pas deux points viſibles dans le cours d'une Planete, & on ne les peut avoir que par une aſſés longue ſuite d'observations comparées les unes aux autres. Si par l'erreur des observations ou par celle des comparaiſons que l'on en fait, on ſe trompe d'un degré, par exemple, ſur la poſition de l'Aphelie, il y aura un degré dans l'Orbe de la Planete, où la Table donnera le moyen mouvement plus grand que le vrai, quoiqu'il ſoit réellement plus petit, & un autre degré où le contraire arrivera, & ſur tous les autres degrés ou points de l'Orbe ſans exception, l'équation ſera plus grande ou plus petite qu'elle n'eût été, ſi l'Aphelie & le Perihelie euſſent été bien poſés.

Leur poſition ne détermine que les degrés de l'Orbe où l'équation doit être additive ou ſouſtraſtive, & plus ou moins additive ou ſouſtraſtive, en un mot, la diſtribution de l'équation dans l'Orbe, mais la grandeur totale de cette équation dépend de la grandeur de l'*excentricité* de l'Orbe au Soleil conſideré comme centre. Cette excentricité n'eſt point un objet viſible, non plus que l'Aphelie & le Perihelie, il la faut conclure avec peine d'un grand nombre d'observations, & pour peu qu'on ſe trompe ſur ſa grandeur, toute l'équation ſera neceſſairement fauſſe en toutes ſes parties. De plus pour la diſtribuer dans l'Orbe, il faut ſçavoir quelle eſt la Courbe de l'Excentrique, car une Ellipſe, par exemple, ſe partagera en parties égales autrement qu'un Cercle, &

une certaine Ellipse autrement qu'une autre, or pour déterminer la Courbe d'une Orbe par les observations seules, il en faudroit un nombre presque infini, & l'on ne peut guere se passer de faire une hipothese qui concilie le plus grand nombre d'observations qu'il sera possible, mais qui sera toujours incertaine en elle-même.

Les Planetes se meuvent toutes dans des plans differens, quoiqu'à la verité peu inclinés les uns aux autres, mais d'autant plus difficiles à distinguer. Les Astronomes placés dans le Soleil seroient obligez à en choisir arbitrairement quelqu'un par rapport auquel ils mesureroient l'inclinaison des autres, je suppose qu'ils choisissent le plan qui passe par le centre du Soleil & de la Terre, & que nous appellons le plan de l'Ecliptique. Une Planete, par exemple, Jupiter ne pourroit être parfaitement en conjonction ou en opposition avec la Terre à moins que d'être dans le même plan, c'est à-dire, puisque les plans de l'Orbe de Jupiter & de celui de la Terre sont differents, mais inclinés, à moins que d'être dans l'un des deux points ou *Nœuds* diametralement opposés, qui sont l'intersection des Orbes de Jupiter & de la Terre. Plus l'angle que feroit l'Orbe de Jupiter avec celui de la Terre, ou avec le plan de l'Ecliptique seroit grand, plus Jupiter hors de ses nœuds seroit éloigné d'être en conjonction ou en opposition parfaite ou centrale avec la Terre. On voit donc que le calcul des conjonctions & des oppositions des Planetes demanderoit la connoissance précise des inclinaisons de leurs Orbes au plan de l'Ecliptique, & de la position de leurs nœuds, mais cette recherche n'est pas facile. Un nœud ne se voit point; il faut faire plusieurs observations de la Planete aux environs du nœud, avant qu'elle y passe, & après qu'elle y a passé, & par ses differentes distances de l'Ecliptique de côté & d'autre, juger à quel point sa distance a été nulle, ce qui est la même chose que déterminer son nœud. Mais parce que les Orbes sont peu inclinés, une Planete s'approche ou s'éloigne beaucoup

68. HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

de son nœud , ou s'avance beaucoup en *longitude* sans s'approcher ou s'éloigner beaucoup du plan de l'Ecliptique , ou sans diminuer ou augmenter beaucoup sa *latitude* , & par conséquent son mouvement par rapport au plan de l'Ecliptique , ou en latitude étant insensible dans une assez grande étendue , la position du nœud est incertaine & douteuse dans une étendue égale.

Il y a encore plus. Ni l'Aphélie & le Périhélie , ni les Nœuds ne sont des points fixes dans les Orbes des Planètes , ils changent continuellement , mais avec une lenteur qui rend leur variation beaucoup plus difficile à déterminer.

Toutes ces difficultés étant applanies , autant qu'il est possible à l'Art , quand on veut faire des Tables astronomiques pour une Planète , & donner les principes de calcul ou *Elements* qui doivent servir à trouver à l'avenir son vrai lieu dans le Ciel pour tel moment qu'on voudra , il faut lui fixer une *Epoque* , c'est-à-dire un moment pour lequel ce vrai lieu soit bien connu , & d'où l'on contera tout le reste. Si cette Epoque est fautive , tout s'en ressent , & toutes les difficultés que nous avons rapportées concourent à en rendre la détermination fort sensible , & peu sûre.

Jusqu'ici nous avons supposé des Astronomes placés dans le Soleil , au centre de tous les mouvements ; mais que sera-ce quand ils seront placés sur la Terre , qui voit comme inégal & irrégulier tout ce qui auroit été vû égal & régulier de dedans le Soleil , & qui par sa situation ajoute à tout ce qui seroit inégal & irrégulier en soi-même une fautive inégalité & une fautive irrégularité fort difficile à démêler d'avec la vraie ?

En fait de Planètes , ce qui se rapporte au Soleil , & n'est pas vû de dedans le Soleil , ne peut être que faux , & demande à être rectifié. Le véritable angle d'inclinaison des Orbes des Planètes sur le plan de l'Ecliptique , est celui qui seroit vû du Soleil , & non cet angle plus ou moins grand qui est vû de la Terre. La position des

noeuds d'une Planete dans le Zodiaque n'est point celle qui est vûë de la Terre, à moins que la ligne tirée du centre du Soleil par laquelle ils sont déterminés ne passe aussi par le centre de la Terre, ce qui est une rencontre fort rare. Enfin de la Terre au Soleil il y a toujours une *parallaxe* ou difference optique, dont il faut tenir conte dans les déterminations tirées de nos observations. C'est un travail dont nôtre situation nous impose le necessité, & qui rend tous les calculs astronomiques plus compliqués & par consequent plus sujets à erreur.

La grandeur de cette parallaxe dépend de la distance de la Terre, & de celle de la Planete du Soleil, ou, ce qui revient au même, du rapport de ces deux distances. Il est évident que si la distance de la Terre au Soleil par rapport à celle de la Planete observée au Soleil étoit assez petite pour ne devoir pas être contée, ou du moins pour pouvoir être negligée sans une erreur sensible, la parallaxe cesseroit, & par consequent elle est d'autant plus grande que la distance de la Terre au Soleil est plus grande par rapport à celle de la Planete au Soleil. Mais les mesures de ces sortes de distances, qui paroissent au commun des hommes des entreprises impraticables, sont du moins très-pénibles pour les plus habiles Astronomes, & ne peuvent être d'une grande sûreté.

Les Orbes des Planetes ne se rapportent qu'au Soleil, on ne peut pas dire proprement qu'ils soient excentriques à la Terre, à laquelle ils ne se rapportent point. Les uns envelopent l'Orbe de la Terre, les autres en sont envelopés, & par cette disposition les Planetes étant dans leur plus grande proximité de la Terre, ou dans leur *Perigée* en sont très-proches par rapport à la grande distance où elles en sont dans leur *Apogée*. Mais & cet Apogée & ce Perigée ne sont que des rencontres, pour ainsi dire, fortuites, qui naissent de la combinaison du mouvement des Planetes & de celui de la Terre ou du Soleil, il n'y a que l'Aphelie & le Perihelie qui

soient des points déterminés par eux-mêmes, le Perigée d'une Planète peut arriver dans son Aphelie, & son Apogée dans le Périhelie; & comme ce sont l'Aphelie & le Perihelie seuls qui ont un mouvement par lequel se règle la distribution de l'excentricité ou de l'équation dans l'Orbe; il faut les démêler d'avec l'Apogée & le Perigée, ce qui est d'autant plus mal-aisé que les uns nous sont visibles, & les autres invisibles. De même, l'excentricité des Planetes au Soleil est celle dont nous avons besoin, mais nous ne les voyons pas, & il faut la conclure avec beaucoup de peine de leurs inégales distances à la Terre. On appelle *premiere inégalité* des Planetes celle qui vient de leur excentricité au Soleil, & qui est réellement dans leur cours par rapport à cet Astre, & *seconde inégalité* celle qui vient de ce qu'elles sont vûes de la Terre, & non du Soleil.

A rassembler toutes les déterminations que nous avons rapportées, nécessaires au calcul des Planetes, le nombre en est si grand, & souvent elles sont si delicates & si subtiles, ou demandent des observations faites en des circonstances si rares, que M. Maraldi ne croit pas que les observations seules puissent aisément suffire, & que l'on ne soit pas réduit à emprunter le secours de quelques hypotheses, c'est-à-dire, à supposer pour Orbe d'une Planete quelque ligne Courbe, dont la nature particuliere donnera la mesure de ses differens arcs, quand on en aura quelques-uns par observation. Quoiqu'il en soit, les difficultés de l'Astronomie sont assez bien prouvées, ne fût-ce que par la difference qui se trouve assez souvent entre le Ciel & les Tables des plus grands Astronomes.

M. Maraldi en donne pour exemple les Tables de Kepler sur Saturne. Des observations de cette Planete faites à l'Observatoire depuis plus de 33 ou 34 ans, ont fait voir que Saturne étoit moins avancé dans le Zodiaque tantôt de 10 à 21 Minutes, tantôt de 10 à 12, que ne le donnoient les Tables de Kepler, fondées sur les

observations de Tycho Brahé. Cette différence d'un tiers ou d'une sixième partie de degré n'auroit pas été contée autrefois, & paroît maintenant fort considérable. M. Maraldi s'est donné beaucoup de peine pour en découvrir la source. Kepler pouvoit s'être mépris ou dans l'Epoque d'où il avoit commencé ses Tables de Saturne, ou dans la plus grande équation qu'il lui avoit donnée. Si l'erreur étoit dans l'Epoque, Saturne avoit donc été d'abord posé par Kepler plus avancé dans le Zodiaque d'une certaine quantité qu'il ne l'étoit réellement, & cette quantité devoit être toujours la même, or par les observations elle varioit. Si l'erreur étoit dans la plus grande Equation, on devoit trop ajouter au mouvement moyen de Saturne dans une moitié de son Orbe & par conséquent le trouver trop avancé, mais aussi dans l'autre moitié de l'Orbe on devoit ôter trop, & le trouver trop peu avancé, or il l'étoit toujours trop, mais inégalement. De là M. Maraldi tira cette conséquence assez subtile que l'erreur appartenoit & à l'Epoque puisque Saturne étoit toujours trop avancé selon Kepler, & à la plus grande Equation, puisqu'il l'étoit inégalement. Il corrigea l'une & l'autre selon qu'il étoit nécessaire pour les concilier avec les observations.

Il se pouvoit aussi que Kepler se fût trompé dans le mouvement moyen en le faisant trop grand, mais après beaucoup de raisonnemens & de calculs, on trouva que l'erreur, du moins pour la plus grande partie, devoit venir de l'Equation & de l'Epoque.

M. Maraldi a examiné de la même manière l'Aphélie, les Nœuds, & la plus grande Latitude de Saturne ou l'inclinaison de son Orbe, déterminés par Kepler, il les a corrigés lorsqu'il a été nécessaire pour accorder un grand nombre d'observations, & il faut dire à la gloire des Tables de M. Bouillaud sur Saturne, que souvent ces corrections se sont trouvées conformes à ces Tables.

On pourra juger par le travail de M. Maraldi sur

Saturne ce que coûte la détermination des mouvements d'une Planete, quel amas d'observations anciennes & modernes il faut avoit devant soi, avec quel art il faut les comparer, combien de différentes methodes il faut avoir en main, & combien de reflexions, quelquefois fort fines, & fort délicates, sont nécessaires pour se conduire dans un pareil labyrinthe.

SUR LE CALENDRIER.

V. les M.
P. 146.

LA revolution apparente du Soleil autour de la terre a été divisée arbitrairement en 24 parties qui sont les Heures, premier fondement de toute la mesure du temps. L'usage civil ne connoît que les Heures, ou plutôt des multiples d'Heures, comme des Jours, des Années, mais ni le mouvement annuel du Soleil, ni celui des autres corps celestes, ne peuvent être mesurés exactement & sans reste par des Heures ni par leurs multiples; celui du Soleil, par exemple, est de 365 jours, 5 Heures, 49' à peu près, celui de la Lune est de 26 jours, 12 Heures, 44', & de là vient que pour absorber ces fractions dans des nombres entiers, & même dans des nombres qui n'expriment que des jours ou des années, il faut imaginer des Cycles qui embrassant plusieurs revolutions d'un même Astre le remettent après un certain nombre d'années aux mêmes points du Ciel d'où il étoit parti d'abord, ou, ce qui est la même chose, aux mêmes temps du Calendrier établie pour l'usage civil.

Tel a été le fameux Cycle de 19 années, inventé autrefois pour remettre les Nouvelles Lunes aux mêmes jours, de sorte que le cours de la Lune comparé à celui du Soleil se doit toujours retrouver le même dans chaque periode de 19 années. Mais ce Cycle qui remet les Nouvelles Lunes aux mêmes jours ne les remet pas
aux

aux mêmes heures , il s'en faut à peu près une heure & demie , les heures s'accumulent , & deviennent des jours , & enfin en 625 ans les nouvelles Lunes arrivent deux jours entiers plutôt qu'elles ne devroient arriver par le Cycle.

Cette difference entre le Ciel & le Cycle de 19 ans a été inconnue à l'antiquité , & l'erreur qu'elle avoit produite dans le Calendrier depuis le quatrième Siecle de l'Eglise , qui fut celui du Concile de Nicée , jusqu'au seizième , fut une des causes de la Reforme du Calendrier par le Pape Gregoire XIII , ainsi qu'on l'a vu dans l'Hist. de 1701.*

* p. 107.
& suiv.

Ceux qui travaillerent à cette Reforme sous les ordres du Pape , découvrirent l'équation de 2 jours , nécessaire au bout de 625 ans , pour remettre le Cycle de 19 ans parfaitement d'accord avec le Ciel. Cette équation est heureuse en ce qu'elle est de 2 jours entiers sans aucune fraction ni d'heures , ni de minutes , car s'il y en avoit eu quelqu'une , il auroit fallu une autre équation plus grande que celle de 2 jours pour un nombre d'années beaucoup plus grand que 625 , & d'autant plus grand que la fraction eût été plus petite , ce qui auroit été incommode , & peut-être même la fraction eût été telle , qu'il eût été impossible d'en composer des jours qui n'eussent eu encore quelque fraction. Cette équation de 2 jours précis pour 625 ans , partagée proportionnellement à une periode de 125 ans est de 9 heures 36' précises , & partagée de même à une periode de 25 ans , elle est d'une heure 55' 12" sans tierces ; or on sçait de quelle commodité il est dans le calcul & dans la pratique d'avoir peu de fractions.

Il y a plus ; cette équation si heureuse & si facile est en même temps très-juste , & M. Cassini prouve qu'elle donne les mouvements ou les lieux de la Lune avec la même exactitude que les meilleures Tables. A peine eût-on osé espérer qu'un Cycle ; destiné seulement pour l'usage Civil ou Ecclesiastique , & auquel on ne demande

pas une rigoureuse précision, pût en avoir autant que les Tables Astronomiques, qui sont faites pour suivre pas à pas les mouvemens celestes, & pour n'en laisser rien échaper.

M. Cassini fait voir en comparant ensemble les Tables les plus celebres que nous ayons pour la Lune, que l'équation Gregorienne tient le milieu entre elles, & que par consequent elle n'a pas seulement toute la perfection qu'on peut desirer par rapport à l'usage Ecclesiastique, mais encore, que dans l'usage Astronomique, si exact & si scrupuleux, elle peut & doit être preferée aux Tables même, puisqu'elles ne sont pas plus justes, & demandent des calculs beaucoup plus longs & plus penibles. C'est là certainement ce qu'on peut jamais dire de plus glorieux pour les Auteurs du Calendier Gregorien, du moins quant à cette partie.

V. les M.
p. 9, 10, 12,
40, 44, 131,
132.

Nous renvoyons entierement aux Memoires, selon le plan que nous nous sommes fait, différentes Observations de Taches dans le Soleil faites par les Astronomes de l'Academie, ou des comparaisons de leurs Observations avec celles de leurs Correspondans.

V. les M.
p. 198, 213,
246, 247.

Des Observations de Venus, & de Jupiter cachés par la Lune.

V. les M.
p. 352. &
356.

Et les Observations de l'Eclipse de Lune du 10 Decembre.

Monsieur Clapier Professeur de Mathematique à Montpellier, Correspondant de M. Cassini, lui a envoyé une Table qu'il a calculée des Declinaisons du Soleil, pour tous les Degrés & Minutes de l'Ecliptique, en supposant que sa plus grande declinaison soit de 23° 29'.

Le même M. Clapier a envoyé à M. Cassini, & par lui à l'Academie une Table qu'il a calculée, fort utile pour faciliter la description des Cadrans Verticaux Declinants à la hauteur du Pole de Paris. Il ne suppose dans cette Table que la declinaison du plan vers l'Orient ou vers l'Occident connue, & ensuite vis-à-vis de chaque degré de Declinaison, il met en différentes colonnes l'angle de la Meridienne avec la Soustilaire, l'angle de l'Axe avec la Soustilaire, les angles des lignes Horaires avec la Meridienne au centre du Cadran, calculés de demi-heure en demi-heure; c'est-à-dire que par cette Table tous les Cadrans de cette espece se trouvent tout faits.

M. Cassini a rendu conte à la Compagnie d'un Livre fait au sujet du Calendrier par M. Bianchini, dont nous avons déjà parlé dans l'Hist. de 1701*. Cet habile Homme y est d'accord avec M. Cassini sur les vûes qu'il avoit proposées à la Congregation, & sur les conclusions qu'il tiroit. Du reste, M. Bianchini fait paroître dans cet Ouvrage une grande connoissance de l'Astronomie.

V. les M.

P. 142.

* p. 107.

Les RR. PP. Jesuites de Lyon s'étant fait chés eux un Observatoire bien entendu, & fourni de tous les Instruments necessaires, ils ont communiqué leurs principales Observations à M. Cassini, qui en a tiré tout le fruit qui s'en pouvoit tirer en les comparant aux siennes.

De même M. Cassini le fils a comparé ses Observations à celles que le P. Fueillée, Minime, & bon Astronome, a faites en Amerique.

V. les M.

P. 332.



HYDROGRAPHIE.

V. les M.
p. 200.

* pag. 86.
& suiv.

Monsieur de Lagni a répliqué à la Réponse que M. Chazelles lui avoit faite sur les Cartes Reduites, & dont il a été parlé dans l'Hist. de 1702*. Mais comme cette Replique ne demande aucun éclaircissement, nous n'en dirons rien ici.



DIOPTRIQUE.

DES FOYERS EN GENERAL.

V. les M.
p. 24.

* p. 69. &
suiv.

IL seroit inutile de repeter ici ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1703*, sur les Foyers ou sur les Caustiques. Ces idées supposées, il s'agit maintenant de déterminer sur l'axe d'un Verre de figure quelconque quel est le point où cet axe touche la Caustique par refraction, ou, ce qui revient au même, quel est au-delà du Verre le point où les rayons d'un point lumineux qui ont passé au travers du Verre, & qui en se rompant ont pris de nouvelles directions, se réunissent en plus grande quantité que par tout ailleurs.

On ne peut imaginer que quatre choses qui entrent dans la Refraction, & dans toutes les modifications différentes qu'elle peut recevoir, 1^o. La difference de densité des deux Milieux par où passent les rayons, par

exemple, celle de l'air & du Verre. 2°. La figure du second Milieu qui rompt les rayons, par exemple, la courbure du Verre. 3°. La direction qu'avoient entre eux les rayons partis d'un seul point, lorsqu'ils ont rencontré le second Milieu, c'est-à-dire leur divergence, leur parallélisme, ou leur convergence. 4°. L'angle sous lequel chacun d'eux rencontre la surface du second Milieu.

A l'égard du premier point, on a reconnu que la différente densité des Milieux donne au Sinus de l'angle d'incidence d'un rayon, & au Sinus de son angle rompu une certaine portion qui est toujours la même dans les mêmes Milieux pour tous les différens angles d'incidence possibles, ce qui renferme, ou rend inutile la considération du 4^e point que nous venons de poser. Tout le monde sçait que de l'air au verre le rapport des Sinus, ou de la rarefaction est de 3 à 2.

La figure de la surface du second Milieu a une grande part à la refraction, car il est visible que l'angle d'incidence, qui par le rapport constant des Sinus donne l'angle rompu, dépend de la manière dont la surface du second Milieu se présente au rayon qui l'a doit pénétrer. Si cette surface est plane, & si tous les rayons ont entre eux la même direction, c'est-à-dire, s'ils sont parallèles, comme ils ont tous le même angle d'incidence, ils ont tous aussi le même angle rompu, & sont tous parallèles après la refraction ainsi qu'ils l'étoient auparavant. Mais si la surface est courbe, les rayons incidents, quoique parallèles entre eux, tombent tous sous des angles différens, & par conséquent après la refraction ne sont plus parallèles, mais divergens, ou convergens. Plus une surface est courbe, plus elle fait un effet contraire à celui de la surface plane, & par conséquent, puisque la surface plane renvoie parallèles les rayons qu'elle a reçus parallèles, une surface courbe renvoie d'autant plus divergens ou convergens les rayons qu'elle a reçus parallèles, qu'elle est plus courbe. Il faut donc pour connoître le degré de la divergence ou de la con-

vergence des rayons qui ont été rompus par une surface courbe, connoître le degré de sa courbure ; or pour avoir cette connoissance en general il faut aller à la Theorie des Développées, & voici pourquoi. Nous allons supposer dans cette explication ce qui a été dit des Développées dans l'Hist. de 1701.*

* p. 81.

Un petit cercle est plus courbe qu'un grand, & plus courbe en même raison que son rayon est plus petit. Chaque portion infiniment petite d'une Courbe formée par le développement d'une autre, étant considérée comme un arc de cercle infiniment petit décrit sur le rayon de la Développée tel qu'il est en cet instant, il s'ensuit que cette portion de Courbe est d'autant plus ou moins courbe que le rayon de la Développée correspondant est plus court ou plus long, & par conséquent le rayon de la Développée d'une Courbe détermine par la variation où il est toujours, hormis dans un cas, celle de la courbure de la Courbe dans toutes ses portions, ou dans tous ses arcs infiniment petits. Si le rayon de la Développée ne change point, ce qui n'arrive que dans le Cercle, la courbure est uniforme, & toujours la même. Si ce rayon est infini, la courbure devient la moindre qu'il soit possible, c'est-à-dire, une ligne droite, s'il est nul ou Zero, la courbure devient infiniment grande, c'est-à-dire, plus grande que celle d'aucun Cercle fini, quelque petit qu'il soit.

Il arrive dans une infinité de Courbes, par exemple, dans les Sections Coniques, que quand on cherche quel est le rayon de la Développée à leur sommet, on la trouve d'une certaine longueur déterminée, c'est-à-dire, qu'entre le sommet de ces Courbes & celui de leurs Développées, il y a une distance de cette même longueur. Ce n'est pas qu'on ne puisse toujours développer la Développée en commençant à son sommet, auquel cas il n'y a nulle distance entre ce sommet, & celui de la Courbe qui naît du développement, & le rayon de la Développée étant nul, on voit naître une Courbe dont la

courbure à son sommet est infiniment grande. Mais la courbure d'une Section Conique à son sommet n'étant pas infiniment grande, si l'on veut que la même Développée produise une Section Conique, il faut nécessairement que le rayon de la Développée au sommet de cette Section ait une certaine longueur, telle qu'elle doit être pour la courbure déterminée du sommet, autrement la même Développée produiroit une autre Courbe qu'une Section Conique. De là vient qu'en développant une Courbe déterminée, si on en veut faire naître une certaine autre Courbe déterminée, il faut souvent concevoir qu'à l'origine du développement la Ligne qui enveloppe excède d'une certaine longueur la Courbe enveloppée.

La courbure n'entre pas seulement dans les refractions par le degré dont elle est, mais encore par la manière dont elle est tournée à l'égard des rayons incidents, c'est-à-dire, qu'elle fait differens effets selon qu'elle est concave ou convexe de leur côté. Si une courbure convexe rend convergens des rayons parallèles, la même courbure concave les rend divergens. La convexité ou la concavité se déterminent encore par les rayons de la Développée, car ils sont toujours du côté de la concavité, puisque ce sont toujours des rayons d'arcs de cercle; & par conséquent si l'on a supposé une Courbe convexe du côté de l'objet lumineux, les rayons de la Développée seront de l'autre côté de cette Courbe, & si dans cette supposition on a affecté ces rayons du signe *plus*, ou, ce qui est la même chose; si on les a rendus positifs, on n'a, selon l'usage établi en Geometrie, qu'à les affecter du signe *moins*, ou qu'à les rendre négatifs, pour faire que la même Courbe soit concave du côté de l'objet lumineux. Si l'on veut que la Courbe devienne une ligne droite, il n'y a qu'à rendre les rayons de la Développée infinis, car alors ils deviennent rayons d'un cercle infini, dont la circonférence

infiniment peu Courbe, ne peut être qu'une ligne droite.

Il reste le 3^e point qui entre dans la refraction, c'est-à-dire, le parallélisme, la divergence, ou la convergence que les rayons d'un même point ont entre eux, lorsqu'ils tombent sur la surface qui les rompt. Naturellement tous les rayons d'un même point sont divergens, & ils le sont d'autant plus que le point lumineux est plus proche. Par conséquent leur divergence décroît d'autant plus, & approche d'autant plus du parallélisme que le point lumineux est plus éloigné, & il doit l'être infiniment afin que les rayons soient parallèles, ou du moins il doit être à une si grande distance que l'angle aigu des rayons puisse sans une erreur sensible être conté pour rien. Jamais des rayons d'un même point ne peuvent tomber convergens sur une surface que par accident, c'est-à-dire, à moins qu'ils n'ayent été déjà rompus par une autre surface, qui ait changé leur divergence naturelle en convergence.

Les rayons directs, qui tombent donc toujours divergens sur une surface du côté qu'elle regarde le point lumineux, auroient été convergens par rapport à ce même côté de la surface, si le point lumineux avoit passé de l'autre côté. Par conséquent si lorsque les rayons tombent divergens la distance du point lumineux à la surface est une grandeur positive, on n'aura qu'à la rendre negative pour faire que les rayons tombent convergens sur ce même côté de la surface; & pour les rendre parallèles il n'y a qu'à rendre infinie cette même distance du point lumineux. J'ai supposé ici que l'on sçût qu'en Geometrie les grandeurs positives & les negatives sont toujours contrairement posées par rapport à quelque terme commun d'où l'on commence à les considérer, ou à les compter.

La Formule que M. de l'Hôpital a donnée dans son Analyse des Infiniment petits pour trouver le point où un rayon rompu sur un point quelconque de telle Courbe

be

be qu'on voudra , touche la Caustique par refraction , ne devoit donc comprendre , & elle ne comprend en effet que le rapport constant des deux Sinus , ou de la refraction , le rayon de la Développée , ou quelques grandeurs qui en dépendent , & la distance du point lumineux , les trois seuls principes qui entrent dans toutes les refractions , & les modifient différemment par leurs combinaisons différentes. Mais M. de l'Hôpital n'a considéré que la première surface qui rompt les rayons ; or dans la pratique un Verre ou une Lentille qu'on emploie à cet usage a nécessairement deux surfaces , & la seconde augmente , ou affoiblit , ou détruit , ou change la modification que les rayons ont reçue de la première , car alors ils passent du Verre dans l'air , second passage d'un Milieu dans un Milieu différent. C'est là ce que M. Guisnée a entrepris de rechercher d'un manière infiniment générale , & par conséquent , car cette conséquence est presque absolument nécessaire , il emploie la Méthode des Infiniment petits.

Il suppose une Lentille convexe des deux côtés , formée de deux surfaces courbes quelconques , tellement posées que l'axe de la Lentille soit aussi leur axe commun. Le point lumineux est sur l'axe à une distance finie quelconque , & par conséquent ses rayons tombent divergens sur la Lentille. M. Guisnée a par la Formule de M. de l'Hôpital le point de l'axe où la première surface fait concourir deux rayons rompus infiniment proches , ensuite il cherche dans quel autre point de l'axe la seconde surface les fait concourir ; il appelle Foyer de la Lentille ce nouveau point , & sa distance à la seconde surface est une grandeur qui lui vient dans une Formule générale , où il n'entre que des rayons des Développées des deux surfaces , les deux autres grandeurs qui sont aussi les principes de toutes les refractions , & de plus , l'épaisseur de la Lentille , 4^e grandeur qui ne pouvoit avoir lieu dans la recherche de M. de l'Hôpital. Supposé que la seconde surface s'approche le Foyer cau-

fé par la premiere, il est visible que plus la Lentille est épaisse, plus les rayons rompus infiniment proches conservent long-temps le peu de convergence ou de disposition à s'unir, que leur avoit donnée la premiere surface, & par conséquent la seconde agissant plus tard sur eux rapproche d'autant moins le Foyer sur l'axe. Au contraire si l'épaisseur de la Lentille est si petite, qu'elle puisse n'être contée pour rien, la seconde surface ne laisse les rayons qu'un seul instant avec le peu de convergence qu'ils avoient reçûe, & leur donne aussi-tôt une convergence plus forte, & par conséquent fait avancer le Foyer sur l'axe, autant qu'il est possible. De là vient que M. Guisnée propose une double Formule, l'une où l'épaisseur de la Lentille est contée, l'autre où elle ne l'est pas. Dans la pratique ordinaire, elle ne merite pas de l'être.

Il est très-facile de juger par ce qui a été dit, que quoique les Formules de M. Guisnée ne soient que pour le cas où les rayons divergens tombent sur une Lentille convexe des deux côtés, elles ne laissent pas de s'étendre à tous les autres où les rayons sont paralleles, ou même convergens, & où la Lentille est ou concave ou même plane soit d'un côté soit de tous les deux, & où elle n'est convexe que d'un côté, & concave ou plane de l'autre. Un léger changement de *plus en moins*, appliqué aux grandeurs qui doivent le porter, ou la supposition d'une grandeur infinie, donne tous ces differens cas, & toutes les combinaisons qui en peuvent resulter. Nous pouvons ici en ébaucher une idée sans aucun calcul algebrique.

Une surface courbe a d'autant plus de *force* pour changer la direction des rayons qu'elle est plus courbe, & comme la Lentille a deux surfaces, il faut sçavoir, 1°. Si elles conspirent toutes deux au même effet, c'est-à-dire, à rendre les rayons paralleles, divergens, ou convergens; ou si l'une détruit en tout ou en partie l'effet de l'autre. 2°. Quelle est la force de chacune. D'ailleurs

il est d'autant plus difficile à une surface de donner une certaine direction aux rayons, qu'elle les a reçus sous une direction plus opposée. Ainsi une surface convexe, qui naturellement rend les rayons convergens, les rend d'autant moins convergens, ou, ce qui revient au même, les réunit d'autant plus loin, qu'elle les a reçus plus divergens, ou d'un point lumineux plus proche, & même elle peut les avoir reçus si divergens, & avoir si peu de force par rapport à cette grande divergence, qu'elle ne fera que les rendre moins divergens. En ce cas-là les rayons ne se réuniront donc jamais, au contraire ils s'écarteront toujours; mais comme ils sont devenus moins divergens qu'ils n'étoient en partant du point lumineux, ils ont pris la même direction que s'ils étoient partis d'un point lumineux plus éloigné de la surface convexe. Ce nouveau point auquel ils se rapportent comme s'ils en étoient venus, n'est point un Foyer *réel* pareil à celui où des rayons se réuniroient après avoir été rompus, mais c'est une autre espèce de Foyer que quelques-uns appellent *virtuel*. Si l'on a établi dans le calcul algebrique que le Foyer réel soit positif, le virtuel sera négatif, parce qu'ils sont toujours posés l'un d'un côté de la surface qui fait la refraction, l'autre de l'autre.

Si dans la supposition que nous venons de faire, tout le reste demeurant le même, la surface convexe avoit eü un peu plus de force jusqu'à un certain point, elle auroit absolument ôté aux rayons leur divergence, & l'auroit changée en parallélisme. Ce seroit la même chose, si la surface demeurant la même, le point lumineux s'éloignoit jusqu'à un certain point, car une moindre divergence des rayons se seroit changée en parallélisme. En ce cas les rayons devenus parallèles peuvent être censés se réunir à une distance infinie, c'est-à-dire, que le Foyer réel est infiniment éloigné, ou, si l'on veut, ce même Foyer infiniment éloigné est virtuel, puisque les rayons devenus parallèles ont la même direction que

s'ils étoient partis d'un point lumineux infiniment éloigné. Cette confusion du Foyer réel & du virtuel en ce cas, s'accorde avec le calcul algebrique qui donne l'Infini pour un terme commun du positif & du negatif.

Il est aisé de joindre à ces considérations celle d'une seconde surface qui fortifiera, ou diminuëra ou détruira l'effet de la premiere. Il peut donc arriver que les rayons en sortant de la Lentille reprennent ou la même espece de direction ou précisément la même direction qu'ils avoit perduë en y entrant.

Une Lentille étant convexe des deux côtés, sa premiere surface peut être si forte, ou la divergence des rayons si petite, & en même temps l'épaisseur de la Lentille si grande, que le Foyer de la premiere surface se fera dans cette épaisseur, après quoi les rayons partant de ce Foyer tomberont necessairement divergens sur la seconde surface, & fort divergens à cause de la proximité du Foyer ou point lumineux, & cette seconde surface pourra bien n'avoir la force que de diminuer cette grande divergence, de sorte qu'une Lentille convexe des deux côtés qui naturellement rend convergens & réunit dans un Foyer réel les rayons qu'elle a reçus divergens les rendra tels qu'elle les aura reçû, ce qui auroit pû passer pour une espece de paradoxe. Il est clair que dans la supposition presente, l'épaisseur de la Lentille peut être diminuë de façon que le Foyer de la premiere surface tombera sur la seconde, auquel cas la distance de ce Foyer à la seconde surface est nulle, ce qui joint aux cas où cette distance est positive, ou negative, ou infinie, la represente de toutes les manieres dont elle peut être conçûë.

Mais il faut avouer que tous les cas où l'épaisseur de la Lentille est considerée ne sont que pour la curiosité, & pour l'honneur de l'universalité de la Formule. Cette épaisseur étant supprimée, ou plutôt negligée dans le calcul, il ne reste point d'autres cas où la distance du Foyer soit nulle, que ceux où le rayon de la Déve-

lopée de l'une & de l'autre surface, ou de toutes les deux, est nul. En effet quand le rayon de la Développée de la première surface est nul, la courbure, & par conséquent sa force est aussi grande qu'il soit possible, & elle rompt un rayon infiniment proche de l'axe, de manière qu'elle le fait dans le même instant concourir avec celui qui est dans l'axe; d'où il suit nécessairement que la réunion de ces rayons ne se fait point au-delà de la Lentille. Il en va de même, si c'est le rayon de la Développée de la seconde surface qui soit nul.

Mais il faut convenir encore que ces cas-là ne sont point pour la pratique. On n'emploie que des Lentilles dont les deux surfaces sont sphériques, ou tout au plus l'une des deux plane; or dans un cercle le rayon de la Développée est toujours le rayon même du cercle, & si l'on veut que le cercle devienne une ligne droite, il faut concevoir son rayon infini, & comme d'ailleurs l'épaisseur de la Lentille n'est contée pour rien, on ne trouve jamais dans la pratique que la distance du Foyer à la seconde surface soit nulle.

Les rayons des Développées étant donc changés dans la Formule de M. Guisnée en rayons de cercles tels qu'on voudra, on a une Formule particulière qui n'est que pour les Verres sphériques, & qui cependant donne encore beaucoup plus de combinaisons que l'usage n'en demande, mais il est bon d'avoir devant soi une plus grande étendue de Théorie qu'il n'est nécessaire, & on voit avec plaisir que l'on n'a qu'à retrancher, & à se réduire.

Tout dépendra maintenant de la distance du point lumineux, & de la courbure sphérique des deux surfaces. Si le Verre est convexe des deux côtés & que les rayons tombent divergens, plus le point lumineux est éloigné, plus le Foyer sera proche, à cause du peu de divergence des rayons, & du peu de difficulté de les retenir; plus les demi-diamètres des surfaces seront grands, plus le Foyer sera éloigné à cause de la foiblesse des sur-

faces ; ainsi la grandeur de la distance du point lumineux & la grandeur des demi-diametres des surfaces sont deux especes de Forces opposées qui font des effets contraires , & il faut pour conspirer au même effet une grande distance du point lumineux & des petits demi-diametres des surfaces , ou au contraire. L'effet d'un Verre convexe est d'autant plus grand que le Foyer est plus proche , si le Foyer est infiniment éloigné , cet effet est moindre , & moindre encore si le Foyer n'est que virtuel.

On trouve par la Formule que quand les deux Forces opposées sont en telle proportion que deux fois le produit des deux demi-diametres l'un par l'autre , est égal au produit des deux demi-diametres par la distance du point lumineux , la distance du Foyer est infinie ; que quand la distance du point lumineux est plus grande , celle du Foyer est moindre , & finie ; & que quand la distance du point lumineux est moindre , celle du Foyer est plus qu'infinie , c'est-à-dire , negative , ou , ce qui est la même chose , que le Foyer n'est que virtuel. Le Verre demeurant le même , on voit son effet qui diminue toujours selon que le point lumineux est plus proche.

Si le point lumineux est placé à une distance du Verre égale à l'un des deux demi-diametres , tout dépendra de leur rapport de grandeur , qui fait la force des surfaces. Lorsque les deux demi-diametres sont égaux , la distance du Foyer est infinie , si celui qui est égal à la distance du point lumineux est plus grand que l'autre , la distance du Foyer est finie & l'effet du Verre plus grand , parce que le point lumineux est plus éloigné. Si c'est le contraire , la distance du Foyer est plus qu'infinie.

Quand on fait des Verres pour les grandes Lunettes , les rayons venus d'un point du Soleil sont censés venir d'un point infiniment éloigné. Cette distance étant donc supposée infinie , & le Verre convexe des deux côtés , c'est la courbure des deux surfaces qui fait tout , le Foyer

ne peut plus être que réel, il ne sçauroit être infini, & il est d'autant plus éloigné que les deux demi-diamètres sont plus grands. S'ils sont égaux, le Foyer est à la distance d'un demi diamètre, & quand on dit dans l'usage commun qu'un verre convexe a tant de pieds de Foyer, ce nombre de pieds est aussi la longueur du demi-diamètre des deux sphères dont il a été formé, quand elles sont égales.

Si l'on veut que les rayons tombent convergens sur le verre convexe, on voit que le Foyer ne peut être que réel & fini, ce qui est clair de soi-même.

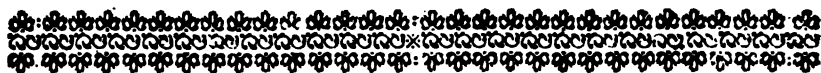
Si l'on prend au lieu d'un verre convexe un verre concave des deux côtés, on voit que le Foyer ne peut être que virtuel, tant que les rayons tombent divergens ou paralleles, mais que s'ils tombent convergens, il peut être réel ou virtuel ou infini, ce qu'on a déjà vu en general.

On sçait en Dioptrique que le point lumineux & le Foyer sont deux points reciproques, c'est-à-dire que le Foyer que donne un certain verre aux rayons d'un point lumineux étant connu, si l'on mettoit le point lumineux à la place du Foyer, il auroit son nouveau Foyer au même point où étoit la premiere position, & que par consequent les rayons repasseroient par le même chemin. Cette réciprocation suit de la Formule de M. Guinée aussi évidemment que tout le reste.

On en tire encore sans aucune peine le nouveau Foyer qui resulteroit d'une seconde Lentille placée sur le même axe que la premiere, ainsi qu'il se pratique dans les Lunetes. Car quel sera l'effet de cette seconde Lentille? Elle recevra les rayons tels que la premiere les lui envoyera, convergens, par exemple, & le degré de leur convergence sera plus ou moins grand selon que le Foyer de la premiere Lentille en sera plus ou moins proche. La seconde sera donc dans le même cas que si elle recevoit des rayons convergens d'un point lumineux placé où est le Foyer de la premiere Lentille. Or on a vu

que ce cas est un de ceux qui sont compris dans la supposition d'une seule Lentille, & par conséquent le Foyer de la seconde Lentille, tel que le donnera la Formule generale, sera celui que produiront les deux Lentilles ensemble. Il est visible qu'un plus grand nombre de Lentilles ne seroit pas plus embarrassant.

Toutes les Propositions que cette Theorie embrasse ont leurs *inverses*, qui ne doivent pas non plus être difficiles à trouver. Au lieu que l'on a toujours cherché les Foyers, tous les principes qui entrent dans la refraction étant connus, on pourroit supposer les Foyers connus, avec tous les principes de la refraction, hormis un seul que l'on chercheroit, & il est clair qu'on le découvreroit très-aisément. Enfin il ne paroît pas que sur toute cette matiere des Foyers on puisse rien désirer que la Theorie de M. Guinée ne donne dans l'instant.



ACOUSTIQUE.

Monsieur Carré a lû dans quelques Assemblées la Theorie generale du Son qui doit preceder sa Description des Instrumens de Musique, & qui avoit été
 * p. 137. annoncée dans l'Hist. de 1702 *. Il y a prouvé que le Son n'est pas immédiatement produit par les vibrations totales & sensibles du Corps Sonore, par exemple, d'une Corde à boyau, mais par les Tremblemens insensibles des petites parties, toujours aidés, & quelquefois causés par les vibrations totales. Mais comme ces Tremblemens sont en même raison pour le nombre & pour la
 .. frequence que les vibrations totales, on peut toujours prendre ces vibrations pour la mesure de tous les Accords. Ensuite M. Carré est entré dans un ample détail
 de

de tous les Accords de Musique soit consonans soit dissonans, & comme des rapports de nombres, qui font la nature & l'essence de tous les Accords, ne fourniroient pas toujours des raisons assez plausibles de leur agrément ou de leur desagrement, il a été obligé de mêler souvent la Metaphisique à la Mathematique, & de remonter jusqu'aux principes que nous avons établis dans l'Hist. de 1701*. Le Traité des Accords a conduit M. Carré à un Traité du Monochorde, dont les différentes divisions donnent tous les Accords possibles, & là, il a décrit un nouveau Monochorde de son invention. La Theorie de la Musique est aussi sublime, que la Pratique en est délicieuse, & l'une est aussi charmante pour l'Esprit que l'autre l'est pour les Sens & pour l'imagination.

* pag. 123.
& suiv.

MECHANIQUE.

SUR LE CENTRE

D'OSCILLATION.

UN des plus grands caracteres de la Verité, c'est d'être seconde. La Theorie generale du centre d'Oscillation, trouvée par M. Bernoulli de Basle, & rapportée dans l'Hist. de 1703*, a produit comme par surcroît, la decision de deux autres questions importantes en cette matiere.

V. les M.
pag. 136.

* pag. 114.

I. M. Huguens qui a aussi donné une Formule pour le centre d'Oscillation, n'avoit pu y parvenir qu'en supposant que si plusieurs poids attachés comme l'on voudra à un Pendule, se détachent & se separoient les uns des autres au moment que le Pendule cesseroit de

descendre , chacun d'eux en vertu de la vitesse acquise pendant sa chute remonteroit à telle hauteur que leur centre de gravité commun se trouveroit remonté à la même hauteur d'où il étoit descendu. Pour se faire plus aisément une image , il faut concevoir deux poids dont chacun est attaché à l'extrémité d'une ligne qui ~~traverse~~ traverse la verge , l'un d'un côté , l'autre de l'autre , ces lignes étant inégalement distantes du point de suspension , & même inégales entre elles. Lorsque la verge est devenue par sa chute une ligne verticale , on suppose qu'elle s'arrête là ; les deux poids ont acquis chacun différentes vitesses , & si avec ces vitesses acquises on les rapporte à la verge , ils y auront un centre de gravité commun , tel que ces poids multipliés chacun par sa distance de ce centre , & par sa vitesse feroient de part & d'autre des produits égaux. On peut concevoir que ce même centre étoit aussi sur la verge , avant qu'elle commençât à tomber & lorsqu'elle étoit horizontale. Si l'on suppose donc maintenant que la verge étant devenue verticale , les poids s'en détachent , se séparent l'un de l'autre , & remontent perpendiculairement chacun avec sa vitesse acquise , & par conséquent à la hauteur que prescrira cette vitesse , si de plus la verge que l'on peut supposer qui étoit devenue d'horizontale verticale remonte aussi , & redevient horizontale , M. Huguens a prétendu , mais sans le prouver , que les différentes hauteurs auxquelles remontoient les deux poids détachés étoient telles que leur centre de gravité commun se retrouvoit encore sur la verge redevenue horizontale , ainsi qu'il y étoit d'abord , & par conséquent qu'il étoit remonté aussi haut qu'il étoit descendu. On entend assez que si le centre de gravité se retrouve encore sur la verge , cela veut dire que les différentes vitesses des deux poids rapportées à cette verge , & multipliées ainsi qu'il le faut pour les centres de gravité , feroient des produits égaux , qu'elles ne feroient pas étant rapportées à toute autre ligne tirée du point de suspension.

Cette supposition de M. Huguens fut attaquée par un habile Geometre, qui en contesta la verité. D'autres en la jugeant vraie, la trouverent trop hardie pour être reçûe dans une Science qui démontre tout. Enfin la disposition la plus generale fut d'en désirer & d'en attendre la preuve, & jusque-là de demeurer en suspens.

M. Bernoulli justifie presentement M. Huguens, & démontre en rigueur geometrique ce que l'autre n'avoit conjecturé que par genie, & par un certain goût de verité. Il est incontestable que le Pendule simple, ou, ce qui est la même chose, la verge délivrée des poids qui y étoient attachés, à l'exception de celui qu'elle porte à son extremité, remontera à la même hauteur d'où elle étoit descenduë, & redeviendra horizontale, si elle l'étoit d'abord. Par là M. Bernoulli trouve la hauteur à laquelle remonteront les poids détachés, car cette hauteur pour chacun de ces poids, est à celle du pendule simple comme les quarrés des vîteses, ou des distances de chaque poids au point de suspension. La hauteur de chacun des poids détachés étant trouvée, elle le met à une certaine distance de la verge redevenuë horizontale, M. Bernoulli prend cette distance pour la vîtesse que ce poids a par rapport à la verge, & détermine l'expression algebrique de ces nouvelles vîteses, différentes pour chacun des deux poids. Le Pendule simple entre dans cette expression, mais marqué par une seule lettre, & si à cette lettre on substitue la valeur generale que M. Bernoulli a trouvée du Pendule simple, on voit aussi-rôt que les deux vîteses des poids détachés multipliées par ces poids donnent des produits égaux, & comme ces vîteses n'ont été prises que par rapport à la verge redevenuë horizontale, sur laquelle étoit d'abord le centre de gravité de ces poids, il s'ensuit que ce centre y est encore, puisque ce n'est que l'égalité de ces produits qui le détermine. M. Huguens pour démontrer sa Formule d'Oscillation avoit eu besoin de supposer que le centre de gravité des poids détaché remontoit à la même hau-

teur d'où il étoit descendu lorsqu'ils étoient liés ensemble, & M. Bernoulli prouve par sa Formule du centre d'Oscillation toute différente de l'autre, que cette supposition de M. Huguens étoit vraie.

II. On avoit encore sur cette même matiere une très-forte conjecture que l'on n'avoit pû pousser jusqu'à la démonstration. Je suppose ici que l'on sçache ce que c'est que les Centres de percussion, si amplement expliqués dans l'Hist. de 1702*. Quand par la Formule generale de M. Huguens, ou par tel autre qu'on pût avoir, on avoit trouvé le centre d'oscillation de quelque figure particuliere, & qu'ensuite on venoit à chercher le centre de percussion de cette même Figure, on les trouvoit toujours au même point. Il y avoit donc une grande apparence que ces deux centres étoient le même, & en toute autre Science que la Geometrie on n'en auroit pas douté, mais il manquoit pour une entiere certitude d'avoir une Formule generale du centre de percussion qui fût la même que celle du centre d'oscillation. Ce scrupule geometrique si délicat est levé par M. Bernoulli, & il fait voir qu'en cherchant le centre de percussion qui est le point autour duquel les produits des poids par leurs distances à ce point, & par leurs vîteses, sont égaux, on arrive à la même Formule que celle de son centre d'oscillation. Ce qui rend visible cette conformité, ou plutôt cette *identité* auparavant cachée, c'est qu'il a réduit les centres d'oscillation aux principes du levier, auxquels on ne sçavoit rapporter que les centres de percussion. Ainsi deux Formules qui ne devoient être que la même, tirées de differens principes, ne se ressembloient point, & quoique dans l'application on leur trouvât toujours les mêmes effets, on ne les a pû reconnoître sûrement pour la même, jusqu'à ce que M. Bernoulli ait eu l'art de les faire naître de la même source, & de les montrer sous la même Forme. Si l'on veut se rappeler ici ce qui a été dit sur les Centres d'oscillation de M. Bernoulli dans l'Hist. de 1703, on verra que toutes les

* pag. 108
& suiv.

considérations qui y entrent ne sont que celles qui doivent entrer dans les centres de percussion, & ce sera-là une espèce de démonstration métaphisique aussi évidente que les géométriques.

SUR LA FIGURE DE L'EXTRADOS

D'UNE VOUTE CIRCULAIRE,

DONT TOUS LES VOUSSOIRS SONT EN

EQUILIBRE ENTRE EUX

UNE Voute ou un Arc demi-circulaire étant posé sur ses deux *piédroits*, & toutes les pierres ou *Voussoirs* qui composent cet Arc étant taillés & posés entre eux de manière que leurs *joints* prolongés se rencontrent tous au centre de l'Arc, il est évident que tous les Voussoirs ont une figure de Coin, plus large par haut que par bas, en vertu de laquelle ils s'appuyent & se soutiennent les uns les autres, & résistent réciproquement à l'effort de leur pesanteur qui les porteroit à tomber. Le Voussoir du milieu de l'Arc, qui est perpendiculaire à l'horison, & qu'on appelle *Clef de voute* est soutenu de part & d'autre par les deux Voussoirs voisins, précisément comme par deux plans inclinés, & par conséquent l'effort qu'il fait pour tomber n'est pas égal à sa pesanteur, mais en est une certaine partie d'autant plus grande que les plans inclinés qui le soutiennent sont moins inclinés, de sorte que s'ils étoient infiniment peu inclinés, c'est-à-dire, perpendiculaires à l'horison aussi bien que la Clef de voute, elle tendroit à tomber par toute sa pesanteur, ne seroit plus du tout soutenue, & tomberoit effectivement, si le ciment, que l'on ne considère pas ici, ne l'en empêchoit. Le second Voussoir qui est à droit ou à gauche de la Clef de voute est soutenu par un troisième Voussoir, qui en vertu de la figure

de la voute est necessairement plus incliné à l'égard du second, que le second ne l'est à l'égard du premier, & par conséquent le second Vouffoir dans l'effort qu'il fait pour tomber exerce une moindre partie de sa pesanteur que le premier. Par la même raison, tous les Vouffoirs à conter depuis la Clef de voute, vont toujours en exerçant une moindre partie de leur pesanteur totale, & enfin le dernier qui est posé sur une surface horisontale du piédroit, n'exerce aucune partie de sa pesanteur, ou, ce qui est la même chose, ne fait nul effort pour tomber, puisqu'il est entierement soutenu par le piédroit.

Si l'on veut que tous les Vouffoirs fassent un effort égal pour tomber, ou soient en équilibre, il est visible que chacun depuis la Clef de voute jusqu'au piédroit exerçant toujours une moindre partie de sa pesanteur totale, le premier, par exemple, n'en exerçant que la moitié le second un tiers, le troisième un quart &c, il n'y a pas d'autre moyen d'égaliser ces différentes parties, qu'en augmentant à proportion les tous dont elles sont parties, c'est à dire qu'il faut que le second Vouffoir soit plus pesant que le premier, le troisième plus que le second, & ainsi de suite jusqu'au dernier, qui doit être infiniment pesant, parce qu'il ne fait nul effort pour tomber, & qu'une partie nulle de sa pesanteur ne peut être égale aux efforts finis des autres Vouffoirs, à moins que cette pesanteur ne soit infiniment grande. Pour prendre cette même idée d'une manière plus sensible, & moins metaphisique, il n'y a qu'à faire reflexion que tous les Vouffoirs, hormis le dernier, ne pourroient laisser tomber un autre Vouffoir quelconque sans s'élever, qu'ils résistent à cette élévation jusqu'à un certain point déterminé par la grandeur de leur poids, & par la partie qu'ils en exercent, qu'il n'y a que le dernier Vouffoir qui puisse en laisser tomber un autre, sans s'élever en aucune sorte, & seulement en glissant horisontalement, que les poids, tant qu'ils sont finis, n'apportent aucune résistance au mouvement horisontal, & qu'ils

ne commencent à y en apporter une finie que quand on les conçoit infinis.

M. de la Hire, dans son *Traité de Mécanique* imprimé en 1695, a démontré quelle étoit la proposition selon laquelle il falloit augmenter la pesanteur des Voussoirs d'un Arc demi circulaire, afin qu'ils fussent tous en équilibre, ce qui est la disposition la plus sûre que l'on puisse donner à une Voute, pour la rendre durable. Jusque-là les Architectes n'avoient eu aucune regle précise, & ne s'étoient conduits qu'en tâtonnant. Si l'on conte les degrés d'un quart de cercle depuis le milieu de la Clef de voute, jusqu'à un piédroit, l'extrémité de chaque voussoir appartiendra à un arc d'autant plus grand, qu'elle sera plus éloignée de la Clef, & il faut par la regle de M. de la Hire augmenter la pesanteur d'un voussoir par dessus celle de la Clef, autant que la tangente de l'arc de ce voussoir l'emporte sur la tangente de l'arc de la moitié de la Clef. La tangente du dernier voussoir devient nécessairement infinie, & par conséquent aussi sa pesanteur; mais comme l'infini ne se trouve pas dans la pratique, cela se réduit à charger autant qu'il est possible les derniers voussoirs, afin qu'ils résistent à l'effort que fait la voute pour les écarter, qui est ce qu'on appelle la *poussée*.

M. Parent a cherché quelle seroit la courbure extérieure ou l'*Extrados* d'une voute dont l'*Intrados* seroit circulaire, & tous les voussoirs en équilibre par leur pesanteur, selon la regle de M. de la Hire, car il est clair que tous ces voussoirs inégaux dans une certaine proportion seroient en dehors une certaine courbure régulière. Il ne l'a trouvée que par points, mais d'une manière fort simple, de sorte que par sa méthode on pourroit assez facilement construire une voute, dont on seroit sûr que tous les voussoirs seroient en équilibre.

Un fruit considérable de la recherche de M. Parent, c'est qu'il a découvert en même temps la mesure de la poussée de la voute, ou quel rapport a cette poussée au

poids de la voute entiere. On sçavoit seulement que cet effort étoit très-grand, & on y opposoit de grosses masses de pierres, ou *culées*, plutôt trop fortes, que trop foibles, mais on ne sçavoit point précisément où il s'en falloit tenir. On pourra le sçavoir presentement, les Arts se sentent toujours du progrès de la Geometrie.

SUR LES FROTEMENTS.

V. les M.
P. 173. 206.

JUSQU'ICI la Theorie de la Mechanique n'avoit point considéré les Frotements, faute d'en connoître précisément la valeur. On calculoit l'avantage qu'une Force mouvante pouvoit tirer d'une Machine, ou par sa distance à l'égard du point fixe, ou par la direction selon laquelle elle agissoit, on supposoit toujours dans ces démonstrations que les corps dont les surfaces devoient se mouvoir les unes sur les autres étoient parfaitement polis, & l'on s'attendoit bien que dans la pratique leurs Frotements feroient perdre aux Forces mouvantes une partie de leur avantage, mais il n'y avoit que cette pratique même qui pût découvrir où devoit aller le déchet, & l'on risquoit en quelque sorte une Machine dont une bonne partie étoit inconnuë.

M. Amontons ayant le premier trouvé par experience la valeur precise des Frotements * que M. Parent trouva ensuite par raisonnement & par Geometrie*, le même M. Parent donne ici la maniere de faire entrer cette nouvelle consideration dans toute la Theorie de la Mechanique, de sorte qu'on n'aura plus besoin d'attendre l'exécution pour sçavoir au juste l'effet d'une Machine.

Si l'on ne considere pas les Frotements, un corps pesant posé sur le plan incliné ne peut s'y soutenir, & il faut necessairement ou qu'il glisse, ou qu'il roule & glisse en

* V. l'Hist.
de 1699, p.
104 & suiv.

* V. l'Hist.
de 1700, p.
145 & suiv.

en même temps. Il glissera simplement, si la ligne de direction par laquelle il tend au centre de la terre, tombe sur sa base, parce qu'alors son centre de gravité peut descendre par rapport à l'horison, mais non pas par rapport au plan incliné; il glissera & roulera si sa ligne de direction ne tombe pas sur sa base, parce qu'alors son centre de gravité peut descendre & par rapport à l'horison, & par rapport au plan incliné.

Mais si l'on tient compte des Frottements, ce même corps pesant peut se soutenir sur un plan incliné dont la surface rude & inégale l'accrochera en quelque manière. Il est visible que ce corps ne se soutiendra pas ainsi sur tous les plans inclinés possibles, & qu'il y en aura qui seront trop peu inclinés pour cet effet, ou, ce qui est la même chose, trop élevés. M. Parent cherche quelle est l'inclinaison nécessaire, au-dessus de laquelle un certain corps déterminé ne se puisse plus soutenir par l'adhérence que cause le Frottement.

Il suppose que le Frottement n'est point proportionné aux surfaces, mais seulement à la pression, dont il est le tiers. Il tire la ligne de direction par laquelle le corps tend au centre de la terre, & cette ligne perpendiculaire à un plan horizontal est nécessairement oblique au plan incliné. L'action de la pesanteur du corps sur ce plan lui est donc oblique, & par conséquent, selon la Théorie des Mouvements composés, elle peut être considérée comme résultant de deux autres actions dont l'une soit perpendiculaire à ce même plan, & l'autre parallèle. La perpendiculaire est la pression du corps sur le plan en vertu de sa pesanteur, la parallèle est la direction selon laquelle il tend à tomber, & par conséquent elle représente une Force qui tireroit le corps en embas & tendroit à surmonter le Frottement. Or cette Force doit être égale au tiers de la pression. Donc si ces deux lignes dans lesquelles on résout, & on décompose, pour ainsi dire, la direction oblique du corps pesant, sont telles que la parallèle soit le tiers de la pes-

pendiculaire, elles ont précisément le rapport qui est nécessaire afin que le Frottement du corps puisse être surmonté, ou, ce qui est la même chose, afin qu'il puisse tomber. Or le rapport de ces deux lignes entre elles est toujours différent selon l'obliquité différente de la direction du corps, & cette obliquité est différente selon l'inclinaison du plan, donc afin que le corps puisse tomber & qu'il ne puisse tomber sur tout autre plan moins élevé, il faut que l'inclinaison du plan soit telle que ces deux lignes qui composent la direction du corps aient entre elles ce rapport précis.

Maintenant si une Force mouvante tiroit non parallèlement à ce plan pour faire monter ce corps, il est clair qu'il faudroit qu'elle surmontât non seulement le Frottement causé par la pression du corps sur le plan, mais celui qu'elle y cause elle-même en pressant par la traction, supposé qu'elle applique encore le corps sur le plan, ce qui arrive dans toutes les tractions non parallèles au plan, & qui en sont plus proches qu'une parallèle. On sçait déjà quelle est la quantité du Frottement causé par la pesanteur du corps sur le plan incliné, il reste à sçavoir quel est le Frottement causé par la traction de la Force mouvante, & on le découvrira par la même voie. Cette traction étant oblique au plan par la supposition, il la faut décomposer & diviser en deux dont l'une soit perpendiculaire & l'autre parallèle, la première est la quantité dont la Force mouvante applique & presse le corps contre le plan en le tirant. On calcule par la Méchanique ordinaire de quelle quantité doit être la Force selon la direction par laquelle elle agit, selon la grandeur du poids, & l'inclinaison du plan, mais ce n'est pas assez, il la faut augmenter encore à proportion des deux pressions qu'elle a à vaincre, c'est-à-dire l'augmenter du tiers de ces pressions prises ensemble.

M. Parent en détermine la valeur par Geometrie & par Algebre, & la joignant avec ce que donne la Mecha-

rique ordinaire, il compose une Formule generale qui exprime la Force accompagnée de toutes les circonstances, ou revêtuë de toutes les modifications qu'on peut considerer dans le cas proposé, & dont les differentes combinaisons peuvent le faire varier à l'infini. Si l'on fait évanouir de la Formule generale les Frotements, on retrouve toutes les conclusions de la Mechanique ordinaire.

Cette Theorie generale étant établie pour le Plan incliné, M. Parent passe sans peine, ou au Coin qui en est une espece, ou à la Poulie, deux Machines où il entre beaucoup de Frotement. Les mêmes principes regnent par tout, & le secret consiste toujours à trouver les pressions soit du poids, soit de la Force par la décomposition de leurs directions. Des cas plus compliqués ne sont que plus longs à résoudre, & non pas plus difficiles. Il paroît par les découvertes les plus generales & les plus fécondes où l'on soit arrivé jusqu'à present dans la Mechanique, qu'elle n'est que la Science des Mouvements composés.

SUR UN NIVEAU

D'UNE NOUVELLE CONSTRUCTION.

Toute la Science du Nivellement n'a pour objet V. les M.
P. 251. que de déterminer deux ou plusieurs points également éloignés du centre de la Terre.

La Terre étant spherique, du moins sensiblement, tous les points qui sont *de niveau* ou également éloignés de son centre, sont des points de la circonference, ou d'un cercle concentrique, & par conséquent deux points d'une Tangente à la circonference de la Terre, pris du même côté du point d'attouchement, ne sauroient être de niveau dans la rigueur Mathematique.

Mais comme la Terre est fort grande, & que dans une certaine étendue sa courbure ne diffère nullement d'une ligne droite, on peut prendre sans aucune erreur pour points de niveau ceux qui sont dans cette étendue. Ainsi les Anciens qui ne nivelloient à la fois qu'une distance de 20 pieds, n'étoient point à cet égard en danger de se tromper, quoiqu'ils en prissent les deux extrémités en ligne droite.

Si on nivelloit des distances beaucoup plus grandes, les deux extrémités prises en ligne droite ne pourroient plus appartenir à la circonférence de la terre, mais à une Tangente de cette circonférence, de sorte que l'extrémité où se feroit l'opération étant le point d'attouchement de cette tangente & de la circonférence, l'autre extrémité seroit aussi celle d'une Secante tirée du centre de la terre, & le point qu'elle détermineroit seroit élevé au-dessus de la circonférence, & par conséquent au-dessus du *vrai* niveau, de toute la quantité dont cette Secante surpasseroit le demi-diamètre de la terre. Cette extrémité d'une Secante est dite être dans le Niveau *apparent*, parce que c'est celui que la vûe donne, & il est bien aisé de le réduire au vrai, puisqu'on sçait par la Trigonometrie de combien chaque Secante surpasse le Rayon, & que l'on a découvert par la Mesure de la Terre que l'Academie a faite quelle est la valeur précise de son Rayon.

Faute d'avoir cette valeur du Rayon de la Terre, les Anciens n'eussent pû faire la réduction du niveau apparent au vrai, ou s'ils l'eussent entreprise ils seroient tombés dans de grandes erreurs. Aussi ne nivelloient-ils que des distances de 20 pieds où cette réduction n'étoit aucunement nécessaire. On trouve par les Tables qui en ont été faites qu'à une distance de 50 toises le niveau apparent n'est élevé au dessus du vrai que de $\frac{1}{3}$ de ligne, & par conséquent les Anciens avoient sur ce point beaucoup plus de sûreté qu'il ne leur en falloit.

La mesure de la Terre ayant été trouvée, la commo-

dité de reduire le niveau apparent au vrai, invita les Geometres de l'Academie à niveller d'un seul coup de grands distances, comme de 1000 toises. L'avantage de ces grands coups de niveau, est que l'on fait ici, par exemple, en une seule operation, ce que les Anciens ne faisoient qu'en trois cens, & outre le temps que l'on gagne, il est visible que trois cens operations sont naturellement sujettes à un nombre d'erreurs incomparablement plus grand qu'une seule. C'étoit aussi par cette raison que les Anciens qui regloient sur leurs nivellemens les grandes conduites d'eaux qu'ils faisoient, prenoient toujours plus de pente qu'il n'étoit necessaire, ainsi qu'il a été dit dans l'Hist. de 1699*. Ils se défioient avec justice du succès de tant d'operations. Il paroît qu'ils mettoient à ces sortes d'Ouvrages beaucoup de travail & peu d'art, & nous, nous voulons presentement que l'art nous épargne le travail.

* pag. 113

Pour niveller tout d'un coup de grandes distances, il faut avoir des Instruments qui donnent bien sûrement une ligne horisontale, puisque c'est celle dont l'extrémité sera le niveau apparent, mais ce n'est pas une mediocre difficulté que de la déterminer dans la pratique.

Premierement il faut être bien sûr que cette ligne soit une ligne, c'est-à-dire conduite d'un seul point à un autre point, car autrement on prendroit à une grande distance pour le même point plusieurs points differents d'un même plan vertical, & assez éloignés l'un de l'autre, & il s'agit d'une grande précision dans la pratique du nivellement. Autrefois on se contentoit de deux Pinnules percées chacune d'un trou le plus petit qu'il étoit possible, & l'on supposoit que l'objet vû par ces deux trous n'étoit qu'un point, mais il s'en falloit beaucoup que ce n'en fût un, quelque petits que fussent les trous, & il s'en falloit d'autant plus que l'objet étoit plus éloigné. D'ailleurs pour peu que l'œil changeât de place & eût de mouvement dans le temps de l'observation, c'étoit un autre point que l'on voyoit. Pour re-

medié à ces inconvenient, l'on a imaginé dans l'Academie, il y a déjà du temps, d'employer au lieu de Pin- nules une Lunette avec un fil de Ver à foye très-délié posé au foye du verre objectif, ou plutôt avec deux fils qui se croisent. Leur intersection arrête tous les rayons partis d'un seul point de l'objet que l'on suppose éloigné, puisqu'elle se fait à l'endroit où ils se réunissent tous, & comme on voit les deux fils sur la peinture de l'objet qui se fait au Foyer, on est sûr que l'endroit où on les voit se couper n'est qu'un point de l'objet, ou du moins une partie aussi petite que l'épaisseur des fils. L'œil a beau changer de place, ce sont toujours les rayons du même point qui sont arrêtés par l'intersec- tion des fils, & l'on *pointe* toujours au même point. Cet ingénieux expedient a été mis en pratique avec beaucoup de succès, depuis qu'il a été trouvé, mais M. de la Hire a jugé à propos d'y faire encore une reforme qui perfectionne*, & il substitué aux filets de Ver à foye des traits aussi déliés, & plus inalterables, tracés sur une petite glace.

* V. l'Hist.
de 1701. p.
91.

En second lieu, il faut que la ligne du niveau appa- rent soit parfaitement horisontale. D'abord on songe naturellement aux surfaces des liqueurs qui se mettent toujours de niveau. Aussi le Niveau des Anciens n'étoit qu'une piece de bois, longue de 20 pieds, égale à toute la distance qu'ils nivelloient d'un seul coup, & au milieu de laquelle étoit un petit tuyau plein d'eau. Il ne leur devoit pas être fort difficile de conduire un rayon visuel à une si petite distance le long de cette surface d'eau, mais pour de plus grandes distances, M. de la Hire a imaginé de mettre au dessus de l'eau une Lunette avec ses fils au Foyer, dans une position exactement pa- rallele à la surface de l'eau. Ce parallelisme fait la plus grande difficulté de l'exécution. C'est là le même ni- veau dont il a été parlé dans l'Hist. de 1699.* à l'oc- casion de ce que M. Couplet y avoit ajouté pour le ren- dre plus commode.

* p. 112 &
113.

Une ligne sera horizontale, pourvu qu'elle soit perpendiculaire à une ligne verticale, ainsi il suffira encore pour fonder la construction d'un Niveau de déterminer une ligne qui soit bien certainement verticale. C'est ce qu'on a fait par le moyen des poids suspendus. Leur point de suspension ou d'appui est certainement dans la même ligne verticale que leur centre de gravité, & pourvu que le fil qui les tient suspendus soit très-délié, il est lui-même cette ligne. Reste à poser une Lunette dont l'axe lui soit bien perpendiculaire, car dans tous les Niveaux modernes on se sert toujours d'une Lunette, à cause de l'avantage qu'elle donne de ne pointer qu'à un seul point de l'objet, & de plus, parce qu'elle est aussi propre aux vûes les plus courtes qu'aux autres. On peut faire aussi que la Lunette elle-même tiennne lieu de poids, & qu'étant suspendue horizontalement elle donne pour ligne verticale celle qui joint son point de suspension & son centre de gravité. C'est sur ces suspensions que sont fondés les Niveaux de M^{rs} Huguens & Roëmer. Mais M. de la Hire les croit sujettes dans la pratique à plusieurs inconveniens expliqués dans son Memoire.

Il a voulu trouver un Niveau qui n'y fût point exposé. C'est une Lunette, non pas suspendue par un point plus élevé que son centre de gravité, mais appuyée sur un point qui soit plus bas, & par conséquent toujours prête à tomber de côté ou d'autre à moins que d'être en équilibre. L'état de son équilibre détermine la ligne verticale, & ensuite l'horizontale qui la coupe à angles droits. Le détail de la construction est réservé au Memoire de l'Auteur. M. de la Hire assure qu'il s'en est servi à niveller d'un seul coup 1000 toises de distance sans erreur sensible.

Il ne sera peut-être pas inutile d'avertir ici que les hauteurs apparentes des objets, même de ceux qui sont peu éloignés de la surface de la Terre, sont altérées par les refractions, & d'autant plus altérées que ces objets

sont ou plus élevés par rapport à l'Observateur, ou à une plus grande distance. D'ailleurs la grandeur de ces refractions dépend aussi & de l'heure du jour, & de la constitution de l'air, sans aucune proportion qui soit encore bien connue. On sçait en general qu'il peut y avoir de l'erreur sur les hauteurs apparentes, & en quelques occasions particulieres on sçait à peu près où elle peut aller. Les plus grands coups de Niveau sont à cet égard les plus dangereux, mais c'est un inconvenient commun à tous les Niveaux modernes, & qui étant presque suffisamment connu, n'a pas empêché que l'on n'ait fait de très-grands nivellemens avec une justesse étonnante. Les Anciens qui ne connoissoient point les refractions se seroient souvent fort écartés du but, s'ils eussent fait de grands nivellemens d'un seul coup, leur peu d'art en cette matiere étoit précisément le remede dont ils avoient besoin.

SUR LES VITESSES DES CORPS

MUS SUIVANT DES COURBES.

V. les M.
p. 236.

IL ne suffit pas de découvrir une Verité, il faut encore sçavoir ce qui la produit, & d'où elle vient; car si on se trompe sur cette espece de cause, on peut croire qu'elle a lieu lorsqu'elle n'en a point, ou au contraire, & l'on donne à la Verité que l'on a découverte plus ou moins d'étendue qu'elle n'en doit avoir. Ceci ne s'entend que des matieres delicates, & l'on peut assurer que quand il en est question, une demonstration geometrique est capable de jeter dans l'erreur par les applications qu'on en fera, à moins qu'elle n'ait remonté jusqu'à la source de la Verité, & ne l'ait exposée dans ses premiers principes.

Galilée ayant trouvé ce beau Système de la chute des Corps

Corps pesants , reçû aujourd'hui de tous les Philosophes , par lequel les vîteses d'un corps qui tombe verticalement sont à chaque moment de sa chute , comme les racines des hauteurs d'où il est tombé à compter depuis le commencement de la chute , trouva ensuite que si un corps tomboit sur un plan incliné , les vîteses qu'il avoit en differents moments de sa chute seroient encore dans la même proportion , & en effet puisque ce corps tient de sa chute toute sa vîtesse , & qu'il ne tombe qu'autant qu'il y a de hauteur perpendiculaire dans le plan incliné , il paroît nécessaire que sa vîtesse se mesure & se règle toujours par cette hauteur , de même que si la chute étoit verticale. La proposition de Galilée est vraie & incontestable.

Elle le conduisit à croire que si un corps tomboit par deux plans inclinés contigus , & qui fissent un angle entre eux , à peu près comme un bâton brisé , la vîtesse se regleroit encore de la même manière sur la hauteur verticale des deux plans pris ensemble , car enfin ce n'est encore que selon cette hauteur que se fait la chute , & de là vient toute la vîtesse. Cependant M. Varignon démontra en 1693. que cette proposition de Galilée , admise jusque-là par tous les Geometres , étoit fausse.

Sur ce fondement , il semble que les vîteses d'un corps qui tombe en suivant la concavité d'une Courbe , d'une Cycloïde par exemple , ne doivent point être comme les racines des hauteurs. Une Courbe n'est que la suite d'une infinité de plans infiniment petits , contigus , & inclinés les uns aux autres , & par conséquent la proposition de Galilée ne doit pas non plus être vraie dans ce cas-là. Cependant elle l'est , quoiqu'avec une certaine restriction.

Tout ce mélange de verité & d'erreurs qui se ressemblent tant , & qu'il est si aisé de prendre les unes pour les autres , montre assez que l'on n'avoit point encore saisi les premiers principes. Quand on y est une fois parvenu , on voit une distance infinie entre la verité & l'er-

reur, & leur fausse ressemblance dispaeroît absolument.

M. Varignon a entrepris de démêler tout ce qui regarde les vîteses des corps qui tombent, & de mettre cette matiere dans un jour où elle n'avoit point encore été. Il suppose toujours selon le Systême de Galilée, que les vîteses d'un corps qui tombe par une ligne verticale sont dans les differents moments de sa chute comme les racines des hauteurs correspondantes.

Le grand principe que M. Varignon employe, c'est celui des Mouvements composés, sur lequel il a autrefois fondé toute sa Mechanique. Quand un corps est mû en même temps par deux forces, qui ont des directions différentes, quelque angle que ces directions fassent entre elles, il prend une direction *composée* qui est la diagonale du parallelogramme que feroient entre elles les deux directions *simples*, & il décrit cette diagonale dans le même temps qu'il auroit décrit l'un ou l'autre des deux côtés du parallelogramme, de sorte que la vîtesse que lui auroit imprimée l'une ou l'autre des deux Forces est à celle qu'elles lui impriment toutes deux ensemble, comme le côté correspondant du parallelogramme est à la diagonale. Tout est donc connu dès que l'on a le rapport des deux Forces.

Un mouvement perpendiculaire ou parallele à un plan ne peut être conçu comme composé par rapport à ce plan, mais seulement quand il lui est oblique, & alors on le conçoit comme composé de deux autres mouvements l'un perpendiculaire & l'autre parallele, dont les differents rapports, variables à l'infini, déterminent les différentes obliquités dont le mouvement composé est capable.

Un corps qui se meut obliquement à l'horison, ne fût-il poussé que par une seule Force, peut donc être conçu comme poussé par deux, dont l'une auroit eu une direction horizontale, & l'autre, une verticale, & sa vîtesse ne seroit ni celle que lui auroit donnée la Force horizontale, ni celle que lui auroit donnée la verticale,

mais celle qui resulteroit des deux , & qui seroit exprimée par la diagonale du parallelogramme qu'elles formeroient. Par conséquent , puisque la Force verticale seule , ou , pour parler plus précisément , la pesanteur , auroit imprimé à ce corps une vitesse , qui auroit été dans tous les moments de la chute comme les racines des hauteurs correspondantes , il faut qu'il ait une autre vitesse lorsqu'il se meut obliquement.

Si ce corps tombe par sa seule pesanteur le long d'un plan incliné , il tombe encore obliquement à l'horison , & cependant il n'est pas dans le même cas que nous venons d'expliquer , & c'est là une chose qui avoit besoin d'être démêlée par M. Varignon. Ce corps qui tombe sur un plan incliné ne tombe que par l'action de sa pesanteur qui est verticale , & cette action est nécessairement oblique au plan incliné. Elle peut donc être conçue comme composée de deux autres dont l'une soit perpendiculaire au plan incliné , l'autre parallele. Celle qui seroit perpendiculaire est entièrement arrêtée par le plan , & toute la vitesse que le corps auroit eue selon cette direction est anéantie & perdue. Il ne reste que la Force parallele , qui est effectivement celle dont le corps suit la direction , & dont il conserve toute la vitesse. Or il se trouve que les vitesses qu'il tire de cette Force parallele & unique dans les différents moments de sa chute , sont dans la même raison que celles qu'il tireroit de la Force verticale seule , ou de la pesanteur agissant librement , & par conséquent comme les racines des hauteurs.

Toute la difference des deux cas vient de ce que dans le premier le mouvement du corps est composé par rapport à l'horison , & composé de deux Forces qui toutes deux subsistent , & dans le second cas il est composé par rapport au plan incliné , & composé de deux Forces dont l'une est entièrement détruite par l'opposition de ce plan. Dans le premier cas , le corps n'est point soutenu , il l'est dans le second.

Maintenant si un corps tombe le long de deux plans inclinés, contigus, & qui fassent entre eux un angle obtus, & une espece de concavité. M. Varignon a démontré, toujours par la composition des mouvements, que ce corps à la rencontre du second plan perd quelque chose de sa vitesse, que par conséquent elle n'est pas la même à la fin de sa chute, ou à tel point qu'on voudra de sa chute par le second plan, que s'il n'étoit tombé que par le premier plan prolongé, & que la proportion des racines des hauteurs n'a donc plus de lieu, quoique Galilée l'ait crû. La raison de cette perte de vitesse est que le mouvement qui étoit parallèle au premier plan devient oblique au second, puisqu'ils font un angle entre eux, ce mouvement oblique au second plan étant conçu comme composé, ce qu'il a de perpendiculaire à ce plan est détruit à sa rencontre & par son opposition, & une partie de la vitesse perit aussi.

Plus ce que le mouvement oblique & composé a de perpendiculaire au second plan est petit, ou, ce qui est la même chose, moins les deux plans sont éloignés de n'en être qu'un, ou enfin plus leur angle obtus est grand, & l'aigu qui en est le complement, petit, moins le corps perd de sa vitesse, & au contraire. M. Varignon détermine geometriquement qu'elle est sur toute la hauteur de la chute entière la portion de vitesse qui se perd à la rencontre du second plan. Elle est toujours d'autant plus petite que l'angle aigu complement de l'obtus que font les deux plans est plus petit.

Les plans infiniment petits, contigus, & inclinés les uns aux autres, dont une Courbe est composée, faisant tous entre eux des angles obtus dont le complement est infiniment petit, il s'ensuit que si un corps tombe par sa pesanteur le long de la concavité d'une Courbe, la perte de vitesse qu'il fait à chaque instant est infiniment petite. Mais une portion finie de Courbe, quelque petite qu'elle soit, étant composée d'une infinité de plans infiniment petits, le corps qui l'a parcourue dans un temps fini,

quelque petit qu'il soit , a perdu une infinité de parties infiniment petites de sa vitesse , & une infinité d'infiniment petits font un infini de l'ordre *superieur* , c'est à dire qu'une infinité d'infiniment petits font une grandeur finie , s'ils sont du premier ordre ou genre , & un infiniment petit du premier , s'ils sont du second , & ainsi de suite à l'infini. Donc si les pertes de vitesse que fait un corps tombant le long d'une Courbe sont des infiniment petits du premier genre , elles feront une grandeur finie , lorsqu'il aura parcouru quelque portion finie de cette Courbe que ce soit , & par conséquent elles devront être contées par rapport à la vitesse dont il se meut , qui est toujours finie , & les différentes vitesses en différents temps de la chute ne seront point comme les racines des hauteurs. Mais si les pertes n'étoient que des infiniment petits du second genre , elle ne feroient toutes ensemble dans un temps fini , qu'un infiniment petit du premier , qui retranché d'une vitesse finie ne la rendroit pas moindre , & laisseroit subsister la proportion des racines des hauteurs. Or M. Varignon démontre que les pertes de vitesse sont des infiniment petits du second genre , d'où il suit que les chutes par des Courbes conservent la proportion des racines des hauteurs , quoique celles qui se font par differens plans inclinés contigus ne la conservent pas. Il ne seroit pas possible que sans la Geometrie des infiniment petits on vît aussi clair dans cette matiere , & l'on y peut remarquer combien ces differents ordres d'Infinis que l'on soupçonne d'abord d'être feints à plaisir , sont réels & solides.

Un corps qui tombe par un seul plan incliné , ou par une Courbe est donc dans le même cas à l'égard de la proportion des vitesses , & comme dans la chute par le plan incliné cette proportion ne suit celle des racines des hauteurs que parce que le corps est soutenu par ce plan , & que tout ce qu'il a de mouvement perpendiculaire à ce plan est arrêté & détruit sans qu'il perde rien

du mouvement parallele , de même il faut dans la chute par la Courbe que le corps soit soutenu par cette Courbe , & coule en quelque sorte le long de sa concavité comme dans une espece de canal , qui à chaque point de sa courbure laisse aussi à ce corps tout ce qu'il a de mouvement parallele à la Tangente de ce point. Ce sera la même chose si un corps suspendu décrit cette Courbe en vertu de sa suspension , car la suspension le soutiendra de la même maniere qu'auroit fait la concavité de la Courbe. En un mot , afin que les vîteses d'un corps qui tombe par un seul plan incliné , ou par une Courbe , suivent les racines des hauteurs , il faut que le corps soit soutenu , qu'il perde tout son mouvement perpendiculaire au plan ou à la Courbe , conserve tout le mouvement parallele , & ne se meuve que par sa seule pesanteur.

Mais comme les vîteses ne suivent point les racines des hauteurs dans la chute d'un corps qui tombe obliquement à l'horison , sans être soutenu par un plan , ou , ce qui vient au même , d'un corps poussé obliquement à l'horison par deux Forces différentes , de même la proportion des vîteses ne sera plus celle des racines des hauteurs dans une chute par une Courbe que feront décrire au corps deux impulsions différentes , mêlées & combinées ensemble ainsi qu'il faudra pour la génération de cette Courbe , mais la vîtesse sera à chaque moment celle qui naîtra du concours des deux Forces , & quand même la pesanteur seroit l'une des deux , la proportion des racines des hauteurs seroit altérée par l'autre , qui selon la supposition agiroit.

Il ne faut donc pas calculer de la même maniere la vîtesse de tous les corps qui tombent par des Courbes , & l'on doit admettre cette distinction nouvelle & subtile de M. Varignon entre les corps tombants par des Courbes qui les portent & les soutiennent , ou suspendus équivalement , & ceux qui tombent en décrivant ces Courbes par le mélange de deux Forces qui les meu-

vent. Faute de cette attention, qu'il étoit facile de ne pas avoir, de grands Geometres auroient pû se méprendre.

Lorsqu'une Courbe est décrite par le mélange ou le concours de deux Forces connues, M. Varignon détermine aisément la vitesse qui en résulte à chaque instant. Toute Courbe étant conçue comme un Polygone infini, chaque côté infiniment petit est une diagonale; ou, ce qui est la même chose, l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés sont la différence de deux Ordonnées infiniment proches, & la portion infiniment petite de l'axe comprise entre ces deux Ordonnées. Un corps à qui deux Forces différentes font décrire une Courbe, ne décrivant à chaque instant qu'une de ces hypoténuses ou diagonales, elles représentent la vitesse composée qu'il a dans cet instant, & les deux autres côtés du triangle représentent les vitesses simples que chaque Force tendoit à lui imprimer séparément. On a donc toujours cette proportion, comme la différence de deux Ordonnées de la Courbe infiniment proches, ou la portion de l'axe comprise entre ces Ordonnées, est à l'hypoténuse ou côté infiniment petit correspondant, ainsi l'une ou l'autre des vitesses que tendent à imprimer les deux Forces séparément, est à la vitesse composée qui résulte de leur concours.

Il n'y a nulle Courbe possible dont la nature ne soit suffisamment déterminée par le rapport des différences des Ordonnées aux portions de l'axe correspondantes, & l'on peut concevoir l'essence des Courbes en général comme consistant dans ce rapport, variable en une infinité de manières. Or ce même rapport sera toujours aussi celui des deux vitesses simples dont le concours fera décrire une Courbe quelconque à un corps, & par conséquent l'essence de toutes les Courbes en général est la même chose que le concours ou la combinaison, variable à l'infini, de toutes les Forces qui prises deux à deux peuvent mouvoir un même corps, & voilà une

Equation très-simple & très-generale de toutes les Courbes & de toutes les vitesses possibles.

Par le moyen de cette équation, dès que les deux vitesses simples du corps sont connues, M. Varignon détermine aussi-tôt la Courbe qui en doit naître. Quelque variées que soient ces vitesses, pourvu qu'elles suivent quelque progression réglée, ce qui est toujours absolument nécessaire, elles ne font qu'introduire la progression dans les différences, ou dans les portions de l'axe qui leur répondent.

Si l'on veut qu'une des deux vitesses simples soit uniforme & toujours égale, par exemple, la vitesse horizontale d'un boulet de canon, on verra les différences ou les portions de l'axe qui répondront à cette vitesse, devenir égales, & comme dans le cas du boulet de canon ou de tout autre corps pesant la seconde Force simple dont il sera poussé sera la pesanteur, qui lui imprimera toujours une vitesse variée suivant les racines des hauteurs de la chute, on verra naître de cette combinaison une Parabole que le corps décrira. Dans cette Courbe les portions de l'axe qui sont entre des Ordonnées infiniment proches, étant prises dans la proportion des racines des hauteurs de la chute du corps pesant, les différences des Ordonnées sont toutes égales.

Il est à remarquer que par l'équation generale de M. Varignon la vitesse uniforme & la vitesse variée suivant les racines des hauteurs produisent la Parabole, indépendamment de l'angle que font entre elles les deux Forces ou projections qui impriment ces vitesses, & que par conséquent un boulet de canon tiré soit horizontalement, soit obliquement à l'horison décrit toujours une Parabole, parce que dans ces deux cas la vitesse qu'il tient de cette projection est toujours uniforme. D'habiles Geometres ont eu bien de la peine à prouver que les projections obliques formoient des Paraboles aussi-bien que les horizontales, & cela vient tout d'un coup & de soi-même par la methode de M. Varignon.

En

En voici la raison essentielle & methaphisique. La Courbe n'est que le mélange qui résulte de deux Forces qui ont entre elles un certain rapport de grandeur ou de quantité; la Parabole, par exemple, est le mélange qui résulte d'une vitesse uniforme & d'une vitesse variée qui suit les racines des hauteurs, & ce mélange est nécessairement déterminé à être ce qu'il est par le rapport des deux vitesses simples qui le forment. Si ces vitesses simples sans changer de nature devenoient ou plus grandes ou plus petites, il est clair que le mélange qui en résulte ne changeroit pas de nature, mais seulement de grandeur. Ainsi qu'un boulet de canon tiré horizontalement soit tiré avec une moindre charge de poudre, & même, si l'on veut, qu'il tombe moins vite, l'une des deux vitesses simples ne laissera pas d'être toujours uniforme, & l'autre variée de la même manière, & par conséquent le boulet décrira toujours une Parabole, mais une Parabole plus petite. Maintenant que le boulet soit tiré selon une ligne oblique à l'horison, & plus élevée que l'horizontale, cette ligne oblique à l'horison sera composée d'une parallèle ou horizontale, & d'une verticale. Entant qu'elle est horizontale, elle imprimera toujours une vitesse uniforme, entant qu'elle est verticale & plus élevée qu'une parallèle à l'horison, elle agira contre la pesanteur du boulet, & en affoiblira l'action, mais sans en changer la nature, & par conséquent il se trouve toujours un mélange d'une vitesse uniforme & d'une vitesse qui suit les racines des hauteurs, ou, ce qui est la même chose, une Parabole, quoique différente. Si la ligne de projection du boulet étoit au-dessous d'une parallèle à l'horison, l'action de la pesanteur seroit fortifiée, mais non pas changée. Donc quelque angle que fassent entre elles la ligne de projection du boulet, & l'action verticale de sa pesanteur, ou, ce qui revient au même, les deux Forces simples dont il est poussé, l'espece de la Courbe ne change point, mais seulement sa grandeur. Le même raisonnement se peut ap-

plier à toutes les autres Courbes resultantes du mélange de deux Forces , & l'angle ou la position de ces Forces entre elles est indifferente , quant à l'espece de la Courbe.

Un mélange de deux Forces déterminées ne peut donner qu'une certaine Courbe , mais une Courbe étant donnée on peut imaginer une infinité de Forces différentes , prises deux à deux , dont le mélange aura pû la produire. C'est ainsi que dans les Nombres le produit de 2 & de 30 , par exemple , ne peut donner que 60 , mais 60 peut être formé par la multiplication de plusieurs autres nombres entiers que 2 , & 30 , & par celle d'une infinité de nombres rompus. Et comme on peut prendre tel nombre qu'on voudra pour l'un des deux dont le produit doit former 60 , après quoi le second , soit entier , soit rompu , viendra necessairement , & sera déterminé , de même une Courbe étant donnée on peut supposer telle vitesse qu'on voudra pour l'une des deux dont le concours l'aura produite , mais ensuite l'autre vitesse simple sera necessairement déterminée en consequence de la supposition arbitraire. Si l'on veut qu'un boulet de canon tiré horisontalement ou obliquement à l'horison ait décrit une Hiperbole , cette supposition enfermant une vitesse uniforme , on trouvera quelle aura dû être celle que la pesanteur aura causée , & certainement on ne la trouvera pas dans la proportion des racines des hauteurs. On sçaura donc quelle devra être l'action de la pesanteur pour faire décrire aux corps jettés des Hiperboles , ou en general telles autres Courbes qu'on voudra.

Une Courbe étant donnée , ou , ce qui est la même chose , le rapport des portions de l'axe infiniment petites aux differences correspondantes , on peut sans changer la nature de cette Courbe établir telle progression qu'on voudra soit entre les portions de l'axe comparées seulement entre elles , soit entre les differences prises de la même maniere , mais quand on a une fois réglé

une progression pour les unes ou pour les autres de ces grandeurs, la seconde n'est plus libre, & elle suit nécessairement du rapport qui doit être entre les unes & les autres comparées ensemble. C'est là la raison essentielle qui fait que l'on peut imaginer une infinité de vitesses différentes, prises deux à deux, également propres à former une certaine Courbe, & que l'une des deux vitesses étant déterminée arbitrairement, l'autre devient nécessaire.

Des Geometres fameux avoient déjà songé à la generation des Courbes par les mouvemens composés, mais ceux qui n'ont pas connu ou admis la Geometrie des Infiniment petits ont dû être assez embarrassés ou du moins fort bornés dans cette recherche. Ce n'est qu'en considérant les Courbes comme des Poligones infinis que l'on trouve que chaque côté infiniment petit est la diagonale que produit un mouvement composé, & cette idée naturelle donne aussi-tôt le dénouement de tout.

De plus, il faut sçavoir qu'il y a deux especes de Courbes, les *Geometriques*, & les *Mechaniques*. Les Courbes geometriques sont celles dont on peut exprimer & déterminer la nature par le rapport des Ordonnées aux Abscisses, qui sont les unes & les autres des grandeurs finies, les Mechaniques sont celles dont on ne peut exprimer ainsi la nature, parce que les Ordonnées & les Abscisses n'ont point de rapport réglé. Les Sections Coniques sont geometriques, la Cycloïde, la Spirale, la Logarithmique, &c. sont mechaniques. Dans la Geometrie des Infiniment petits la nature de toutes les Courbes soit geometriques, soit mechaniques peut également s'exprimer par le rapport des portions de l'axe infiniment petites aux differences correspondantes, ou premieres, ou secondes ou troisiemes &c. à l'infini. Toute la difference entre les Courbes geometriques & mechaniques, est que les mechaniques ne peuvent s'exprimer que par ce rapport, au lieu que les geometriques peuvent aussi s'exprimer par le rapport des Ordonnées aux Abscisses, c'est-

à-dire que les mechaniques conduisent plus necessairement que les autres à la consideration de l'infini. De là il suit & que la Geometrie des Infiniment petits a une égale facilité dans les recherches qu'elle fait sur ces deux especes opposées de Courbes, & que toute autre methode doit en avoir beaucoup moins, sur tout à l'égard des mechaniques. Il est visible que la Theorie de M. Varignon fondée sur les Infiniment petits tant pour les Vités que pour la generation des Courbes s'étend si naturellement tant aux Courbes geometriques qu'aux mechaniques, que l'on ne s'apperçoit pas en la suivant qu'il y ait aucune difference de nature entre ces Courbes. Cependant il y a tout lieu de croire que l'on s'en appercevrait bien par d'autres voies.

*SUR LA PLUS GRANDE.
PERFECTION POSSIBLE DES MACHINES.
DONT UN FLUIDE EST LA FORCE
MOUVANTE.*

W. les M.
P. 323.

JUSqu'ici l'on n'a sçu calculer les Machines, que pour l'état de l'équilibre. Une Machine étant construite ou imaginée, on voit par les bras de levier, par les distances des points fixes aux directions des Forces, en un mot par les chemins que doivent parcourir en même temps le Poids d'un côté, & de l'autre la Puissance, quel doit être le rapport de la Puissance au Poids afin que la Machine soit en équilibre, ou reciproquement par le rapport de la Puissance qu'on doit employer au Poids qu'il faut mouvoir, on trouve quels doivent être pour cet équilibre de la Machine les chemins qu'ils parcourront l'un & l'autre, ou plutôt qu'ils seront disposés à parcourir. Cet état d'équilibre trouvé, il est bien sûr

que la Machine sera mise en mouvement & executera l'effet qu'on lui demande, pour peu que l'on augmente soit la puissance, soit la vitesse, ou que l'on diminue le poids ou la vitesse. On ne considere point ici les Frottements, & on ne les considerera point dans la suite de ce discours.

Quand pour mettre la Machine en mouvement, on augmente ou l'on diminue quelqu'une des quantités qui formoient l'équilibre, on ne fait qu'au hasard cette augmentation ou cette diminution, c'est-à-dire qu'on croit que la plus grande sera toujours la meilleure, & que la Machine en ira d'autant mieux, ce qui est en effet une pensée fort naturelle. Mais plus elle l'est, plus on doit tenir conte à M. Parent d'en avoir reconnu l'erreur, il a découvert ce que personne n'avoit encore soupçonné, que pour mettre les Machines dans la plus grande perfection où elles peuvent être, il falloit, après avoir trouvé leur état d'équilibre, faire une certaine augmentation ou diminution précise soit sur les forces, soit sur les vitesses, & que toute autre augmentation ou diminution rendroit les machines moins parfaites. Il est aisé de voir que cette nouvelle Theorie est en même temps une Regle par laquelle M. Parent peut déterminer si une Machine quelconque donnée est dans la plus grande perfection où elle puisse être, de combien de degrés elle en est éloignée, & quels changemens il faudroit faire pour l'y amener.

Il ne propose encore sa découverte que sur les Machines dont la Force mouvante est un fluide, telles que sont les Moulins à vent ou les Moulins à eau. Il les suppose construites comme elles le sont, & comme elles doivent l'être, c'est-à-dire, de maniere que le poids qu'il faut mouvoir soit appliqué à certains bras de levier, tandis que la Puissance est appliquée à d'autres, ou plus généralement que le poids ait en vertu de la disposition de la Machine une certaine vitesse, & la puissance une autre, toujours plus grande dans la pratique que celle du poids, puisque

ce n'est que par là qu'on peut tirer avantage d'une Machine. Après cela, voici par quelle suite de reflexions & de raisonnemens M. Parent arrive à son bût.

Le plus grand effet que puisse jamais produire un Fluide qui coule avec une certaine vîtesse, c'est d'emporter avec cette même vîtesse entiere un certain poids, qu'on peut concevoir comme posé dans une gondole. M. Parent appelle cet effet, *naturel*, parce qu'il n'y entre aucune Machine. Il est visible que c'est le produit de ce poids qui peut être emporté, & de la vîtesse du Fluide, & comme cet effet outre qu'il est naturel, est constant & invariable, on peut le prendre pour une mesure fixe à laquelle on rapportera tous ceux qui se feront par des Machines, & qui varieront avec elles.

Dans toute Machine, dont un Fluide est la Force mouvante, il faut qu'il fasse son effort ou son impression sur quelque surface, telle qu'une aîle de Moulin, ou vanne, ou palette &c. La grandeur de cet effort ou impression dépend de la pesanteur & de la vîtesse du Fluide, & le Fluide étant toujours supposé le même, de la vîtesse seule. Si la vîtesse augmente, l'effort ou impression augmente selon les quarrés de la vîtesse, parce que quand un Fluide a 2 fois, 3 fois &c plus de vîtesse, non seulement il frappe une surface avec 2 fois, 3 fois plus de force, mais il la frappe avec 2 fois, 3 fois plus de parties en même temps, puisqu'elles se meuvent plus vite, & par conséquent l'impression du Fluide croît selon la raison doublée ou selon les quarrés de la vîtesse. Si une surface frappée par un Fluide qui tend à la mouvoir selon son cours, est arrêtée par un poids qui ne soit précisément que tel qu'il faut pour l'arrêter, il est clair que ce poids est égal à l'impression ou effort du Fluide contre la surface, si la vîtesse du Fluide devenoit 2 fois, 3 fois &c plus grande, il faudroit que le poids fût 4 fois, 9 fois plus grand, ou, ce qui est la même chose, l'effort du Fluide seroit 4 fois, 9 fois plus grand. Jusque-là, il n'y a encore nul effet de Machine.

Mais si l'on en faisoit une, quelle qu'elle pût être, où l'effort de Fluide agît par certains bras de levier, & un poids qu'il faudroit vaincre fût appliqué à d'autres bras, il est constant que dans l'état d'équilibre il y auroit égalité entre l'effort du Fluide, ou le poids qui lui est égal, multiplié par les bras de levier où il est appliqué, & le poids à élever multiplié par les siens. Le produit de ce poids à vaincre, & des bras de levier par lesquels il agit, ou, ce qui est la même chose, le produit de ce poids par sa vitesse est tout l'effet de la Machine, ou, pour parler plus précisément du Fluide agissant par une Machine.

Mais cet effet n'est celui de la Machine que dans l'état d'équilibre, & il deviendra nécessairement moindre dès qu'on la voudra mettre en mouvement, parce qu'il faudra pour cela diminuer le poids, ou faire quelque chose d'équivalent. Supposons que l'on s'en tienne à diminuer le poids, & laissons cette diminution indéterminée.

Une autre cause rend encore moindre l'effet de la Machine mise en mouvement. Dans l'état d'équilibre, le Fluide emploie toute sa Force contre l'aîle ou vanne qu'il frappe, parce qu'elle est alors immobile, mais quand la Machine se meut, cette aîle poussée par le Fluide fuit devant lui, pour ainsi dire, & en reçoit d'autant moins d'impression qu'elle fuit plus vite, de sorte que si elle avoit pris du Fluide toute la vitesse qu'il a, c'est-à-dire qu'elle se mût d'une vitesse égale à la sienne, elle ne recevrait plus de lui aucune impression, & ne seroit frappée avec aucun effort. Mais la vanne ne prend jamais une vitesse égale à celle du Fluide, parce qu'elle est toujours retardée & appesantie par le poids qui doit être élevé, & auquel elle donne tout le mouvement qu'il a. Elle est d'autant plus retardée que ce poids est plus grand, & moins diminué par rapport à celui que la Machine eût soutenu dans l'état d'équilibre. Quand la vanne a pris du Fluide la plus grande vitesse qu'elle puisse prendre, chargée de ce poids comme elle l'est, elle la con-

serve toujours, & par conséquent se meut d'une vitesse uniforme. L'excès de la vitesse du Fluide par-dessus cette vitesse uniforme de la vanne est tout l'effort dont il frappe, & cet effort qui est le principe du mouvement de toute la Machine est beaucoup plus foible que celui sur lequel on contoit dans l'état d'équilibre.

La vitesse de la vanne dépend donc & de la vitesse du Fluide, & de la grandeur du *poids diminué* par rapport au *poids d'équilibre*, & M. Parent trouve une expression algebrique de cette vitesse de la vanne, où il n'entre que ces grandeurs. Il n'y a dans cette expression rien d'inconnu ou d'indéterminé que la grandeur du poids diminué.

Voilà quelle est la vitesse de la vanne indépendamment de la construction de la Machine & de la disposition de ses parties, mais comme la vanne est en même temps une partie de la Machine, à laquelle est appliquée la Force mouvante, ou le Fluide, sa vitesse comparée à celle du poids qui doit être élevé, y a le même rapport qu'ont entre eux les differens bras de levier par lesquels agissent la force mouvante & le poids, & ces bras étant supposés connus par la construction de la Machine, voilà encore une expression soit de la vitesse de la vanne comparée à celle du poids, soit de la vitesse du poids, dans laquelle tout est connu & déterminé, hormis la grandeur du poids diminué.

Dès que l'on a l'expression de la vitesse du poids diminué, il est visible que le produit de ce poids par sa vitesse est tout l'effet que la Machine peut produire.

Il n'entre dans l'expression algebrique de cet effet de la Machine, que le poids diminué qu'on a laissé indéterminé & inconnu, le poids d'équilibre, la vitesse du Fluide, & les bras de levier opposés, toutes grandeurs que l'on suppose déterminées & connues. Par conséquent l'effet de la Machine variera à l'infini, & sera plus grand ou plus petit, selon que l'on supposera le poids diminué plus ou moins grand, tout le reste demeurant le

le même. Or quand une grandeur est variable à l'infini, elle peut avoir un certain point d'accroissement qu'elle ne passera point, & après quoi elle ne fera que décroître. Telles sont les Ordonnées d'un Cercle, d'une Ellipse &c. Quand on a l'expression algebrique de la grandeur variable, on reconnoît très-facilement par la Geometrie des Infiniment petits, si elle a *un plus grand*, & en même temps on le trouve & on le détermine. M. Parent employant cette methode a vû que l'effet general & variable d'une Machine mûe par un Fluide étoit capable d'un *plus grand*, & que ce *plus grand* arrivoit lorsque le poids diminué étoit les $\frac{4}{17}$ du poids d'équilibre. Cette grande diminution vient de ce que le Fluide n'a de force pour mouvoir la Machine que l'excès de sa vitesse sur celle de la vanne.

Lorsqu'un Fluide eleve par le moyen d'une Machine les $\frac{4}{17}$ du poids qu'il eût soutenu dans l'équilibre de la Machine, il fait donc le plus grand effet qu'il puisse jamais faire avec le secours d'une Machine, & cet effet comparé à celui que M. Parent appelle naturel, & qui consiste dans le produit de la vitesse du Fluide par un poids qui en pourroit être emporté avec toute cette vitesse, n'en est que les $\frac{4}{17}$.

Cela une fois trouvé, il est très-facile d'en conclure que dans une Machine qui feroit les $\frac{4}{17}$ de l'effet naturel du Fluide, c'est-à-dire dans une Machine parfaite, la vitesse uniforme de la vanne seroit $\frac{4}{17}$ de celle du Fluide, & comme il y a entre cette vitesse & celle du poids qui s'eleve un rapport réglé, que nous avons marqué ici, on détermine aussi-tôt quelle est cette vitesse du poids dans l'état de perfection.

Toutes les conséquences de cette nouvelle Theorie de M. Parent se presentent d'elles-mêmes. On sçaura donc presentement que quelque Machine qu'on fasse, qui doive être mûe par un Fluide, on n'en peut esperer un plus grand effet, que les $\frac{4}{17}$ de l'effet naturel du Fluide. On jugera sûrement du degré de perfection de

toute Machine donnée, il ne faudra que comparer son effet aux $\frac{4}{27}$ de l'effet naturel du Fluide, & voir combien il s'en éloigne. Quand on aura à construire une Machine, il la faudra construire de sorte que son effet aille jusqu'à ces $\frac{4}{27}$, ou, ce qui est la même chose, qu'elle élève un poids qui soit les $\frac{4}{27}$ du poids d'équilibre, ou que la vitesse de la vanne soit $\frac{1}{3}$ de celle du Fluide, & après cela on sera sûr d'avoir rendu la Machine parfaite, quelle que soit d'ailleurs sa construction, qui peut avec ces conditions varier encore en une infinité de manieres. Si l'on est assujetti à élever un certain poids, il faut construire une Machine de sorte que son poids d'équilibre soit à celui qu'on doit élever comme 9 à 4, & elle sera la plus parfaite qu'il soit possible par rapport à l'élevation du poids donné. Si l'on est assujetti à se servir d'une certaine Machine, il faut lui donner à élever les $\frac{4}{27}$ de son poids d'équilibre, & elle fait le plus grand effet qu'elle puisse faire, elle est même la plus parfaite qu'elle puisse être, si sa construction est telle qu'elle fasse soutenir au Fluide le plus grand poids qu'il puisse soutenir avec une Machine, ou, ce qui revient au même, si les $\frac{4}{27}$ de son poids d'équilibre multipliés par la vitesse qu'elle leur fait prendre sont les $\frac{4}{27}$ de l'effet naturel du Fluide; si cela n'est pas, on voit de combien la Machine est éloignée de la perfection.

Jusqu'ici, pour ne pas compliquer trop d'idées différentes, nous avons appelé effet naturel du Fluide, le produit de sa vitesse par un poids qu'il pourroit emporter avec toute cette vitesse. Ce poids n'est que le Fluide même, qui selon la methode de M. de la Hire expliquée dans l'Hist. de 1702*, est considéré comme un Solide dont la hauteur est déterminée par la vitesse du Fluide, dont la base est la vanne on aïe que le Fluide frappe, & dont on trouve le poids total par la pesanteur, connue du Fluide, après qu'on a ainsi trouvé sa grandeur ou ses dimensions. Il est visible que ce Solide formé de cette maniere comprend & le poids & la vitesse

* pag. 126.
& suiv.

du Fluide, & par conséquent représente son effet naturel. La grandeur de la vanne y entre nécessairement, & si dans l'expression algebrique que M. Parent donne de l'effet general d'une Machine mûë par un Fluide, on y substitue ce Solide à la place de l'effet naturel, la grandeur de la vanne s'y trouve avec toutes les autres grandeurs qui y étoient déjà, & cette expression ou équation comprend tout ce qu'il est possible qu'elle comprenne, la vitesse du Fluide, sa pesanteur, la grandeur du poids que la Machine élève, la vitesse qu'il prend, les bras de levier par lesquels agit la Force mouvante, ceux par lesquels agit le poids, & la grandeur de la vanne. Il est nécessaire de supposer la vitesse & la pesanteur du Fluide connues & déterminées, mais on peut laisser inconnues & indéterminées les 3 autres grandeurs qui appartiennent à la Machine, ou qui en dependent, & après cela 4 de ces 5 grandeurs étant déterminées telles qu'on voudra, la 5^e se détermine nécessairement en vertu de l'équation, ce qui donne une extrême facilité pour le calcul de toutes ces Machines.

Monsieur des Billettes continuant l'Art de l'impression, a fait une description de la Presse, & ensuite de l'impression particuliere des Livres d'Eglise, Ecriteaux, Sentences &c.

De là il a passé à l'Art de graver en Tailedouce.

M. Jaugeon a commencé la Description des Arts & Métiers qui concernent la Soie.

*MACHINES OU INVENTIONS**APPROUVEES PAR L'ACADEMIE**EN M. DCCIV.*

I.

UNE Machine roulante inventée par le Sieur Destau, dont l'axe porte sur chacune de ses 4 faces une rangée de Mousquets qu'un homme seul peut tirer à la fois. Elle peut être utile en quelques occasions. On en avoit déjà proposé une semblable à l'Academie.

II.

Un Fusil brisé qui se charge par la culasse, inventé par M. de la Chaumette, exécuté d'une manière particulière, & fort ingénieuse, & qui peut être d'un bon usage entre les mains de personnes fort attentives.

III.

Un Dessin d'une Digue avec ses Portes, & toutes les autres choses nécessaires pour rendre la Riviere de la Ruë près de Condat en Auvergne, capable de floter des Mats de Navire, le tout inventé par M. Bourgeois de Lyon. On y a trouvé beaucoup de nouveauté, d'esprit, & de solidité, & l'Academie n'a crû y pouvoir ajouter que quelque avis, dont il a paru que l'Inventeur vouloit bien profiter.

IV.

Un Niveau de M. Verjus, qui peut servir après avoir été rectifié, mais qui est difficile à rectifier à cause de sa composition.

ELOGE DE M. LE MARQUIS

DE L'HÔPITAL.

Guillaume François de l'Hôpital, Chevalier, Marquis de Sainte-Mesme, Comte d'Entremont, Seigneur d'Ouques, la Chaise, le Bréau, & autres Lieux, nâquit en 1661. d'Anne de l'Hôpital Lieutenant General des Armées du Roi, premier Ecuyer de feu S. A. R. Monsieur Gaston Duc d'Orleans, & d'Elisabeth Gobelin fille de Claude Gobelin Intendant des Armées du Roi, & Conseiller d'Etat Ordinaire.

La Maison de l'Hôpital a eu deux Branches, l'aînée dont étoit M. le Marquis de l'Hôpital a joint au nom de l'Hôpital celui de Sainte-Mesme, & la cadette qui est presentement éteinte a produit deux Maréchaux de France, & les Ducs de Vitri. Toutes deux avoient pour tige commune Adrien de l'Hôpital, Chambellan du Roi Charles VIII, Capitaine de Cent hommes d'armes, & Lieutenant General en Bretagne, qui commanda l'avant-garde de l'Armée Royale à la Bataille de S. Aubin en 1488.

M. le Marquis de l'Hôpital, que l'Academie des Sciences a perdu, étant encore enfant, eut un Précepteur, qui voulut apprendre les Mathematiques dans les heures de loisir que son emploi lui laissoit. Le jeune Ecolier qui avoit peu de goût, & même, à ce qu'il paroissoit, peu de disposition pour le Latin, eut à peine apperçû dans des Elemens de Geometrie des Cercles & des Triangles, que l'inclination naturelle, qui annonce presque toujours les grands talents, se déclara; il se mit à étudier avec passion ce qui auroit épouvanté tout autre que lui à la premiere vûë. Il eut ensuite un autre Précepteur, qui fut obligé par son exemple à se mettre dans la Geometrie, mais quoi qu'il fût homme d'esprit & appli-

qué, son Eleve le laissoit toujours bien loin derriere lui. Ce que l'on n'obtient que par le travail n'égale point les faveurs gratuites de la nature.

Un jour M. le Marquis de l'Hôpital n'ayant encore que 15 ans, se trouva chés M. le Duc de Roannés, où d'habiles Geometres, & entre autres M. Arnaud, parlerent d'un Problème de M. Paschal sur la Roulette, qui paroissoit fort difficile. Le jeune Mathématicien dit qu'il ne desespéroit pas de le pouvoir résoudre. A peine trouva-t-on que cette présomption & cette témérité pussent être pardonnées à son âge. Cependant peu de jours après il leur envoya le Problème résolu.

Il entra dans le service, mais sans renoncer à sa plus chere passion. Il étudioit la Geometrie jusque dans sa Tente, & ce n'étoit pas seulement pour étudier qu'il s'y retiroit, c'étoit aussi pour cacher son application à l'étude. Car il faut avouer que la Nation Françoisé aussi polie qu'aucune autre Nation, est encore dans cette espece de barbarie, qu'elle doute si les Sciences poussées à une certaine perfection ne dérogent point, & s'il n'est point plus noble de ne rien sçavoir. Il eut si bien l'art de renfermer ses talents, & d'être ignorant par bienséance, que tant qu'il fut dans le metier de la guerre, les gens les plus pénétrants sur les defauts d'autrui ne le soupçonnerent jamais d'être un grand Geometre, & j'ai vû moi-même quelques-uns de ceux qui avoient servi en même temps, fort étonés de ce qu'un homme qui avoit vécu comme eux & avec eux, se trouvoit être un des premiers Mathématiciens de l'Europe.

Il fut Capitaine de Cavalerie dans le Regiment Colonel General, mais la foiblesse de sa vûë qui étoit si courte qu'il ne voyoit pas à dix pas, lui causant dans le service des inconveniens perpetuels, qu'il avoit longtemps, & inutilement tâché de surmonter, il fut enfin obligé de se rendre, & de quitter un metier où il pouvoit esperer d'égaler ses Ancêtres.

Dès que la guerre ne le partagea plus, les Mathe-

matiques en profiterent. Il jugea par le Livre de la Recherche de la Verité que son Auteur devoit être un excellent Guide dans les Sciences, il prit ses conseils, s'en servit utilement, & il se lia avec lui d'une amitié qui a duré jusqu'à la mort. Bien-tôt son sçavoir vint au point de ne pouvoir plus être caché; il n'avoit que 32 ans, lorsque des Problèmes, tirés de la plus sublime Geometrie, choisis avec grand soin pour leur difficulté, & proposés à tous les Geometres dans les Actes de Leipzig, lui arracherent son secret, & le forcerent d'avouer au Public qu'il étoit capable de les résoudre.

Le premier fut celui-ci proposé en 1673 par M. Bernoulli Professeur en Mathematique à Groningue. *Trouver une Courbe telle que toutes ses Tangentes terminées à l'Axe, soient toujours en raison donnée avec les parties de l'Axe interceptées entre la Courbe & ces Tangentes.* Il ne fut résolu que par M. Leibnits en Allemagne, par M. Bernoulli en Suisse, frere de celui qui l'avoit proposé, par M. Huguens en Hollande, & par M. de l'Hôpital en France.

M. Huguens avouë dans les Actes de Leipzig que la difficulté du Problème l'avoit fait d'abord résoudre à n'y point penser, mais qu'une Question si nouvelle avoit troublé son repos malgré lui, l'avoit persecuté sans relâche, & qu'enfin il n'avoit pû y résister. On jugera aisément de quel genre pouvoit être en matiere de Geometrie, ce qui paroissoit si difficile M. Huguens.

Tous ceux qui sçavent au moins les Nouvelles des Sciences, ont entendu parler du celebre Problème de *la plus vite Descente.* M. Bernoulli de Groningue avoit demandé dans les Actes de Leipzig, *supposé qu'un corps pesant tombât obliquement à l'Horison, quelle étoit la ligne Courbe qu'il devoit décrire pour tomber le plus vite qu'il fût possible?* Car, comme il a été dit dans l'Histoire de l'Academie des Sciences de 1699*, ce Paradoxe assés étonnant étoit démontré, Que la ligne droite quoique la plus courte de toutes les lignes qui pouvoient être tirées entre les deux points donnés, n'étoit point le chemin

* pag. 67;

que le Corps devoit tenir pour tomber en moins de temps. Il étoit certain d'ailleurs que la Courbe en question n'étoit point un Cercle, comme Galilée l'avoit crû, & la meprise d'un si grand homme peut servir à faire sentir la difficulté du problème. M. Bernoulli proposa cette Enigme au mois de Juin 1696, & donna à tous les Mathématiciens de l'Europe le reste de l'année pour y penser. Il vit que ces six mois n'étoient pas suffisans, il accorda encore les quatres premiers de 1697, & dans ces dix mois, il ne parut que quatre Solutions. Elles étoient de M. Neuton, de M. Leibnits, de M. Bernoulli de Basse, & de M. le M. de l'Hôpital. L'Angleterre, l'Allemagne, la Suisse, & la France fournirent chacune un Geometre pour ce Problème.

On retrouve ces mêmes noms à la tête de quelques Solutions semblables dans les Actes de Leipsic, & ils y semblent être en possession des connoissances les plus rares, & les plus élevées.

* pag. 78. On a même rapporté dans l'Hist. de 1700.* un Problème proposé, comme presque tous les autres, par M. Bernoulli de Groningue, & qui n'a été résolu que par M. de l'Hôpital. Il s'agissoit de *Trouver dans un plan vertical une Courbe telle qu'un Corps qui la décriroit, descendant librement, & par son propre poids, la presât toujours dans chacun de ses points avec une force égale à sa pesanteur absolue.* On a tâché de faire sentir alors les differens embarras de ce Problème, c'est-à-dire sa beauté. Les Geometres d'aujourd'hui ne sont pas aisés à contenter sur les difficultés, & ce qui a fait sortir Archimede du Bain pour crier par les rues de Siracuse, *Je l'ai trouvé*, ne seroit pas pour eux une découverte bien glorieuse.

* pag. 95. L'Hist. de l'Academie de 1699* a parlé encore d'une Solution de M. le Marquis de l'Hôpital, où peu d'autres auroient pû atteindre : M. Neuton dans son excellent Livre des *Principes Mathematiques de la Philosophie naturelle* a donné la figure du Solide qui fendoit l'eau, ou tout autre liquide avec le moins de difficulté qu'il fut possible.

Mais

Mais il n'a point laissé voir par quel art ni par quelle route il est arrivé à déterminer cette figure. Son secret lui a paru digne d'être caché au Public. M. Fatio, Geometre fameux, se piqua de le découvrir, & il en envoya à M. de l'Hôpital une Analyse imprimée. Elle contenoit 5 grandes pages in 4° presque routes de calcul. M. de l'Hôpital effrayé de la longueur & paresseux d'une manière nouvelle, crut qu'il auroit plutôt fait de chercher lui-même cette solution. Il l'eut effectivement trouvée au bout de deux jours, & elle étoit simple & naturelle. C'étoit là un de ses grands talens. Il n'alloit pas seulement à la Verité, quelque cachée quelle fût, il y alloit par le chemin le plus court. Une espece de fatalité veut qu'en tout genre les methodes ou les idées les plus naturelles, ne soient pas celles qui se présentent le plus naturellement. On se met presque toujours en trop grands frais pour les recherches qu'on a entreprises, & il y a peu de genies, heureusement avarés, qui n'y fassent que la dépense absolument nécessaire. Ce n'est pas qu'il ne faille de la richesse & de l'abondance pour fournir aux dépenses inutiles, mais il y a plus d'art à les éviter, & même plus de veritable richesse.

Il seroit trop long de rapporter ici tous les Chef-d'œuvres de Geometrie dont M. de l'Hôpital, & le petit nombre de ses pareils ont embelli les Journaux ou d'Allemagne, ou de France. On supposera sans doute que pour entrer dans ces Questions qui leur étoient réservées, ils devoient avoir, outre leur genie naturel, quelque Clé particuliere, qui ne fût qu'entre leurs mains. Ils en avoient une en effet, & c'étoit la Geometrie des Infinitement petits, ou du Calcul Differentiel, inventée par M. Leibnits, & en même temps aussi par M. Neuton, & toujours ensuite perfectionnée & par eux, & par M^{rs} Bernoulli, & par M. de l'Hôpital.

L'illustre M. Huguens qui n'étoit point l'Inventeur du Calcul differentiel, comme M. Leibnits, qui ne l'avoit point employé dans toutes ses études geometriques,

comme M. de l'Hôpital, & M^{rs} Bernoulli, qui étoit parvenu sans ce secours à des Theories très-élevées, & s'étoit fait une reputation des plus brillantes, qui pouvoit, à la maniere des autres hommes, & peut-être plus légitimement, mépriser ce qu'il ne connoissoit point, & traiter d'inutile ce qui ne lui avoit pas été nécessaire pour ses grands Ouvrages, avoit jugé cependant & par le mérite de ceux qui employoient cette Methode, & par les miracles qu'il en voyoit sortir, qu'elle étoit digne qu'il l'étudiât ; il avoit été assés grand homme pour avouer qu'il pouvoit encore apprendre quelque chose en Geometrie, il s'étoit adressé à M. de l'Hôpital qui avoit presque la moitié moins d'âge que lui, pour s'instruire du Calcul différentiel, & sans doute ce trait de la Vie de M. de l'Hôpital est encore plus glorieux à M. Huguens qu'à lui.

Ce n'est pas que M. Huguens ne connût déjà par lui-même le Pays de l'Infini, où l'on est conduit à chaque moment par le Calcul différentiel, il avoit été obligé de penetrer jusque-là dans quelques-unes de ses plus subtiles recherches, sur tout dans celles qu'il avoit faites pour l'invention immortelle de la Pendule ; car la fine Geometrie ne peut aller loin sans percer dans l'Infini. Mais il y a bien de la difference entre sçavoir en general la Carte d'un Pays, ou en connoître en particulier toutes les routes, & jusqu'à ces petits sentiers, qui épargnent tant de peine aux Voyageurs.

M. Huguens étoit alors en Hollande, où il s'étoit retiré après avoir quitté Paris, & l'Academie des Sciences, dont il étoit un des principaux ornemens. Il paroît par beaucoup de Lettres de lui qu'on a trouvées dans les papiers de M. de l'Hôpital, & sur tout par celles qui sont des années 1692 & 1693, qu'il consultoit à M. de l'Hôpital ses difficultés sur le Calcul différentiel ; que quand quelque chose l'arrêtoit, il ne s'en prenoit pas à la Methode, mais à ce qu'il ne la possédoit pas assés ; *qu'il voyoit avec surprise & avec admiration l'étendue & la fécondité de*

cet Art ; que de quelque côté qu'il tournât sa vûe , il en découvroit de nouveaux usages ; qu'enfin , ce sont ses termes , il y concevoit un progrès & une speculation infinie. Il a même déclaré publiquement dans les Actes de Leipzig , que sans une *Equation differentielle* il ne seroit pas venu à bout de trouver la Courbe dont les Tangentes , & les parties de l'Axe sont toujours en raison donnée. Et même , ajouta-t-il dans les mêmes Actes , s'il faut remarquer dans ce Problème une *Analise nouvelle & singuliere* qui ouvre le chemin à quantité de choses sur la *Theorie des Tangentes* , comme l'a très-bien observé l'illustre inventeur d'un Calcul , sans lequel nous aurions bien de la peine à être admis dans une si profonde Geometrie. Il écrivit en même temps à M. de l'Hôpital qu'il devoit à ses enseignemens cette *Equation differentielle* qui lui avoit donné le dénouement du Problème.

Jusque-là , la Geometrie des Infiniment petits n'étoit encore qu'une espèce de Mistere , & , pour ainsi dire , une Science Cabalistique renfermée entre cinq , ou six personnes. Souvent on donnoit dans les Journaux les Solutions sans laisser paroître la Methode qui les avoit produites , & lors même qu'on la découvroit , ce n'étoient que quelques foibles rayons de cette Science qui s'échappoient , & les nuages se refermoient aussi-tôt. Le Public , ou pour mieux dire , le petit nombre de ceux qui aspiraient à la haute Geometrie , étoient frappés d'une admiration inutile qui ne les éclairoit point , & l'on trouvoit moyen de s'attirer leurs applaudissemens , en retenant l'instruction dont on auroit dû les payer.

M. de l'Hôpital résolut de communiquer sans reserve les tresors cachés de la nouvelle Geometrie , & il le fit dans le fameux Livre de l'*Analise des Infiniment petits* , qu'il publia en 1696. Là furent dévoilés tous les secrets de l'Infini Geometrique , & d'Infini de l'Infini , en un mot , de tous ces differens ordres d'Infinis , qui s'élevent les uns au dessus des autres , & forment l'Edifice le plus étonnant & le plus hardi que l'Esprit humain ait jamais osé imaginer.

Comme il y a des rapports déterminés entre les grandeurs finies, qui sont l'unique objet des recherches Mathématiques, & les grandeurs de ces différens ordres d'Infinis, on parvient par la voie de l'infini à des connoissances sur le fini, où ne pourroit jamais atteindre toute autre Methode, qui n'auroit pas l'audace, & en même temps l'adresse de manier l'infini. Le Livre des Infiniment petits fut donc tout brillant de verités inconnues à la Geometrie ancienne, & non seulement inconnues, mais souvent inaccessibles à cette Geometrie. Les anciennes verités s'y trouvoient comme perduës dans la foule des nouvelles, & la facilité avec laquelle on les voyoit naître faisoit regretter les efforts, qu'elles avoient autrefois coûtés à leurs inventeurs. Des Démonstrations qui par d'autres Methodes auroient demandé un circuit immense, en cas qu'elles eussent été possibles, ou qui même, entre les mains d'un autre Geometre instruit de la même Methode, auroient encore été longues & embarrassées, étoient d'une simplicité & d'une brieveté, qui les rendoient presque suspectes.

Tel est l'effet des Methodes generales, quand on a une fois scû les découvrir. On est à la source, & on n'a plus qu'à se laisser aller au cours paisible des conséquences. Une seule Regle du Livre de M. de l'Hôpital donne les Tangentes de toutes les Courbes imaginables; une autre, toutes les plus grandes, ou plus petites Appliquées, en tous les points d'Inflexion, & de Rebroussement, ou toutes les Développées, ou toute la Catoptrique à la fois, ou toute la Dioptrique: des Traités entiers faits par de grands Auteurs se reduisent quelquefois à quelques Corollaires, que l'on rencontre en chemin, & qu'on distingue à peine dans la multitude; tout se rapporte à des especes de Systêmes que M. de l'Hôpital a commencé à mettre dans la Geometrie, & qui vont y répandre un nouveau jour.

Il y a, sur tout en Mathematique, plus de bons Livres qu'il n'y en a de bien faits, c'est-à-dire qu'on en voit assés

qui peuvent instruire , & peu qui instruisent avec une certaine Methode , & , pour ainsi dire , avec un certain agrément. C'est bien assés d'avoir une bonne matiere entre les mains , on se neglige sur la forme. M. de l'Hôpital a donné un Livre aussi bien fait que bon , il a eu l'art de ne faire d'une infinité de choses qu'un assés petit Volume , il y a mis cette brieveté & cette netteté si délicieuses pour l'esprit , l'ordre & la précision des idées l'ont presque dispensé d'employer des parotes , il n'a voulu que faire penser , plus soigneux d'exciter les découvertes d'autrui , que jaloux d'étaler les siennes.

Aussi cet Ouvrage a-t-il été reçu avec un applaudissement universel , car l'applaudissement est universel , quand on peut très-facilement conter dans toute l'Europe les suffrages qui manquent , & il doit toujours en manquer quelques-uns aux choses nouvelles , & originales , sur tout quand elles demandent à être bien entendues. Ceux qui remarquent les événemens de l'Histoire des Sciences , savent avec quelle avidité l'Analyse des Infinimens petits a été saisie par tous les Geometres naissans , à qui l'ancienne & la nouvelle Methode sont indifferentes , & qui n'ont d'autre interest que celui d'être instruits. Comme le dessein de l'Auteur avoit été principalement de faire des Mathematiciens , & de jeter dans les esprits les semences de la haute Geometrie , il a eu le plaisir de voir qu'elles y fructifioient tous les jours , & que des Problèmes réservés autrefois à ceux qui avoient vieilli dans les épines des Mathematiques , devenoient des coups d'essai de jeunes gens. Apparemment la revolution deviendra encore plus grande , & il se seroit trouvé avec le temps autant de Disciples qu'il y eût eu de Mathematiciens.

Après avoir vu l'utilité dont étoit son Livre des Infiniment petits , il s'étoit engagé dans un autre travail aussi prompt à faire des Geometres. Il embrassoit dans ce dessein les Sections Coniques , les Lieux geometriques , la Construction des Equations , & une Theorie

des Courbes Mechaniques. C'étoit proprement le plan de la Geometrie de M. Descartes, mais plus étendu, & plus complet. Il ne prétendoit pas que cet ouvrage fût aussi original, ni aussi sublime que le premier; il auroit pû tourner ses recherches du côté du Calcul Integral, qui suit & qui suppose le Differentiel, qui a de plus grandes difficultés, & jusqu'à present insurmontables, & qui par là occupe aujourd'hui les plus grands Geometres, & est devenu l'objet de leur ambition; mais il avoit préféré une entreprise dont le Public devoit tirer une instruction plus generale & plus necessaire, & le Zele de la Geometrie l'avoit emporté sur l'interest de sa gloire. Cependant je suis témoin qu'il ne pouvoit s'empêcher de regretter le Calcul Integral.

Cet ouvrage étoit presque fini, lors qu'au commencement de 1704 il fut attaqué d'une Fièvre qui ne paroïssoit d'abord aucunement dangereuse, mais comme on vit qu'elle résistoit à tous le differens remèdes qu'on employoit, on commença à craindre, & le Malade n'attendit pas un plus grand peril pour songer à la mort. Il s'y disposa d'une maniere très-édifiante, & enfin il tomba dans une Apoplexie dont il mourut le lendemain 2 Février, âgé 43 ans.

Quelques-uns ont attribué sa mort aux excès qu'il avoit faits dans les Mathematiques, & ce qui pourroit le confirmer, j'ai sçu de lui-même que souvent des matinées qu'il avoit destinées à cette étude étoient devenues des journées entieres sans qu'il s'en apperçût. Il avoit voulu y renoncer par le soin de sa santé, mais il n'avoit jamais pû soutenir cette privation plus de 4 jours. De plus, il fera assés naturel de croire qu'il avoit dû faire de grands efforts d'esprit, quand on songera à quel point il étoit parvenu à l'âge de 43 ans, & combien de temps dans une vie si courte avoit été perdu pour les Mathematiques. Il avoit servi, il étoit d'une naissance qui l'engageoit à un grand nombre de devoirs, il avoit une Famille, des soins domestiques, un bien très-considera-

ble à conduire, & par conséquent beaucoup d'affaires, il étoit dans le commerce du monde, & il y vivoit à peu près comme ceux dont cette occupation oisive est la seule occupation, il n'étoit pas même ennemi des plaisirs ; voilà bien des distractions, & quelque rare talent qu'on lui suppose pour les Mathématiques, il est impossible qu'une prodigieuse application n'ait suppléé au peu de temps. Cependant il n'a jamais paru que l'étude ait altéré sa santé, il avoit l'air de la meilleure & de la plus ferme constitution qu'on puisse desirer. Il n'étoit nullement sombre, ni rêveur, au contraire, assés porté à la joie, & il sembloit n'avoir payé par rien ce grand genie Mathématique.

On sentoît dans ses discours les plus ordinaires la justesse, la solidité, en un mot, la Geometrie de son esprit, il étoit d'un commerce facile, & d'une probité parfaite, ouvert & sincere, convenant de ce qu'il étoit parce qu'il l'étoit, & n'en tirant nul avantage, véritable modestie dun grand homme, prompt à déclarer qu'il ignoroit, & à recevoir des instructions, même en matière de Geometrie, s'il lui étoit possible d'en recevoir, nullement jaloux, non par la connoissance de sa superiorité, mais par équité naturelle, car sans cette équité, ceux qui se croient & qui sont même les plus superieurs aux autres, sont encore jaloux.

Il avoit épousé Marie Charlotte de Romilley de la Chesnelaye, Demoiselle d'une ancienne noblesse de Bretagne, & dont il a eu de grands biens. Leur union a été jusqu'au point qu'il lui a fait part de son genie pour les Mathématiques. Il en a laissé un fils, & trois filles.

Sa place d'Academicien Honoraire a été remplie par M. le Marquis de Dangeau, Gouverneur de Touraine, Conseiller d'Etat ordinaire, & Grand Maître des Ordres Royaux & Militaires de Nôtre-Dame du Mont Carmel, & de S. Lazare de Jérusalem, Chevalier des Ordres du

136 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Roi, Chevalier d'Honneur de Madame la Duchesse
de Bourgogne, l'un des Quarante de l'Academie Fran-
çoise.

FIN.

MEMOIRES ,

MEMOIRES
DE

MATHEMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE.

TIREZ DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCIV.

OBSERVATION

*De la quantité d'eau de pluie qui est tombée à l'Observatoire,
avec les hauteurs du Thermometre & du Barometre.
pendant l'année 1703.*

PAR M. DE LA HIRE.

LORSQUE j'entrepris de faire des observa- 1704
tions exactes sur la quantité d'eau de pluie 9. Janv.
qui tomboit à l'Observatoire pendant le cours
d'une année, je n'avois point d'autre vûe que
d'en tirer quelques connoissances pour l'ori-
gine des Fontaines, surquoy j'ay fait plusieurs remarques;
1704. A.

& dont j'ay tiré une utilité très-considérable pour la construction des Citernes, comme je l'ay rapporte dans le Memoire que j'ay lû à l'Assemblée publique de l'Academie le 18 Avril 1703. Mais comme on est persuadé par la plus grande partie des observations qu'il ne pleut ordinairement que lorsque l'air devient plus leger, ce qu'on connoît par la descente du mercure dans le tuyau du Barometre, j'ay crû que je devois joindre aux observations de la pluie, celles du Barometre, & rapporter en même tems les hauteurs du Thermometre, pour connoître quel a été le degré de chaleur ou de froid lorsque la pluie a été plus ou moins abondante. J'ay comparé ces hauteurs différentes du Thermometre, à celles où il demeure toujours dans le fond des Carrieres de l'Observatoire, laquelle je considere comme la chaleur moyenne & l'état moyen du Thermometre rempli d'esprit de vin dont je me sers, & cette hauteur est de 48 degrés.

Voici la quantité d'eau de pluie qui est tombée à l'Observatoire pendant chaque mois de l'année 1703, laquelle est mesurée par la hauteur qu'elle auroit, si rien ne s'étoit dissipé ou évaporé. J'ay déjà rapporté dans d'autres Memoires semblables à celui-ci, la maniere dont je fais ces observations; c'est pourquoy je ne le repeteray pas ici. Et quoyque ces observations ayent été faites jour par jour, j'ay crû qu'il suffiroit d'en donner le résultat de chaque mois, avec quelques remarques à ce sujet, & principalement des vents qui ont regné.

En Janvier la hauteur de l'eau de pluie a été de 9 lignes $\frac{1}{2}$, qui est presque toute tombée vers le commencement du mois, avec un vent du côté de l'Ouest, tirant tantôt au Sud & tantôt au Nord. Dans la fin du mois le vent a presque toujours été du côté du Nord & sans pluie.

En Fevrier il y a eu 14 lignes & $\frac{1}{2}$ d'eau. Le vent a été assez inconstant, mais la plus grande partie du mois il a été vers le Sud.

En Mars il n'a plu que 4 lignes, quoyque le vent ait

presque toujours été vers l'Oüest entre le Nord & le Sud.

En Avril il est tombé 16 lignes & $\frac{2}{3}$ d'eau distribuée assez également dans tout le mois, le vent étant presque toujours au Sud en tirant vers l'Oüest, & rarement vers le Nord.

En May j'ay trouvé 34 lignes $\frac{3}{4}$ d'eau. Le vent dominant a été l'Oüest, qui s'est tourné quelquefois au Sud, mais le plus souvent au Nord.

En Juin il n'est tombé que 23 lignes d'eau, le vent étant presque toujours à l'Oüest.

En Juillet il a plu 28 lignes $\frac{1}{4}$, qui sont tombées au commencement, au milieu & à la fin du mois. Dans le tems de pluie le vent étoit presque toujours à l'Oüest tirant au Sud & au Nord, & dans les intervalles il a été assez souvent au Nord & un peu à l'Est.

En Aoust la pluie a fourni 23 lignes $\frac{1}{2}$, dont il en est tombé 13 lignes $\frac{1}{2}$ le 12 du mois, avec un peu d'orage au commencement, le vent étant Est Sud-Est. Le vent a presque toujours été au Nord, & tirant quelquefois à l'Est & à l'Oüest.

En Septembre toute la hauteur de l'eau de la pluie est montée à 20 lignes $\frac{1}{2}$, qui a été distribuée dans tout le mois. Le vent dominant a été le Sud-Oüest.

En Octobre j'ay recüeilli 17 lignes d'eau, qui est tombée en petite quantité à chaque fois pendant le cours du mois. Le vent a presque toujours été à l'Oüest tirant au Sud, & rarement au Nord & à l'Est.

En Novembre je n'ay ramassé que 13 lignes d'eau, qui est tombée au commencement & vers la fin du mois avec un vent de Sud. Depuis le 4 du mois jusqu'au 19 il n'a point plu, le vent étant toujours à l'Est, & quelquefois au Nord.

En Decembre il n'est tombé que 3 lignes & $\frac{1}{4}$ d'eau, mais y a eu beaucoup de broüillards. Dans les deux tiers du mois vers la fin il n'a point plu, quoyque le vent ait été assez souvent vers l'Oüest, hormis dans les derniers jours où il étoit aux environs de l'Est.

4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

La somme de l'eau de la pluie de toute l'année a été de 208 lignes $\frac{1}{4}$, ou bien 17 pouces 4 lignes $\frac{1}{4}$, ce qui est un peu moins qu'à l'ordinaire qui est de 19 pouces; en sorte que l'on peut dire que cette année est une des plus seches de ces Pais-ci.

Les quatre mois de May, Juin, Juillet & Aoust ont plus donné d'eau que les huit autres ensemble, ce qui arrive ordinairement, quoyqu'il n'ait pas fait d'orages considerables.

Le peu de nége qui est tombée dans le commencement de cette année, ne merite pas qu'on y ait quelque égard. On voit par là que ce n'est pas la grande quantité de nége qui rend la terre plus fertile, comme on le croit communément, puisque cette année a donné beaucoup de grains & de fruits. Il est vray que la nége demeurant long-tems sur la surface de la terre, y peut retenir les sels qui s'en élèvent continuellement, & qui rentrant dans la terre lorsque la nége se fond, peuvent la rendre plus fertile; mais aussi il peut y avoir des pluies qui feront le même effet, si elles se trouvent impregnées des mêmes sels.

Le froid n'a pas été considerable dans tout le mois de Janvier & de Fevrier, où il est ordinairement le plus grand, puisque mon Thermometre n'est pas descendu jusqu'à 26 degrés; & j'ay remarqué qu'il ne commence à geler que quand ce Thermometre est à 32 degrés; d'où l'on peut voir aussi qu'il n'y a pas eu de gelée considerable. Dans les derniers mois de cette année le froid n'a pas été si grand qu'au commencement.

Si le froid n'a pas été considerable pendant toute cette année; la chaleur n'a été aussi que mediocre & de peu de durée; & je trouve que les jours les plus chauds ont été le 27 May, les derniers jours de Juillet & les premiers d'Aoust, où le Thermometre étoit vers 60 degrés. Le jour le plus chaud a été le 12 Aoust, où le Thermometre est monté à 64 degrés. Ces observations sont toujours faites vers le lever du Soleil, qui est le tems où l'air est le plus froid; & entre deux ou trois heures après midi, la

chaleur est la plus grande de la journée. Pendant l'Esté j'ay remarqué qu'entre deux & trois heures après midi, le Thermometre s'éleve de 10 ou 12 degrés plus qu'il n'est le matin au lever du Soleil, quoyque ce Thermometre soit toujours à l'ombre.

Le 28 jour d'Avril le Thermometre ayant été le matin à 42 degrés, & le Barometre à 27 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$, il y eut un orage & un tonnerre assez fort, & l'on m'a dit que vers Villeneuve S. Georges il étoit tombé sur la terre une très-grande flamme qui avoit épouvanté ceux qui étoient aux environs, & qui n'avoit fait aucun mal à ceux qui étoient à l'endroit où elle tomba.

Pour le Barometre il a été au plus haut le 10 Decembre au soir à 28 pouces 4 lignes & $\frac{2}{3}$ à la hauteur de la grande salle de l'Observatoire, & dans tout le mois de Decembre le Barometre s'est toujours maintenu très-haut; aussi il n'a plu que 3 lignes $\frac{1}{2}$, & c'est ce qui confirme ce qu'on remarque ordinairement qu'il ne pleut que très-rarement quand le Barometre est plus élevé que son état moyen. Il est aussi arrivé à peu près la même chose dans le mois de Mars, où il n'a plu que 4 lignes: mais le Barometre n'a pas été tout-à-fait si haut que dans le mois de Decembre.

Le 3 Janvier le Barometre étoit au plus bas de l'année à 26 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ avec un peu de pluie, & sans orage comme il arrive assez souvent quand il est fort bas. Ainsi la différence entre la plus grande & la moindre hauteur du Barometre, a été cette année de 1 pouce 9 lignes $\frac{1}{2}$, qui est un peu plus que l'ordinaire qui ne va qu'à 1 pouce 6 lignes.

J'ay observé le 18 Decembre la declinaison de l'aiguille aimantée de 9° 6' du Nord vers l'Ouest avec une aiguille de 8 pouces de longueur. Cette aiguille est très bien faite, & elle est renfermée dans une boîte de bois de figure quarrée; & pour faire l'observation je place toujours le côté de cette boîte au même endroit d'un pilier de la terrasse basse de l'Observatoire, dont je suis assuré de sa

position dans la ligne meridienne , par des observations très exactes du passage du centre du Soleil dans le meridiem.

O B S E R V A T I O N

*De l'Eclipse de Lune du 23. Decembre. 1703;
à l'Observatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

1704.
9. Janvier.

LE Ciel a été entièrement couvert pendant la durée de cette Eclipsé , hormis à $5^h 3' 12''$ que la Lune parut assez claire entre des nuages , & j'observay avec le Micrometre que la partie éclairée du diametre de la Lune étoit de $17' 30''$, & par la grandeur du diametre de la Lune à la hauteur où elle étoit , l'Eclipsé auroit dû être alors de 4 doigts 36 minutes : mais à la vûë simple elle ne paroissoit que de 4 doigts. L'ombre de la terre sur le disque de la Lune ne paroissoit pas aussi bien terminée qu'on la voit ordinairement ; c'est pourquoy on ne doit pas trop s'assurer sur cette observation qui n'a été faite que fort à la hâte : car les nuages couvrirent aussi-tôt la Lune qui ne parut plus ensuite.

O B S E R V A T I O N

S U R U N E H Y D R O P I S I E

D E C E R V E A U.

PAR M. DU VERNEY le jeune.

1704.
12. Janvier.

AU mois de May de l'année 1701 je fus appelé pour avoir une jeune Demoiselle qui n'avoit qu'environ quatre à cinq ans. Elle étoit tombée depuis quelque tems

dans une langueur causée par une fièvre lente qui la minoit peu à peu, & qui ne parut d'abord qu'un rhume.

Le poulx de la malade battoit tantôt vite, & tantôt lentement : de plus il étoit intermittent ; & enfin il s'y faisoit de tems en tems une espece de suspension : ce qui fit craindre qu'elle n'eût un polipe dans le cœur. Cependant la respiration ne laissoit pas d'être libre, malgré le rhume qui avoit toujours continué & qui étoit devenu très-grand.

Elle avoit le sommeil assez bon : mais les quinze derniers jours de sa maladie elle tomba dans un très-grand abattement & une grande pesanteur de tête, malgré l'usage des remèdes spiritueux & évacuatifs qu'on lui donnoit. Environ huit jours avant son decès, la bouche lui devint mouffeuze, & le poulx toujours vite & très-pressé. J'ay observé la même chose en plusieurs personnes attaquées de la même maladie, où l'on croyoit cependant que le cerveau n'étoit nullement intéressé.

Les trois derniers jours il survint à la malade une boursoufflure qui commença à la joue droite : elle se répandit ensuite peu à peu tout autour du corps, & descendit jusqu'aux aînes, en sorte que les bras, les jambes & les cuisses n'en étoient point attaquées. On voyoit augmenter cette boursoufflure par ondes ; & dans les endroits où on la pressoit, on sentoit sous les doigts comme de l'air s'échapper & faire une espece de crepitation. Enfin cette jeune Demoiselle mourut le 26 Juin de la même année 1701. Le lendemain j'en fis l'ouverture. Je commençay par le crâne : ce qui ne diminua en rien la boursoufflure. Quoique les vaisseaux de la dure-mere parussent fort remplis, il ne s'y trouva que fort peu de sang. Ayant séparé la faux & pénétré dans les ventricules, il en sortit environ un grand verre de serosité claire & transparente ; & il y a certainement dequoy s'étonner de ce que le crâne & la dure-mere ayant été levez, & la tête ayant demeuré en cet état & même panchée pendant plus de deux heures, parce qu'on attendoit des parens ; il ne se

fit durant tout ce tems-là aucun épanchement de cette liqueur.

Le lacis choroïde étoit extrêmement lavé & même usé, à peu près comme l'étoit l'épiploon, ainsi qu'on le dira dans la suite.

Je n'eus pas plutôt appliqué le scapel à la peau du ventre, que toute la boursouffure dont j'ay parlé disparut, exhalant une odeur cadavereuse & insupportable. Je diray ici en passant, au sujet de cette boursouffure, qu'il est assez étonnant que cette rarefaction qui ne gonfle & ne bouffit les animaux qu'après leur mort (ce qui fait que les noyez reviennent sur l'eau) ait ici paru dans le sujet vivant.

L'épiploon étoit fondu tel qu'on le voit ordinairement aux ascitiques : ce qui doit faire juger que ce n'est pas toujours la présence & l'impression des eaux contenues dans le bas ventre, qui cause la fonte de graisse de cette partie & l'alteration des autres.

Les intestins se trouverent fort remplis d'air. Le pancreas étoit pareillement fondu ; mais de telle maniere qu'il n'en restoit aucun vestige : cependant toutes les glandes du mesentere étoient endurcies, & la plupart remplies d'une matiere à peu près semblable à du vieux suif. Le foye parut assez beau. La ratte étoit petite & schirreuse. La vesicule du fiel étoit fort remplie d'une liqueur visqueuse, qui avoit teint les parties voisines d'un rouge brun. Les autres parties du bas ventre étoient dans leur disposition naturelle.

Le sternum ayant été levé, les poudmons parurent remplis d'air, grenelez & adherans du côté gauche.

Le pericarde ayant été ouvert, on apperçut une tumeur à la base du cœur du côté gauche sur l'artere du poudmon. Cette tumeur étoit de la grosseur d'une noix, & dure & schirreuse : ses racines, qui étoient grenelées, passaient entre les vaisseaux, & elle venoit s'attacher à l'épine. Il ne se trouva rien de particulier au cœur.

OBSERVATION.

OBSERVATION

*D'une Tache qui a paru dans le Soleil au mois de
Janvier 1704 à l'Observatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

Cette Tache a paru tout d'un coup sur le disque apparent du Soleil, comme il arrive à toutes les Taches; car le jour précédent à celui où je l'ay découverte il n'y paroissoit rien, quoyqu'elle eût dû être déjà assez avancée. Je la vis le 7 de Janvier à midi, qui passa au meridien $7^{\text{h}} \frac{1}{2}$ avant le dernier bord du Soleil. Sa hauteur meridienne apparente étoit de $18^{\circ} 42' 20''$, & celle du bord supérieur du Soleil de $19^{\circ} 0' 20''$. 1704.
19. Janvier.

Le 8 je ne pûs observer que sa hauteur meridienne apparente, qui étoit de $18^{\circ} 49' 25''$.

Le 10 sa hauteur meridienne apparente étoit de $19^{\circ} 7' 0''$. Celle du bord supérieur du Soleil de $19^{\circ} 24' 30''$. Elle passa au meridien avant le dernier bord du Soleil $42^{\text{h}} \frac{1}{2}$.

Le 11 sa hauteur meridienne apparente étoit de $19^{\circ} 16' 0''$, & celle du bord supérieur du Soleil de $19^{\circ} 33' 30''$. Elle passa au meridien 13^{h} après le centre du Soleil.

Les jours suivans ayant été toujours couverts, je n'ay pû observer le Soleil que le 16, où la hauteur meridienne apparente de la Tache étoit de $20^{\circ} 0' 5''$, & celle du bord supérieur du Soleil de $20^{\circ} 24' 50''$. Elle passa au meridien $15^{\text{h}} \frac{1}{2}$ après le premier bord du Soleil.

Le 17 la hauteur meridienne apparente de la Tache étoit de $20^{\circ} 16' 25''$, & celle du bord supérieur du Soleil de $20^{\circ} 36' 0''$. Elle passa au meridien 7^{h} après le premier bord du Soleil.

Le 18 à 11^h du matin j'observay encore la Tache proche du bord Occidental du Soleil avec une Lunette de 16 piés: car je ne pouvois pas la distinguer dans la Lu

1704.

B

nette du quart de cercle de 3 piés; & ayant appliqué le Micrometre à cette Lunette de 16 piés, je trouvay qu'elle n'étoit alors éloignée du bord du Soleil que de 6" de degré.

Je ne donne point ici les figures différentes sous lesquelles cette Tache a paru; car elle étoit petite, & elle n'étoit composée que de deux ou trois Taches jointes ensemble, & enveloppées dans un même nuage à l'ordinaire, avec quelques autres petites Taches qui étoient aux environs: car il me semble qu'on ne peut pas tirer d'utilité de ces sortes de figures qui changent continuellement. Je remarqueray seulement, comme j'ay déjà fait dans quelques observations semblables, qu'il me paroissoit distinctement un espace plus clair que le reste du Soleil qui environnoit le nuage où les Taches obscures étoient renfermées, ce qui pourroit avoir quelque rapport aux facules qu'on remarque quelquefois dans l'endroit du Soleil où les Taches ont disparu.

OBSERVATION.

DE DEUX TACHES DANS LE SOLEIL.

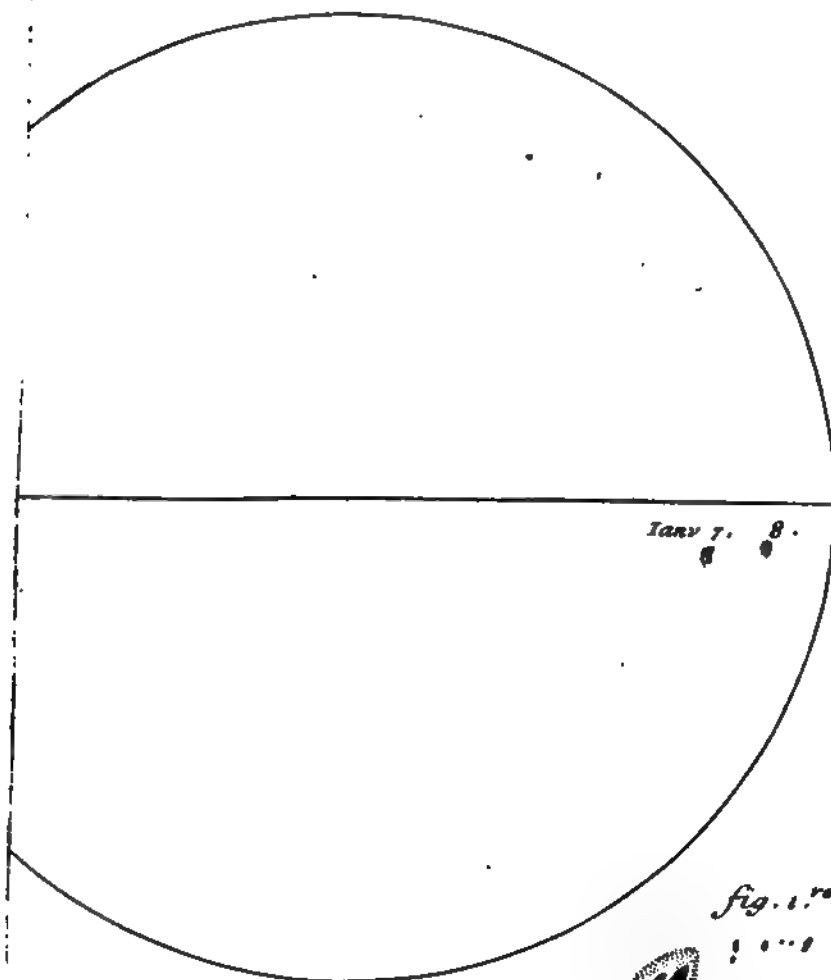
PAR M. MARALDI.

1704.
9. Janvier.

ON voit présentement deux amas de Taches dans le Soleil, dont l'un est proche de son bord Oriental, l'autre du bord Occidental près de disparaître. Il y a long-tems qu'on n'a point vu dans le Soleil en même tems des Taches si éloignées les unes des autres, car pour l'ordinaire on n'en voit qu'à un endroit.

Nous les aperçûmes le 7 de Janvier 1704. le Soleil ayant paru au travers des nuages, & nous déterminâmes le même jour, aussi-bien que le suivant, leur situation par rapport aux cercles de la Sphere. La Tache Occidentale est composée d'un amas de plusieurs petites Taches, qui

Septentrion



Iany 7. 8.

midy

fig. 1.^{re}



fig. 4.



fig. 5.

routes ensemble occupent dans le Soleil environ la vingt-cinquième partie de son diametre. Deux de ces Taches principales estoient environnées d'une nebulosité comme sont ordinairement les Taches du Soleil, & toute la Tache vûë avec une Lunette de 18 piés parut de la maniere qui est representée dans la Figure I.

Il y a apparence que cette Tache s'est formée dans le disque apparent du Soleil depuis peu de jours; car le 4 de Janvier le Soleil étant clair il ne parut aucune Tache, quoyque j'y fisse attention: je n'en apperçûs pas non plus le 5, ayant aussi observé le Soleil. Le 6 le Ciel fut couvert; cependant si elle eût été formée, elle auroit pû être visible dès le 27 Decembre dernier.

La Tache qui est près du bord Oriental du Soleil paroît longue & étroite, & le 8 elle parut un peu plus large que le jour précédent, comme il doit arriver par raison d'Optique. Cette Tache vûë avec une Lunette de 18 piés paroissoit comme dans la II. Figure.

Ces deux Taches sont situées dans la partie australe du Globe du Soleil, comme toutes celles qui ont paru depuis long-tems dans cet astre. L'Occidentale a une latitude australe de 7 degrez, & elle est environ de deux degrez & demi plus Septentrionale que l'Orientale, qui est située à 9^d & demi de latitude australe. Cette latitude est la même que celle de la Tache qui parut au mois de Novembre 1700. Lorsqu'elle sera arrivée au milieu du Soleil, nous les comparerons ensemble pour voir si elle a aussi la même longitude.



SUITE DES OBSERVATIONS DES TACHES.

PAR M. MARALDI.

1704.
19. Janvier.

DE deux amas de Taches que nous avons observé dans le Soleil le 7 & le 8 de Janvier, le 10 du même mois, après un jour de tems couvert, on n'en aperçut plus que celui qui étoit dans la partie Orientale : les autres Taches qui étoient dans la partie Occidentale, avec une latitude meridionale de 7 degrés étoient disparuës, ayant passé de l'émisphère apparent du Soleil à l'émisphère superieur occulte. La Tache qui restoit dans le Soleil, de mince & longue qu'elle étoit du commencement, étoit devenue plus grande & plus ronde, s'étant approchée du milieu de son disque, en sorte que le 11 de ce mois à midi elle n'en étoit éloignée que de 9 degrez de la circonference du Soleil; d'où nous avons calculé qu'elle a dû être au milieu de cet astre le 12 à 5 heures du matin.

Le 16 de Janvier, après quatre jours de tems couvert, nous déterminâmes la situation de la Tache dans le Soleil comme les jours précédens, & elle s'étoit approchée de son bord Occidental. La figure de la Tache avoit un peu changé; car de trois Taches dont elle étoit composée auparavant, on n'en voyoit plus que deux dans une situation un peu differente, enfermées dans une nebulosité, comme on voit dans la IV. Figure.

Le 17 elle paroissoit de la même longueur que les jours précédens; mais elle étoit retrecie comme dans la Figure V.

Le 18 Janvier elle paroissoit fort près du bord du Soleil, & elle s'étoit retrecie de sorte qu'on ne la pouvoit plus voir qu'avec de grandes Lunettes, avec lesquelles

elle paroïssoit comme un trait obscur de la même longueur qu'auparavant ; ce qui fait connoître qu'elle n'est diminuée qu'en apparence, comme il doit arriver par raison d'Optique.

Nous avons remarqué dès les premières observations que cette Tache avoit une latitude meridionale de 9 degrés & demi, ce qui a été confirmé par la suite des observations. Parmi les Taches observées les années précédentes, nous en trouvons plusieurs qui avoient la même latitude meridionale que la dernière de cette année : ce sont celles qui ont paru au mois de Novembre 1700, celle du mois de May 1695, & celle du mois de Juin 1688.

M. Cassini ayant comparé la Tache du mois de May de l'an 1688 avec plusieurs autres qui avoient paru auparavant, trouve entré ces apparitions un nombre de révolutions de 27 jours 12^h 20 minutes, ce qui lui fit conjecturer que c'étoit le même lieu du Soleil dans lequel ces Taches s'étoient formées. Ayant comparé le tems que la Tache de cette année est arrivée au milieu du Soleil avec le tems que la Tache de 1688 y arrive, & supposant la même révolution de 17 jours 12^h 20 minutes, nous trouvons dans ces deux intervalles 194 révolutions du Soleil moins deux jours, en sorte que si la Tache de cette année eût été la même que celle de l'an 1688, elle n'auroit dû passer que deux jours plus tard au milieu du Soleil ; ce qui fait connoître que si ces deux lieux ne sont pas les mêmes, ils sont au moins fort proches. Ayant fait la même comparaison de cette Tache avec celle du mois de Novembre de 1700, nous trouvons que celle de l'an 1700 étoit 60 degrés de la circonference du Soleil plus à l'Orient que celle de cette année.



EXTRAIT DES OBSERVATIONS DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 23 Decembre 1703, faites à Dunkerque par M. Chazelles, à Montpellier par Mrs. de Plantade & Clapier, à Arles par M. Davizard, à Avignon par le R. P. Bonfa, & à Marseille par le R. P. de Laual Professeur d'Hydrographie.

PAR M. CASSINI le fils.

1704.
23 Janvier.

A Paris le Ciel fut couvert de nuages pendant le tems de l'Eclipse, & on ne l'apperçut entre les nuages qu'à 5^h 4' qu'elle parut éclipsée à la vûe simple d'environ 5 doigts.

La Lune fut couverte à Dunkerque de foibles nuages qui empêcherent de déterminer le commencement de l'Eclipse.

4 47 30" A Montpellier commencement de l'Eclipse.

4 55 0 A Arles.

4 53 48 A Avignon commencement de l'Eclipse douteux.

4 54 30 A Marseille.

7 30 Différence entre Montpellier & Arles.

6 18 Différence entre Montpellier & Avignon.

7 0 Différence entre Montpellier & Marseille.

4 50 56 A Montpellier Grimaldi dans l'ombre.

57 40 A Marseille Grimaldi tout dans l'ombre.

6 44 Différence entre Montpellier & Marseille.

4 45 20 A Dunkerque Aristarque sur le bord de l'ombre.

- 55° 10' A Montpellier l'ombre touche Aristarque.
- 9 50 Difference entre Dunkerque & Montpellier.
- 4 47 20 A Dunkerque Aristarque dans l'ombre.
57 21 A Montpellier Aristarque est tout dans l'ombre.
- 5 1 0 A Arles Aristarque couvert.
- 5 0 23 A Avignon Aristarque.
- 10 1 Difference entre Dunkerque & Montpellier.
13 40 Entre Dunkerque & Arles.
13 3 Entre Dunkerque & Avignon.
- 4 58 22 A Montpellier Kepler au bord de l'ombre.
5 1 46 A Marseille Kepler le bord à l'ombre.
- 3 24 Difference entre Montpellier & Marseille.
- 4 49 30 A Dunkerque Gassendi.
- 4 59 34 A Montpellier Gassendi est au bord de l'ombre.
- 5 2 36 A Marseille Gassendi entre dans l'ombre.
- 10 4 Difference entre Dunkerque & Montpellier.
13 6 Entre Dunkerque & Marseille.
- 5 0 23 A Montpellier l'ombre touche la mer des humeurs.
- 5 5 0 A Arles commencement de la mer des humeurs.
- 5 5 22 A Marseille le bord de la mer des humeurs sur le bord de l'ombre.
- 4 37 Difference entre Montpellier & Arles.
4 59 Entre Montpellier & Marseille.
- 4 56 0 A Dunkerque Heraclides sur le bord de l'ombre.
- 5 5 27 A Montpellier Heraclides touche l'ombre.

9' 27" Difference entre Dunkerque & Montpellier.

5 6 37 A Montpellier le bord de Copernic.

5 10 0 A Arles un bord de Copernic.

5 11 35 A Avignon l'ombre rase Copernic.

5 12 14 A Marseille Copernic entre dans l'ombre.

3 23 Difference entre Montpellier & Arles.

4 58 Entre Montpellier & Avignon.

5 37 Entre Montpellier & Marseille.

5 8 21 A Montpellier le milieu de Copernic.

11 30 A Arles le milieu de Copernic.

3 9 Difference entre Montpellier & Arles.

5 10 46 A Montpellier Helicon dans l'ombre.

13 14 A Avignon Helicon.

2 28 Difference entre Montpellier & Avignon.

5 11 56 A Montpellier Eratosthene.

16 15 A Marseille Eratosthene entre dans l'ombre.

• 4 19 Difference entre Montpellier & Marseille.

5 15 14 A Montpellier l'ombre à Pitatus.

19 56 A Marseille Pitatus sur le bord de l'ombre.

4 42 Difference entre Montpellier & Marseille.

5 16 24 A Montpellier Archimede au bord de l'ombre.

23 0 A Marseille Archimede entre dans l'ombre.

– 6 36 Difference entre Montpellier & Marseille.

5 16 57 A Montpellier Platon au bord de l'ombre.

20 0 A Arles premier bord de Platon.

20 14 A Avignon l'ombre rase Platon.

3' 3" Difference

3' 3" Difference entre Montpellier & Arles.

3 17 Difference entre Montpellier & Avignon.

5 18 9 A Montpellier Platon tout dans l'ombre.

22 0 A Arles Platon tout couvert.

3 51 Difference entre Montpellier & Arles.

5 10 15 A Dunkerque Tycho sur le bord de l'ombre.

5 19 32 A. Montpellier l'ombre au bord de Tycho.

5 22 30 A Arles commencement de Tycho.

5 25 40 A Marseille Tycho sur le bord de l'ombre.

9 17 Difference entre Dunkerque & Montpellier.

12 15 Entre Dunkerque & Arles.

15 25 Entre Dunkerque & Marseille.

5 12 15 A Dunkerque le milieu de Tycho.

5 20 5 A Montpellier le milieu de Tycho dans l'ombre.

5 23 20 A Arles le milieu de Tycho.

7 50 Difference entre Dunkerque & Montpellier.

11 5 Difference entre Dunkerque & Arles.

La Lune se couvre ensuite entierement de nuages à Dunkerque.

5 21 0 A Montpellier Tycho dans l'ombre.

25 0 A Arles Tycho dans l'ombre.

27 22 A Marseille Tycho tout dans l'ombre.

4 0 Difference entre Montpellier & Arles.

6 22 Entre Montpellier & Marseille.

5 22 36 A Montpellier le bord de la mer de serenité.

26 30 A Arles un bord de la mer de serenité.

3 54 Difference entre Montpellier & Arles.

1704.

C

18 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

- 5 24' 1" A Montpellier Manilius dans l'ombre.
 28 30 A Arles Manilius.
 26 55 A Avignon Manilius.
 29 48 A Marseille Manilius tout dans l'ombre.
 4 29 Difference entre Montpellier & Arles.
 2 54 Entre Montpellier & Avignon.
 5 47 Entre Montpellier & Marseille.
- 5 27 16 A Montpellier Menelaus au bord de l'ombre.
 32 30 A Marseille Menelaus sur le bord de l'ombre.
 5 14 Difference entre Montpellier & Marseille.
- 5 28 40 Menelaus dans l'ombre à Montpellier.
 30 11 A Avignon Menelaus.
 33 36 A Marseille Menelaus tout dans l'ombre.
 1 31 Difference entre Montpellier & Avignon.
 4 55 Entre Montpellier & Marseille.
- 5 31 46 A Montpellier Plin entierement dans l'ombre.
 33 56 A Avignon Plin.
 2 10 Difference entre Montpellier & Avignon.
- 5 35 11 A Montpellier sainte Catherine dans l'ombre.
 40 14 A Marseille sainte Catherine.
 5 3 Difference entre Montpellier & Marseille.
- 5 35 58 A Montpellier le bord de la mer du Nectar.
 32 45 A Arles commencement de la mer du Nectar.
 3 47 Difference entre Montpellier & Arles.
- 5 38 57 A Avignon *Promontorium acutum*.
 42 18 A Marseille *Promontorium acutum* entre dans l'ombre.
 3 21 Difference entre Avignon & Marseille.

- à 5 37' 7" A Montpellier l'ombre rase Fracastor.
 43 34 A Marseille Fracastor entre dans l'ombre.
 6 17 Difference entre Montpellier & Marseille.
 à 5 39 24 A Montpellier le Promontoire du songe.
 41 49 A Avignon le Promontoire du songe.
 2 25 Difference entre Montpellier & Avignon.
 à 5 42 42 A Montpellier le bord de Taruntius touche
 l'ombre.
 44 30 A Arles Taruntius.
 47 34 A Marseille Taruntius entre dans l'ombre.
 1 48 Difference entre Montpellier & Arles.
 4 52 Entre Montpellier & Marseille.
 à 5 42 45 A Montpellier l'ombre au bord de Proclus.
 45 37 A Avignon Proclus.
 2 52 Difference entre Montpellier & Avignon.
 à 5 43 39 A Montpellier Snellius.
 46 45 A Arles Snellius.
 51 0 A Marseille Snellius.
 3 6 Difference entre Montpellier & Arles.
 7 21 Entre Montpellier & Marseille.
 à 5 43 48 A Montpellier l'ombre au bord de la mer Cas-
 pienne.
 47 30 A Arles un bord de la mer Caspienne.
 48 21 A Avignon l'ombre rase de la mer Caspienne.
 49 8 A Marseille un bord de la mer Caspienne.
 3 42 Difference entre Montpellier & Arles.
 4 33 Entre Montpellier & Avignon.
 5 20 Entre Montpellier & Marseille.

16 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

- à 5 44' 48" A Montpellier Furnerius au bord de l'ombre.
 46 45 A Arles Furnerius.
 48 46 A Avignon Furperius.
 51 0 A Marseille Furnerius sur le bord de l'ombre.

- 1 57 Difference entre Montpellier & Arles.
 3 58 Entre Montpellier & Avignon.
 6 12 Entre Montpellier & Marseille.

- à 5 47 8 A Montpellier l'ombre à Petavius.
 50 0 A Arles Petavius.

- 2 51 Difference entre Montpellier & Arles.

- à 5 47 40 A Montpellier Langrenus au bord de l'ombre;
 50 41 A Avignon Langrenus.
 53 0 A Marseille Langrenus entre dans l'ombre.

- 3 1 Difference entre Montpellier & Avignon.
 6 20 Entre Montpellier & Marseille.

- à 5 49 50 A Montpellier la mer Caspienne dans l'ombre.
 52 0 A Arles fin de la mer Caspienne.
 53 42 A Marseille fin de la mer Caspienne.

- 2 10 Difference entre Montpellier & Arles.
 3 52 Difference entre Montpellier & Marseille.

- à 5 53 7 A Montpellier Immersion totale.
 57 0 A Arles.
 57 45 A Avignon.
 58 15 A Marseille.

- 3 53 Difference entre Montpellier & Arles.
 4 38 Entre Montpellier & Avignon.
 5 8 Entre Montpellier & Marseille.

- Donc 1^h 5' 37" Durée totale à Montpellier.
 1 2 0 Durée totale à Arles.

1 3 57 Durée totale à Avignon.

1 3 45 Durée totale à Marseille.

& à 5^h 20' 18" Milieu de l'Eclipsé à Montpellier.

5 26 0 Milieu à Arles.

5 25 46 Milieu à Avignon.

5 26 22 Milieu à Marseille.

Donc 5 42 Difference entre Montpellier & Arles, tirée
du milieu de l'Eclipsé.

5 28 Difference entre Montpellier & Avignon.

6 4 Entre Montpellier & Marseille.

En prenant un milieu entre les differences qui résultent de l'Immersion des Taches dans l'ombre, l'on trouve la difference des meridiens entre Dunkerque & Montpellier de 9' 25", dont Montpellier est plus Oriental que Dunkerque: mais l'on a déterminé par les Eclipses des Satellites de Jupiter la difference entre Paris & Dunkerque de 3 secondes de tems, dont Dunkerque est plus Oriental que Paris. L'on aura donc la difference des meridiens entre Paris & Montpellier de 9' 28". Cette difference est beaucoup plus grande que celle que l'on a déterminée par les observations des Satellites de Jupiter de 6' 10", & que celle qui résulte des triangles de la meridienne que l'on a trouvé de 6' 8"; de sorte qu'il est nécessaire d'attribuer cette difference au moins en partie à la difficulté que l'on a eu de regler la pendule à Dunkerque, à cause du mauvais tems qu'il y a fait plusieurs jours auparavant. En comparant les observations des Taches qui ont été faites en même tems à Montpellier & à Arles, & prenant un milieu l'on trouve la difference des meridiens entre ces deux Villes de 3' 20" de tems, dont Arles est plus Oriental que Montpellier, peu differente de celle qui est marquée dans la Carte que l'on a dressée sur les triangles de la meridienne, où on l'a déterminée de 49' de degré, ou de 3' 16" de tems.

Les observations des Taches qui ont été faites à Montpellier & à Avignon donnent la difference entre ces deux

Villes de 3' 6" plus petite que celle qui résulte des triangles de la meridienne, où on l'a déterminé de 3' 52".

La difference des meridiens entre Montpellier & Marseille, qui résulte des observations des Taches faites dans ces deux Villes, est de 5' 24", qui étant ajoutées à la difference entre Paris & Montpellier de 6' 8", donnent la difference des meridiens entre Paris & Marseille de 11' 31".

L'observation de Montpellier a été faite avec une Lunette de 15 pieds. L'on remarqua à 5^h 38' que l'ombre qui avoit paru mal terminée & ambiguë depuis le commencement de l'Eclipse jusqu'à cette heure, paroissoit alors un peu plus nette & mieux tranchée, ce qui doit rendre les observations suivantes plus exactes que les précédentes. L'Immersion totale se fit entre Langrenus & une Tache obscure à plusieurs rameaux qui est au-dessus de la mer des Crises. Cet endroit du disque est presque diametralement opposé à celui où commença l'Eclipse, d'où l'on conclut que le centre de la Lune passa fort près du centre de l'ombre. Après l'Immersion totale de Lune parut d'abord d'une couleur grise & plombée, & si sombre qu'on avoit bien de la peine à y distinguer les Taches. Quelque tems après elle commença à rougir autour de sa circonference, & vers les 6 heures & un quart on y voïoit un disque entier d'ombre assez bien terminé qui occupoit environ la moitié du diametre de la Lune. On fut fort surpris lorsqu'en retournant à l'observation vers les 6 heures & demi, on ne vit plus la Lune dans le Ciel, qui étoit pourtant très-clair & très-serein : cette nuit ayant été la plus favorable & la plus belle qu'on eût pû souhaiter. Ils remarquerent que quoyque le crepuscule qui étoit déjà assez fort parut être une des principales causes d'un Phenomene si extraordinaire, on ne pourroit pourtant la lui attribuer entierement, puisque l'on distinguoit encore plusieurs étoiles vers l'Orient & vers l'Occident.

A Arles le disque de la Lune parut toujours après sa totale Immersion d'un rouge obscur ou brun ; & pendant le passage de l'ombre sur le corps de la Lune, cette om-

bre parut notablement dentelée en plusieurs endroits , comme si c'eût été l'ombre de quelques montagnes de la terre , & particulièrement lorsque le disque de la Lune étoit couvert environ la moitié.

A Avignon le peu d'obscurité qu'avoit l'ombre de la terre , n'a point permis de bien distinguer le commencement de l'Eclipse. La Lune parut pendant tout le tems de l'Eclipse extraordinairement éclairée & d'un rouge fort clair , si-bien qu'on auroit jugé qu'elle étoit transparente , que le Soleil étoit derrière son globe , & que ses rayons passaient à travers , de la même manière qu'ils font à travers certaines pierres qui sont un peu diaphanes. On vit aussi une espece de couronne lumineuse parallèle à la circonférence de la Lune ; mais il fut impossible d'en bien déterminer la grandeur , quoyque le reste du corps de la Lune fut sensiblement plus obscur.

L'observation a été faite à Marseille avec une très-bonne Lunette de 3 pieds , excepté quelques Taches du milieu qui ont été observées avec une bonne Lunette de 13 pieds. A 6^h 15' on voioit encore les mers qui étoient au Nord-Oüest de la Lune , & qui étoient entrées les dernières dans l'ombre. La Lune étoit rougeâtre au Nord-Oüest ; mais au Sud-Est elle étoit fort obscure. A 6^h 30' la Lune a commencé à disparaître , soit à cause du crepuscule qui commençoit à être assez grand , soit à cause des vapeurs qui étoient voisines de l'horison. A 6^h 50' on vit encore la Lune avec beaucoup de peine ; mais elle ne paroissoit pas devoir sortir bien-tôt de l'ombre.

On n'a pû voir depuis ce tems-là le commencement de l'Emersion , ni même la Lune. Cependant le tems étoit fort serein , le Ciel fort net , le vent de Nord ayant fraîchi dès le commencement de l'Eclipse , & augmenté au lever du Soleil. En comparant cette Eclipse avec celle du 29 Juin passé , on voit que la Lune est entrée plus directement & plus profondément dans l'ombre de l'atmosphère de la terre. Car on n'a point vû ce Croissant de la manière qu'on remarqua dans l'autre Eclipse.

MANIERE GENERALE

De déterminer geometriquement le foyer d'une Lentille, formée par deux Courbes quelconques, de même ou de différente nature, telle que puisse être la raison de la refraction, & de quelque maniere que puissent tomber les rayons de lumiere sur une des faces de cette Lentille; c'est-à-dire, soit qu'ils y tombent divergens, parallèles, ou convergens.

PAR M. GUISSNÉE.

PROBLÈME I.

1704.
9. Février.
FIGURE I.

I. Soit $KBLEK$ la section d'une Lentille convexe des deux côtés, formée par deux Courbes KBL , KEL , dont BE perpendiculaire aux deux Courbes, & indéfiniment prolongée de part & d'autre est l'axe commun, & celui de la Lentille.

1. Il est démontré dans la 3^{me} Sect. du Livre des Infiniment Petits, qu'il y a une infinité de Courbes dont l'axe touche la développée à une certaine distance de son sommet. Soit donc ϵ le point où l'axe BE de la Courbe KBL touche la développée de cette Courbe, C le point où l'axe EB de la Courbe KEL touche la développée de cette dernière Courbe, c'est-à-dire que $B\epsilon$, & EC soient deux rayons des développées de ces deux Courbes, en sorte que les quatre points ϵ , E , B , C soient sur l'axe de la Lentille BE . Cela posé,

2. Soit A un point lumineux sur l'axe de la Lentille; AD un rayon incident infiniment proche de AB , & par conséquent égal à AB ; DF le rayon rompu de l'incident AD ; AR un autre rayon incident infiniment proche de AD ; RF son rayon rompu.

3. Pl.

3. Il est clair par ce qui est démontré dans la 7^{me} sect. de l'Analyse des Infiniment petits, que le point F où concourent les rayons rompus DF , RF , est l'endroit où la Caustique par refraction de la Courbe KBL touche l'axe cC de la Lentille, puisque l'on suppose que le point D est infiniment proche de B . D'où il suit qu'aucun rayon rompu ne coupe cet axe au dessous de F par rapport à la Lentille, & que le même point F est l'endroit où il se réunit un plus grand nombre de rayons venant du point lumineux A , & rompus à la rencontre de la face KBL de la Lentille; c'est pourquoy le point F est le foyer causé par cette face.

4. Si l'on regarde presentement les deux rayons rompus DF , RF , des incidens AD , AR , comme incidens & tombant sur le côté concave de la Courbe KEZ aux points H & I ; leurs rayons rompus Hf , If , se rencontreront en un point f de l'axe cC où la Caustique par refraction de la Courbe KEZ le touche, puisque le point H est infiniment proche de E , & le point f sera par conséquent le foyer de la face KEZ , ou de la Lentille $KBLEK$ qu'il s'agit de déterminer. Ce foyer f sera positif, lorsqu'il tombera du côté de F par rapport à la Lentille, négatif lorsqu'il tombera du côté de A , infini lorsque les rayons seront parallèles après avoir traversé la Lentille, & souffert les deux refractions qui se font sur ses deux faces.

5. Il est clair par la 5^{me} sect. de l'Analyse des Infiniment petits, que les perpendiculaires Dc & Hc aux Courbes KBL & KEZ , menées par les points D & H , toucheront les développées de ces Courbes aux points c & c , où leurs axes Bc & Ec les touchent, puisque par l'hypothèse les points D & H sont infiniment proches de B & de E , & partant que $Dc = Bc$ & $Hc = Ec$.

6. Ayant décrit des centres A & F les petits arcs DT , DS , mené du point c sur les rayons incidens AD , AR prolongés, les perpendiculaires cP , cp , & sur les rayons rompus DF , RF les perpendiculaires cQ , cq ; cP sera le sinus de l'angle d'incidence cDP , cp la différence; cQ le sinus de l'angle rompu cDQ , & cq la différence.

7. Ayant nommé AD , ou AB , y ; cD , ou cB , x ; DP , ou Dr , g ; DQ , ou Df , h ; cP , r ; DF , x ; QF , ou fF sera $x - h$; AP , ou Ar , $y + g$; & TK , dy .

8. Les triangles rectangles cPD , RTD , étant semblables, puisque leurs angles PDe , $TD R$ sont tous deux le complément de l'angle PDR , l'on aura $cP(r)$. $PD(g) :: RT(dy)$ $DT = \frac{r dy}{g}$.

9. Les petits secteurs ou triangles semblables ADT , Arp donnent $AD(y)$: AP ou $Ar(y + g) :: DT(\frac{r dy}{g})$.
 $rp = \frac{gy dy + gg dy}{r y}$.

10. En supposant que cP , sinus de l'angle d'incidence cDP , soit à cQ , sinus de l'angle rompu cDQ , comme m à n : Et puisque $cP.cQ :: rp.fq$, l'on aura $m.n :: r.p(\frac{gy dy + gg dy}{r y}).fq = \frac{ngy dy + ngg dy}{m r y}$.

11. Les triangles rectangles cQD , RSD , dont les angles cDQ , RDS sont tous deux le complément de l'angle QDR , sont semblables, comme aussi (*numer. 8.*) les triangles cPD , RTD ; c'est pourquoi l'on aura à cause des hypothenuses communes, $DP(g)$. $DQ(h) :: DT(\frac{r dy}{g})$. $DS = \frac{h dy}{r}$.

12. A cause des triangles ou secteurs semblables FDS , Fsq , l'on a $\frac{h dy}{r}(DS) \cdot \frac{ngy dy + ngg dy}{m r y}(fq) :: x(DF)$. $x - h(fF$, ou $QF)$, d'où l'on tire $x = \frac{m h h y}{m h y - n g y - n g g} = DF$.

13. Mais parce que l'on suppose que le rayon incident AD est infiniment proche de AB , il passera aussi bien que son rompu DF infiniment proche du point c ; c'est pourquoi les perpendiculaires cP , cQ pourront être considérées comme nulles, ou $= 0$; & alors $DP = g$, & $DQ = h$ deviendront $= Bc = a$, & $DF = x$ sera égale à BF . Mettant donc a en la place de g , & de h dans l'équation précédente, l'on aura $x = \frac{m a y}{m y - n y - n a}$ ou $x = \frac{m a y}{y - n a} = BF$, en mettant p pour $m - n$.

14. De même ayant décrit des centres F & f les petits arcs Hi , Ho , tiré du point C , où l'axe de la Courbe EL touche la développée de cette Courbe, sur les prolongemens des rayons FD , FR , les perpendiculaires CM , Cm : Et sur les prolongemens des rayons rompus fH , fI , les perpendiculaires CN , Cn , & mené HC , qui sera le rayon de la développée au point H , puisque H est infiniment proche de E , & par conséquent perpendiculaire à la Courbe EL , & égale à EC ; c'est pourquoy CM sera le sinus de l'angle d'incidence CHM ; um , la différence; CN , le sinus de l'angle rompu CHN ; & tn , la différence.

15. Nommant donc CH , ou CE , b ; HM , k ; HN , ou Hi , l ; CM , t ; FH , u ; fH , z ; HD , f ; FM , ou Fu sera $u+k$; fN , ou fi , $z+l$; & Ii , du .

16. Les triangles rectangles CMH , IiH , qui sont semblables, puisque leurs angles CHM , IHi sont tous deux le complément de l'angle MHI , donneront CM (t). MH (k) :: Ii (du). Hi (l) :: $l du$.

17. A cause des triangles ou secteurs semblables FHi , Fum , l'on a FH (u). FM , ou Fu ($u+k$) :: Hi ($l du$).
 $um = \frac{uk du + k k du}{t u}$.

18. Puisque (num. 10.) la raison de la refraction est comme m à n , & qu'en ce cas le sinus CM de l'angle d'incidence CHM , est au sinus CN de l'angle rompu CHN comme n à m , & qu'outre cela CM . CN :: um . tn , l'on aura $n.m$:: um ($\frac{uk du + k k du}{t u}$). $tn = \frac{m uk du + m k k du}{n t u}$.

19. Les triangles rectangles CNH , IOH qui sont semblables, puisque leurs angles NHC , OHI sont tous deux le complément de l'angle NHI : comme aussi les triangles rectangles CMH , IiH , donneront à cause des hypoténuses communes, MH (k). NH (l) :: Ii ($l du$).
 $OH = \frac{l du}{t}$.

20. Enfin à cause des triangles ou secteurs semblables

$f i n, f H O$, l'on aura $z + l (f N, \text{ ou } f i) z (f H) ::$
 $\frac{m u k d u + m k k d u}{n i u} (i n). \frac{l d u}{i} (H O)$, d'où l'on tire $u =$
 $\frac{m k k z}{n i l + n i z - m k z}$.

21. Mais parce que le rayon incident $D F$: aussi bien que son rompu $H f$ sont infiniment proches de l'axe $A E$, ils passeront infiniment proche du point C ; c'est pourquoy les perpendiculaires $C M, C N$ peuvent être regardées comme nulles, ou égales à zero; & alors $H M$ & $H N$ se confondront avec $E C = b$, & $H D = f$, avec $E B$. Mettant donc b en la place de k & de l dans l'équation précédente, elle deviendra celle-ci: $u = \frac{m b z}{n b + n z - m z}$, ou $u = \frac{m b z}{n b - p z}$, en mettant p pour $m - n$. Or $F H$, ou $F E = F B - B E = x - f = u$; donc $x - f = \frac{m b z}{n b - p z}$. Mais (num. 13.) $x = \frac{m a y}{p y - n a}$; donc $\frac{m a y}{p y - n a} - f = \frac{m b z}{n b - p z}$, d'où l'on tire,

$$z = \frac{m n a b y - n p b f y + n n a b f}{m p a y + m p b y - p p f y + n p a f - m n a b} = E f.$$

22. Si l'on veut négliger l'épaisseur de la Lentille où l'on n'a très-souvent point d'égard, il n'y a qu'à faire $f = 0$, ce qui détruira tous les termes où elle se rencontre, & l'on aura,

$$z = \frac{n a b y}{p a y + p b y - n a b} = E f.$$

A U T R E S O L U T I O N

plus simple que la précédente.

FIG. II.

II. Les choses demeurant toujours dans le même état, excepté que l'on ne suppose ici qu'un seul rayon incident $A D$, & qu'outre cela l'on mène les petites droites $D I$ & $H G$ perpendiculaires à $B E$.

Il est clair que les petites droites $D I, H G$ seront aussi perpendiculaires aux rayons $A D, D F$ & $H f$ à cause du point D infiniment proche de B .

Nommant donc comme auparavant AD , ou AB ou AI , y ; Bc , a ; EC , b ; BE , f ; DF , ou BF , x ; HF , ou EF , ou GF , z ; Hf , ou Ef , ou Gf , z ; cP , r ; CM , t ; Ac sera $y + a$; FC , $z + b$. Fc , $x - a$, & la raison de la refraction $\frac{m}{n}$.

1. Les triangles semblables AcP , AID donneront $Ac(y + a). AI(y) :: cP(r) ID = \frac{ry}{y + a}$.

2. L'on a à cause de la refraction $m.n :: cP(r). cQ = \frac{nr}{m}$.

3. Les triangles semblables FID , FcQ , donnent $x(FI). x - a(Fc) :: \frac{ry}{y + a}(ID). \frac{nr}{m}(cQ)$, d'où l'on tire $x = \frac{mry}{my - ny - na} = BF$, ou $x = \frac{mry}{py - na}$, en mettant p pour $m - n$.

4. Les triangles semblables FCM , FGH donnent $FC(z + b). FG(z) :: CM(t). GH = \frac{tz}{z + b}$.

5. A cause de la refraction, l'on a $n.m :: CM(t). CN = \frac{mt}{n}$.

6. Enfin les triangles semblables fCN , fGH donnent $z + b(fC). z(fG) :: \frac{mt}{n}(CN). \frac{tz}{z + b}(GH)$, d'où l'on tire $z = \frac{mbt}{nb + nz - m\lambda} = Ef$, ou $z = \frac{mbt}{nb - pz}$, en mettant p pour $m - n$, ou $x - f = \frac{mbt}{nb - pz}$, en mettant pour z la valeur $x - f$. Si l'on met présentement dans cette dernière équation en la place de x la valeur prise dans l'équation précédente $x = \frac{mry}{py - na}$, l'on aura la suivante, où l'on a égard à l'épaisseur du verre.

$$z = \frac{mnaby - pbfy + mnabf}{mpay + mpby - pfsy + nraf - mnab} = Ef, \text{ ou}$$

$$z = \frac{naby}{pay + pby - nab} = Ef, \text{ où l'on neglige l'épais-$$

seur du verre. Ces deux équations sont celles de l'art. 1. num. 21. & 22.

III. Comme l'on n'employe dans les instrumens de

Dioptrique que des Lentilles de verre, où la refraction se fait à peu près dans la raison de 3 à 2; si l'on fait $m=3$, $n=2$, p sera $=1$, & les deux équations précédentes se changeront en les deux qui suivent, qui serviront de règles generales pour les verres convexes des deux côtés, tels qu'on les a supposés en faisant le calcul. Et parce qu'on a supposé le point A peu éloigné du verre, les rayons tomberont divergens sur la face KBL .

Regles pour
les verres
convexes
des deux
côtés.

$$1. \quad z = \frac{6aby - 2bfy + 4abf}{3ay + 3by - fy + 2af - 6ab} = Ef.$$

$$2. \quad z = \frac{2aby}{ay + by - 2ba} = Ef.$$

Si les Courbes KBL , KEL sont des cercles, Bc & EC en seront les demi diametres: si les Courbes sont des sections Coniques, Bc & EC seront la moitié de leurs parametres. On déterminera par la 5^{me} section de l'Analyse des Infiniment petits, la grandeur de Bc & de EC dans les autres Courbes. Et l'on prendra pour des lignes droites les Courbes KBL , KEL , lorsque les mêmes rayons Bc , EC seront infinis.

IV. Si dans les deux équations précédentes $a = \infty$, KBL deviendra une ligne droite, & le verre sera par conséquent *plan convexe*, & son côté plat sera tourné vers le point lumineux A . Et ayant effacé tous les termes où a ne se rencontre point, parce qu'alors ils sont nuls par rapport à ceux où a se trouve, l'on aura

Regles pour
les verres
plans con-
vexes.

$$3. \quad z = \frac{6by + 4bf}{3y + 2f - 6b}.$$

$$4. \quad z = \frac{2by}{y - 2b}.$$

V. Si dans les deux mêmes équations $b = \infty$, KEL deviendra une ligne droite, le verre sera *convexe plan*: son côté convexe sera tourné vers le point lumineux, & l'on aura

Regles pour
les verres
convexes
plans.

$$5. \quad z = \frac{6ay - 2fy + 4af}{3y - 6a}.$$

$$6. \quad z = \frac{2ay}{y - 2a}.$$

VI. Si $a = \infty$, & qu'on change les signes des termes où

b se rencontre, la Courbe KBZ deviendra une ligne droite, & KEZ tournera sa convexité vers B ; c'est-pourquoy le verre sera *plan concave*, dont le côté plat sera tourné vers le point lumineux, & l'on aura

$$7. \quad z = \frac{-6by - 4bf}{3y + 2f + 6ab}.$$

$$8. \quad z = \frac{-2by}{y + 2b}.$$

Regles pour
les verres
plans con-
caves.

VII. Si $b = \infty$, & qu'on change les signes des termes où a se rencontre, le verre sera *concave plan*: son côté concave sera tourné vers le point lumineux, & l'on aura

$$9. \quad z = \frac{-6ay - 2fy - 4af}{3y + 6a}.$$

$$10. \quad z = \frac{-2ay}{y + 2a}.$$

Regles pour
les verres
concaves
plans.

VIII. Si l'on change les signes des termes où b se rencontre, le verre sera *convexo-concave*: le côté convexe regardera le point lumineux, & l'on aura

$$11. \quad z = \frac{-6aby + 2bfy - 4abf}{3ay - 3by - fy + 2af + 6ab}.$$

$$12. \quad z = \frac{-2aby}{ay - by + 2ab}.$$

Regles pour
les verres
convexo-
concaves.

IX. Si l'on change les signes des termes où a se rencontre, le verre sera *concavo-convexe*: le côté concave sera tourné vers le point lumineux, & l'on aura

$$13. \quad z = \frac{-6aby - 2bfy - 4abf}{-3ay + 3by - fy - 2af + 6ab}.$$

$$14. \quad z = \frac{-aby}{-ay + by + 2ab}.$$

Regles pour
les verres
concavo-
convexes.

X. Si l'on change les signes des termes où a & b ne se rencontrent point ensemble, sans changer ceux des termes où elles ne se trouvent ni l'une ni l'autre, le verre sera *concavo-concave*, & l'on aura

$$15. \quad z = \frac{6aby + 2bfy + 4abf}{-3ay - 3by - fy - 2af - 6ab}.$$

$$16. \quad z = \frac{2aby}{-ay - by - 2ab}.$$

Regles pour
les verres
concavo-
concaves.

XI. Si a & $b = \infty$, le verre sera plat des deux côtés, & l'on aura

$$17. \quad z = -y - \frac{1}{f}.$$

$$18. \quad z = -y.$$

Regles pour
les verres
plans des
deux côtés.

XII. Si $a = 0$. Ce qui se rencontre dans plusieurs Courbes, l'on aura

$$19. \quad z = \frac{-2bf}{3b-f}.$$

$$20. \quad z = \frac{0}{b} = 0.$$

XIII. Si $b =$, l'on aura

$$21. \quad z = \frac{0}{3a-3+2af} = 0.$$

$$22. \quad z = \frac{0}{a} = 0.$$

XIV. Si a & $b = 0$, l'on aura

$$23. \quad z = \frac{0}{-f} = 0.$$

$$24. \quad z = 0.$$

L'on a supposé en faisant le calcul que le point lumineux A étoit peu éloigné du verre ; c'est pourquoy toutes les Regles précédentes se rapportent au cas où les rayons tombent divergens sur la face KBL qui regarde le point lumineux.

Pour les
rayons pa-
ralleles.

XV. Si l'on fait y infinie dans toutes les Regles précédentes, en effaçant tous les termes où elle ne se rencontre point, l'on aura autant d'autres Regles qui se rapporteront au cas où les rayons tombent paralleles sur la face KBL , puisque le point A en sera alors infiniment éloigné.

Pour les
rayons con-
vergens.

XVI. Si l'on change les signes des termes où y se rencontre dans les Regles précédentes, elles renfermeront le cas où les rayons tombent convergens sur la face KBL , puisque le point lumineux A se trouvera alors du côté de F .

CONCLUSION.

XVII. Il est clair que toutes les quantités renfermées dans toutes les équations précédentes étant données, à la réserve de $z = Ef$; cette quantité z sera aussi déterminée. *Ce qui étoit proposé.*

COROLLAIRES.

C O R O L L A I R E S

tirés de la premiere équation.

$$z = \frac{6aby - 2b^2y + 4abf}{3ay + 3by - fy + 2af - 6ab}.$$

XVIII. 1. Il est clair que le foyer Ef sera positif, lorsque $6aby + 4abf > 2b^2y$, & $3ay + 3by + 2af > fy + 6ab$, & au contraire ; negatif, lorsque $6aby + 4abf < 2b^2y$, & $3ay + 3by + 2af < fy + 6ab$, & au contraire ; infini, lorsque $3ay + 3by + 2af = fy + 6ab$, & $6aby + 4abf > ou < 2b^2y$; $= 0$, lorsque $6aby + 4abf = 2b^2y$, c'est-à-dire qu'en ce cas le point f tombera en E .

Cas des
rayons di-
vergens.

2. Si $y = b$, l'on aura $z = \frac{6abb - 2b^2b + 4abf}{3bb - bf + 2af - 3ab}$. Et le foyer sera positif, lorsque $6abb + 4abf > 2b^2b$, & que $3bb + 2af < bf + 3ab$, & au contraire ; infini, lorsque $3bb + 2af = bf + 3ab$, & $6abb + 4abf > ou < 2b^2b$; $= 0$, lorsque $6abb + 4abf = 2b^2b$.

3. Si $y = a$, l'équation deviendra $z = \frac{6aab + 2abf}{3aa + af - 3ab}$, & le foyer sera positif si $3aa + af > 3ab$; negatif, si $3aa + af < 3ab$; infini, si $3aa + af = 3ab$. Il ne peut en ce cas être $= 0$.

4. Si $a = b$, l'on aura $z = \frac{6aay - 2afy + 4aaf}{6aay - fy + 2af - 6aa}$, & le foyer sera positif, lorsque $6aay + 4aaf > 2afy$, & $6ay + 2af > fy + 6aa$, & au contraire ; negatif, lorsque $6aay + 4aaf < 2afy$, & $6ay + 2af < fy + 6aa$, & au contraire ; infini, lorsque $6ay + 2af = fy + 6aa$, & $6aay + 4aaf > ou < 2afy$; $= 0$, lorsque $6aay + 4aaf = 2afy$.

5. Si $a = b = y$, l'on aura $z = \frac{6aa + 2af}{f}$, & le foyer sera toujours positif.

34 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

6. Si $a = b$, $f = 2a$. & que les Courbes KBL , KEZ soient des cercles, le verre sera une sphere, & l'on aura $z = \frac{ay + 4aa}{2y - a}$, qui montre que le foyer sera positif lorsque $2y > a$; negatif, lorsque $2y < a$; infini, lorsque $y = \frac{1}{2}a$.

Cas des rayons paralleles.

7. Si l'on fait $y = \infty$, l'on aura $z = \frac{6ab - 2bf}{3a + 3b - f}$, d'où l'on voit que le foyer qui en ce cas est appelle foyer *ab-solu*, ou foyer *principal*, sera positif, lorsque $6ab > 2bf$, & $3a + 3b > f$, & au contraire; negatif, lorsque $6ab > 2bf$ & $3a + 3b < f$, & au contraire; infini, lorsque $3a + 3b = f$, & $6ab > ou < 2bf$; $= 0$, lorsque $6ab = 2bf$.

8. Si $a = b$, l'on aura $z = \frac{6aa - 2af}{6a - f}$, d'où il suit que le foyer sera positif lorsque $6aa > 2af$ & $6a > f$, & au contraire; negatif, lorsque $6aa > 2af$ & $6a < f$, & au contraire; infini, lorsque $6a = f$ & $6aa > ou < 2af$; $= 0$, lorsque $6aa = 2af$.

9. Si $b = a$, $f = 2a$, & que les Courbes KBL , KEZ soient des cercles, le verre sera une sphere, & l'on aura $z = \frac{1}{2}a$.

Cas des rayons convergens.

10. En changeant les signes des termes où y se rencontre, l'on aura $z = \frac{-6aby + 2bfy + 4abf}{-3ay - 3by + fy + 2af - 6ab}$, d'où l'on tirera des Corollaires comme l'on a fait dans les deux cas précédens.

C O R O L L A I R E S

tirés de la seconde équation.

$$z = \frac{2aby}{ay + by - 2ab}$$

Cas des rayons divergens.

XIX. 1. Il est clair que le foyer sera positif, lorsque $ay + by > 2ab$; negatif, lorsque $ay + by < 2ab$; infini, lorsque $ay + by = 2ab$.

2. Si $y = b$, l'on aura $z = \frac{2ab}{b - a}$, qui fait voir que le

foyer sera positif, lorsque $b > a$; négatif, lorsque $b < a$; infini, lorsque $b = a$.

3. Si $y = a$, l'on aura $z = \frac{2ab}{a-b}$, qui montre que le foyer sera positif, lorsque $a > b$; négatif, lorsque $a < b$; infini, lorsque $a = b$.

4. Si $b = a$, l'on aura $z = \frac{ay}{y-a}$, & le foyer sera positif, lorsque $y > a$; négatif, lorsque $y < a$; infini, lorsque $y = a$.

5. Si $y = a = b$, l'on aura $z = \infty$.

6. Si $y = \infty$, l'on aura $z = \frac{2ab}{a+b}$, d'où l'on voit que le foyer sera positif. Cas des rayons parallèles.

7. Si $a = b$, l'on aura $z = a$.

8. Si l'on change les signes des termes où y se trouve, l'on aura $z = \frac{-2aby}{-ay - by - 2ab} = \frac{2aby}{ay + by + 2ab}$, qui montre Cas des rayons convergens. que le foyer sera toujours positif, quelque supposition que l'on y fasse.

C O R O L L A I R E S

tirés de la troisième équation.

$$z = \frac{6by + 4bf}{3y + 2f - 6b}$$

XX. 1. Elle fait voir que le foyer sera positif, lorsque $3y + 2f > 6b$; négatif, lorsque $3y + 2f < 6b$; infini, lorsque $3y + 2f = 6b$. Cas des rayons divergens.

2. Si $y = b$, l'on aura $z = \frac{6bb + 4bf}{2f - 3b}$, d'où l'on voit que le foyer sera positif, lorsque $2f > 3b$; négatif, lorsque $2f < 3b$; infini, lorsque $2f = 3b$.

3. Si $f = b$, & que la Courbe KEL soit un cercle, le verre sera une demie sphere, & l'on aura $z = \frac{6by + 4bb}{3y - 4b}$, d'où il suit que le foyer sera positif, lorsque $3y > 4b$; négatif, lorsque $3y < 4b$; infini, lorsque $3y = 4b$.

4. En faisant $y = \infty$, l'on aura $z = 2b$.

Cas des rayons parallèles.

On tirera des Corollaires des autres formules comme l'on a fait des précédentes, & les uns & les autres pourront souvent être réduits à des expressions plus simples.

COROLLAIRES GENERAUX.

XXI. Il est clair que des six choses renfermées dans les équations précédentes (qui sont la distance BA du verre au point lumineux, celle du foyer Bf , les deux rayons Bc , EC , l'épaisseur du verre BE , & la raison de la refraction $\frac{m}{n}$) cinq étant données, la sixième le sera aussi.

1. Soit, par exemple, l'équation $z = \frac{naby}{pay + py - nab}$ qui est celle du premier article num. 22. si l'on suppose que tout soit donné excepté la raison de la refraction $\frac{m}{n}$, ayant remis en sa place de p la valeur (art. 1. num. 13.) $m - n$, l'on tirera de cette équation $\frac{m}{n} = \frac{aby + az + bz + abz}{ax + bz}$
 $= y + \frac{aby + abz}{ax + bz}$. C'est pourquoy en assignant à n une valeur arbitraire telle que l'on voudra, l'on aura celle de m , & par conséquent le rapport de m à n sera donné.

2. Si dans la même équation tout est connu excepté a , l'on en tirera $a = \frac{pyz}{nby + nbx - pyz}$.

3. Si tout est connu à la réserve de y , l'on en tirera $y = \frac{nabz}{pax + pbz - nab}$. Où l'on remarquera que si le foyer devenoit le point lumineux, le point lumineux deviendroit le foyer, puisque ces deux équations $z = \frac{naby}{pay + py - nab}$ & $y = \frac{nabz}{pax + pbz - nab}$ ne different qu'en ce que x est en la place de y , & y en la place de x , ce qui est une des principales propriétés de la refraction; sçavoir, que si un rayon de lumière, après avoir souffert tant de refractions qu'on voudra, retournoit sur ses pas, il repasseroit par le même chemin.

PROBLÈME II.

XXII. Un verre quelconque KL étant donné, & son foyer F , formé par les rayons qui partent d'un point lumineux A pris sur l'axe BE du verre, étant déterminé par quelque'une des règles & dans quelque'une des hypothèses précédentes; déterminer le nouveau foyer qui résultera de la position d'un autre verre quelconque MN , aussi donné, au dessous du premier KL , ayant tous deux un même axe ABD , quelque distance qu'il y ait entre l'un & l'autre verre. FIG. III.

1. En supposant, 1°. que le verre MN soit convexe des deux côtés. 2°. Que le foyer du verre KL soit positif en F . 3°. Que le verre MN soit placé entre le verre KL & son foyer F . 4°. Que le foyer du verre MN soit positif en I ; l'on prendra le foyer F du verre KL par le point lumineux, & les rayons tomberont par conséquent convergens sur la face MCN du verre MN ; & nommant le rayon de la développée de la Courbe MCN au point C , c , celui de la Courbe MDN au point D , d , la distance DI du verre MN à son foyer I , f , l'épaisseur CD , r , la distance CF du verre MN au foyer F du verre KL , x ; l'on aura article 16, en ayant égard à l'épaisseur du verre.

$$1. \quad f = \frac{6cdx + 2drx + 4cdr}{-3cx - 3dx + rx + 2cr - 6cd} = DI, \text{ ou}$$

$$2. \quad f = \frac{-2cdx}{-cx - dx - 2cd} = \frac{2cdx}{cx + dx + 2cd} = DI, \text{ en}$$

negligeant l'épaisseur du verre. Mais par l'hypothèse EF est donnée; c'est-pourquoy la distance CE des deux verres étant donnée, $FC = x$ le sera aussi, & par conséquent $DI = f$. Ce qu'il falloit trouver.

2. Si le foyer F du verre KL étoit négatif, ou si le verre MN étoit placé au-dessous de F en mn , les rayons partant de F tomberoient divergens sur la face mcn du verre mn , & $FC = x$ deviendrait négative de positive qu'elle étoit; c'est-pourquoy en changeant les signes des termes où x se trouve, l'on auroit

$$3. \quad f = \frac{6cdx - 2drx + 4cdr}{3cx + 3dx - rx + 2cr - 6cd}$$

$$4. \quad f = \frac{2cdx}{cx + dx - 2cd}.$$

3. Si le foyer F du verre KZ étoit infini, $FC = x$ qui ne diffère de FE que de la grandeur finie CE , le seroit aussi ; c'est pourquoy les termes où x ne se rencontre point étant nuls ou $= 0$ par rapport à ceux où elle le rencontre dans la 3^e & 4^e équation, l'on auroit

$$5. \quad f = \frac{6cd - 2dx}{3c + 3d - 2}.$$

$$6. \quad f = \frac{2cd}{c + d}.$$

4. Il est aisé d'appliquer ces équations à telle verre qu'on voudra, comme l'on a fait dans les regles précédentes, & d'en tirer des Corollaires, pourvû qu'on observe que $x = FC$ ne peut point recevoir d'autres variations que celles que le verre KZ , qui peut être aussi tel qu'on voudra, lui donne.

5. On trouvera de même le foyer qui résulte de la position de plusieurs verres placés sur un même axe, en prenant toujours le foyer du dernier pour le point lumineux.

6. S'il y a un ou plusieurs verres KZ , MN placés sur un même axe AF , & dont le foyer, soit I , on pourra encore par le moyen des regles précédentes placer un nouveau verre donné PQ sur le même axe AF , en sorte que les rayons venant du point I , soient parallèles après avoir traversé le nouveau verre PQ : car il n'y a pour cela qu'à prendre celle des équations précédentes qui lui convient dans le cas des rayons divergens, & ayant fait z ou $f = \infty$, on en tirera une valeur de y ou de x qui sera la distance cherchée IR . Soit, par exemple, le verre donné PRQ convexe des deux côtés, & dont on ne considère point l'épaisseur. L'équation qui lui convient est la seconde de l'article 4. page 30, qui est $z = \frac{2abx}{ax + bx - 2ab}$; & en supposant z infini, l'on aura $ax + bx - 2ab = 0$, d'où l'on tire $y = \frac{2ab}{a + b}$; ayant donc placé le verre PRQ de

maniere que $IR = \frac{a+b}{2ab}$, les rayons venant du point I seront paralleles après l'avoir traversé.

Soit encore le verre prq concavo concave dont on ne considere point l'épaisseur. L'équation qui lui convient est la 16^e $z = \frac{2aby}{-ay-by-2ab}$, où ayant fait $z = \infty$, l'on aura $-ay-by-2ab=0$, d'où l'on tire $y = \frac{-2ab}{a+b}$. Et parce que cette valeur de y est negative, il faudra prendre $Ir = \frac{2ab}{a+b}$ de l'autre côté de I par rapport à R , & placer en r le verre prq , d'où les rayons qui alloient se réunir au point I , après avoir traversé le verre MN , sortiront paralleles.

7. Si au lieu de déterminer la position du verre MN sur l'axe AF , comme l'on a fait *num.* 1. pour avoir celle de son foyer I , l'on déterminoit la position du foyer I pour trouver celle du verre MN ; la distance FI qui se trouve entre le foyer F du verre KZ , & le foyer I seroit donnée, & $FC = x$, & $ID = f$ seroient inconnus. Ainsi ayant nommé FI , g , l'on auroit $x = g + f + r$, ou, en negligant l'épaisseur du verre MN , $x = g + f$, & ayant substitué les valeurs de x dans la premiere & seconde équation, l'on en tireroit des valeurs de $f = ID$, qui détermineroient la position du verre MN . Par exemple, en substituant $g + f$, seconde valeur de x , dans la seconde équation $f = \frac{2cdx}{cx+dx+2cd}$, l'on en tireroit $ff = -gf + \frac{2cdg}{c+d}$, & partant $f = -\frac{1}{2}g \pm \sqrt{\frac{1}{4}gg + \frac{2cdg}{c+d}}$ $= ID$.



R E T O U R D E S T A C H E S

*Observées dans le Soleil au commencement
de Janvier.*

PAR M. MARALDE.

1704.
9. Février.

NOUS attendions le 24 Janvier de cette année 1704 de voir de nouveau la Tache que nous avions observée le 7 & le 8 de Janvier près du bord Occidental du Soleil, après avoir parcouru son hemisphere supérieur. Par le calcul que nous fîmes elle devoit avoir disparu au bord Occidental le 10 de Janvier, & après avoir été cachée un peu plus de la moitié de sa révolution qui est de 14 jours, elle devoit retourner au bord Oriental du Soleil le 24 du même mois. Mais ce jour-là & le suivant le Ciel ayant été entièrement couvert à Paris, nous ne pûmes l'observer. Elle fut cependant aperçue à Montpellier par M. de Planrade Conseiller, qui la trouva éloignée d'une minute du bord Oriental du Soleil.

Le 26 Janvier à 8^h $\frac{1}{4}$ le Soleil ayant paru pendant quelques minutes au travers des nuages, nous aperçûmes avec une Lunette de 3. pieds la Tache assez grande près du bord Oriental; mais nous n'eûmes pas le tems de déterminer sa situation, ni de la voir par de grandes Lunettes à cause des nuages.

Le 27 Janvier à 2^h $\frac{1}{2}$ après midy, le Soleil s'étant un peu découvert, nous déterminâmes la situation par le moyen des fils qui se croisent à angles de 45° au foyer de la Lunette. Elle étoit éloignée environ de 20° de tems en ascension droite du bord Oriental, & d'environ 60 des mêmes parties en déclinaison du bord Meridional du Soleil. Avec la Lunette de 17 pieds on voyoit que la Tache étoit composée de deux Taches obscures & longues jointes par une extrémité, & enfermées dans une nébulosité assez irrégulière,

Fig 1.^{re}

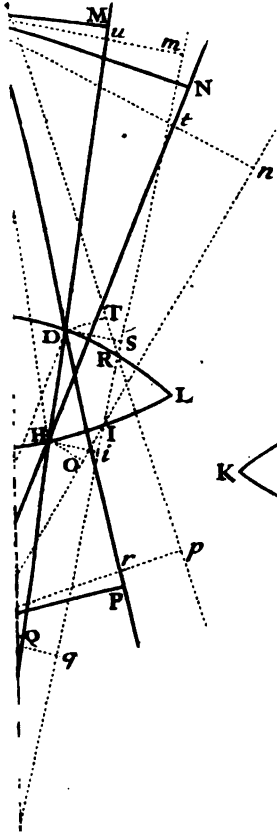


Fig 2.^e

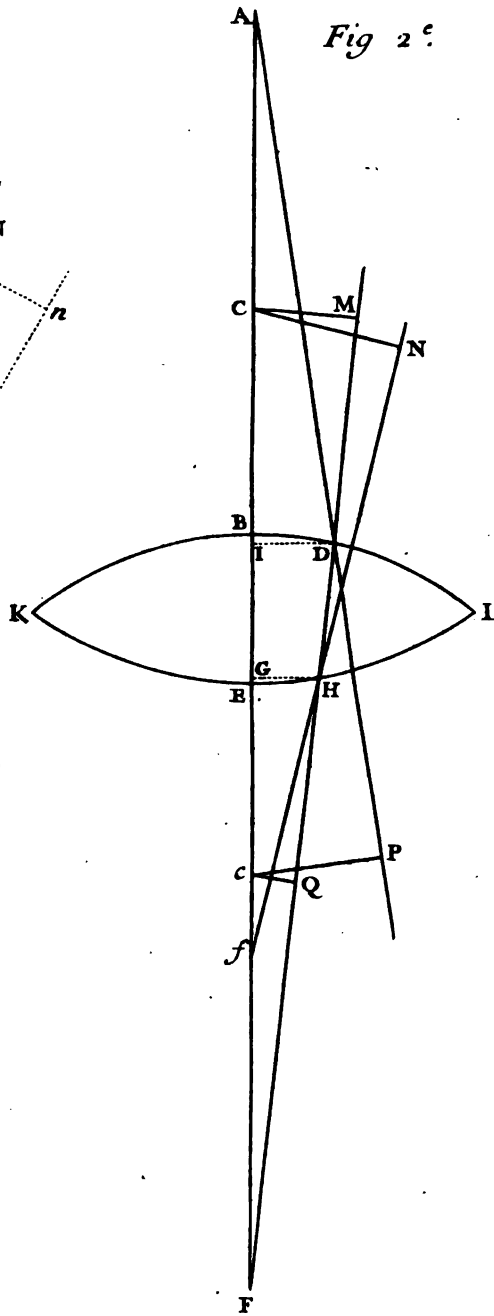
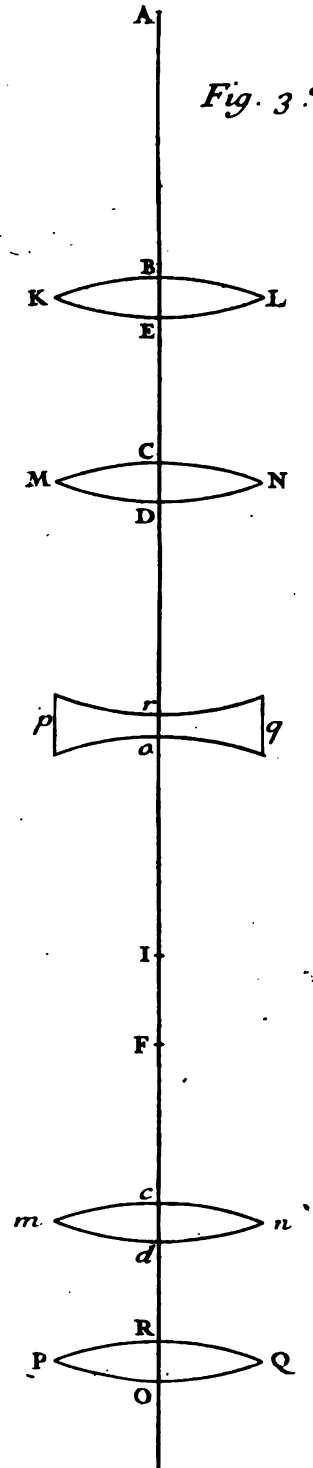


Fig. 3.^e



guliere, comme on peut voir dans la premiere Figure.

Le 28 à 10 heures du matin la difference d'ascension droite entre la Tache & le bord Oriental du Soleil étoit de 30 secondes de tems, & la difference de declinaison à l'égard du bord Septentrional du Soleil étoit 60 des mêmes parties.

Le 29 à 8 heures & demie la difference d'ascension droite entre la Tache & le bord Oriental étoit de 40 secondes de tems, & la difference de declinaison entre la Tache & le bord Septentrional du Soleil étoit une minute & 10 secondes de tems.

Le 30 à 9 heures la Tache passoit par un cercle horaire 1 minute & 21 secondes de tems après le bord Occidental du Soleil, & sa difference de declinaison Septentrionale à l'égard de son bord Meridional étoit d'une minute & 6 secondes de tems.

Par cette observation nous avons calculé que la Tache arriva au milieu du Soleil le 31 à une heure du matin. Le 3^r les nuages nous ont empêché de déterminer la situation de la Tache, & nous n'eûmes que le tems de faire sa figure.

Le premier de Fevrier à 8 heures & demie la Tache étoit éloignée en ascension droite du bord Occidental du Soleil de 50 secondes, & d'une minute de tems en declinaison à l'égard du bord Meridional.

Le 2 Fevrier à 9 heures la Tache passoit par un cercle horaire 36 secondes après le bord Occidental du Soleil, & sa difference de declinaison à l'égard du bord Meridional étoit de 56 secondes des mêmes parties.

Le même jour on voyoit avec la Lunette de 17 pieds près du bord Oriental du Soleil une grande quantité de facules, qui étoient à l'endroit où devoit être la Tache suivante qui parut le 7 Janvier près du bord Oriental.

On continua de voir ces facules le 3 en plus grande quantité & plus grandes que le jour précédent, mais on n'y voyoit point de Taches.

Le 3 Fevrier à 8 heures & demie la grande Tache qui étoit près du bord Occidental du Soleil étoit éloignée en

ascension droite de 25 secondes de tems, & sa difference de declinaison à l'égard du bord Meridional étoit de 53 des mêmes parties.

Le 4 Fevrier à 9 heures la même Tache passoit par un cercle horaire 15 secondes après le bord Occidental, & elle étoit plus Septentrionale en declinaison que le bord Meridional du Soleil de 30 des mêmes parties.

Le même jour avec la Lunette de 17 pieds on voyoit dans la partie Orientale du Soleil les facules plus avancées vers le milieu de son disque, & entre ces facules on y distinguoit six petites Taches qu'on n'avoit point vû les deux jours précédens. Parmi ces Taches il y en avoit une plus grande que les autres.

Le 5 Fevrier à 8 heures & trois quarts la Tache précédente passoit 10 secondes après le premier bord, & elle étoit plus Septentrionale de 45 secondes de tems du bord Meridional du Soleil. On voyoit aussi proche de cette Tache une grande quantité de facules.

La Tache suivante qui étoit au milieu de plusieurs facules étoit augmentée, en sorte que nous la vîmes distinctement avec des petites Lunettes, pour en déterminer la situation par le moyen des fils qui se croisent au foyer de la Lunette. Elle passoit par un cercle horaire 22 secondes de tems avant le bord Oriental, & étoit plus Meridionale de 60 de ces parties que le bord Septentrional.

Le 6 Fevrier le Ciel fut couvert. Le 7 Soleil ayant paru à midi, la Tache ne se voyoit plus. La Tache suivante paroissoit encore augmentée. Elle étoit éloignée de 49 secondes de tems du bord Oriental du Soleil, & d'une minute & 6 secondes de tems du bord Septentrional.

On a remarqué tous les jours quelque changement dans la grande Tache. Le 27 Janvier elle étoit composée de deux Taches obscures jointes ensemble par une extrémité. Le 28 la Tache étoit séparée en deux. Le 29 elle étoit séparée en trois parties presque égales. Le 31 ces parties s'étoient éloignées considérablement l'une de l'autre, mais elles étoient enfermées dans une même nebulosité.

Le 1 Fevrier ces trois Taches s'étoient encore plus éloignées l'une de l'autre, & avoient chacune à part sa nebulosité. La Tache Occidentale étoit beaucoup plus grande que les autres : elle étoit environnée d'une plus grande nebulosité, & c'est la Tache qui est restée jusqu'à la fin. Les autres deux Taches après avoir diminué, se sont dissipées. Du commencement il y avoit proche de cette Tache quelques facules qui ont été en plus grande quantité vers la fin à mesure que les Taches se dissipoient.

Par l'observation du 4 de Fevrier la Tache precedente fut à pareille distance du bord Occidental du Soleil à minuit entre le 3 & le 4 qu'elle avoit été au 7 de Janvier à midi. Entre le midi du 7 de Janvier & minuit du 3 de Fevrier, il y a 27 jours & demi, qui est la révolution ordinaire des Taches, comme on la trouve par quantité d'autres observations. Cependant ayant posé la situation dans un cercle qui represente le disque du Soleil, & l'aide de la Theorie de M. Cassini ayant décrit les Poles & l'Equinoxial du globe du Soleil, nous trouvons que cette Tache n'a pas précisément la même situation à l'égard de l'Equinoxial, qu'elle avoit eu le mois passé; mais qu'elle est plus Meridionale que dans la révolution precedente d'environ deux degrez de la circonference du Soleil. Cela n'empêche pas que nous ne la supposions la même; car comme nous avons observé que la même Tache se divise en plusieurs parties, dont les unes s'éloignent des autres, on peut supposer aussi que la même Tache se soit éloignée de l'Equinoxial.

Par l'observation du 7 Fevrier la Tache suivante s'est trouvée à minuit au même endroit du Soleil où elle avoit été le 11 de Janvier à 10 heures environ, ce qui donne la révolution de la Tache de 27 jours & 14 heures environ. Ayant aussi comparé la distance qu'elle avoit à l'Equinoxial du Soleil le mois passé avec la distance qu'elle a presentement, elle ne s'est pas trouvée précisément la même: mais dans cette dernière révolution la Tache étoit plus proche de l'Equinoxial qu'elle n'étoit dans la préce-

dente ; tout au contraire de ce qui est arrivé dans l'autre Tache, laquelle s'en est éloignée davantage. Ces deux Taches étoient éloignées l'une de l'autre environ 60 de-
grez de la circonference du Soleil.

O B S E R V A T I O N S

*Du retour d'une des Taches qui parut le 7 de Janvier
vers le bord Occidental du Soleil.*

PAR M. DE LA HIRE.

1704.
19. Fevrier.

LA Tache qui avoit paru sur le bord Occidental du Soleil vers le commencement de ce mois, a commencé à reparoitre vers la fin de ce même mois, après avoir parcouru l'hémisphère du Soleil qui ne nous est pas visible. Nous ne l'observâmes que le 28, les jours précédens ayant été couverts. Elle passa au Meridien plutôt que le bord Oriental du Soleil de 30".

Le 29 elle passa au Meridien $44^{\circ} \frac{1}{2}$ plutôt que le bord Oriental ou le dernier bord du Soleil. Sa hauteur Meridienne apparente étoit alors de $23^{\circ} 5' 20''$, & celle du bord supérieur du Soleil étoit de $23^{\circ} 21' 30''$.

Le 2 Fevrier la Tache passa au Meridien 34° après le premier bord du Soleil, & sa hauteur Meridienne apparente étoit de $24^{\circ} 8' 30''$, & celle du bord supérieur du Soleil de $24^{\circ} 28' 10''$.

Le 3 Fevrier la Tache passa au Meridien 23° après le premier bord du Soleil. Sa hauteur Meridienne apparente étoit de $24^{\circ} 25' 10''$; & celle du bord supérieur du Soleil de $24^{\circ} 45' 30''$.

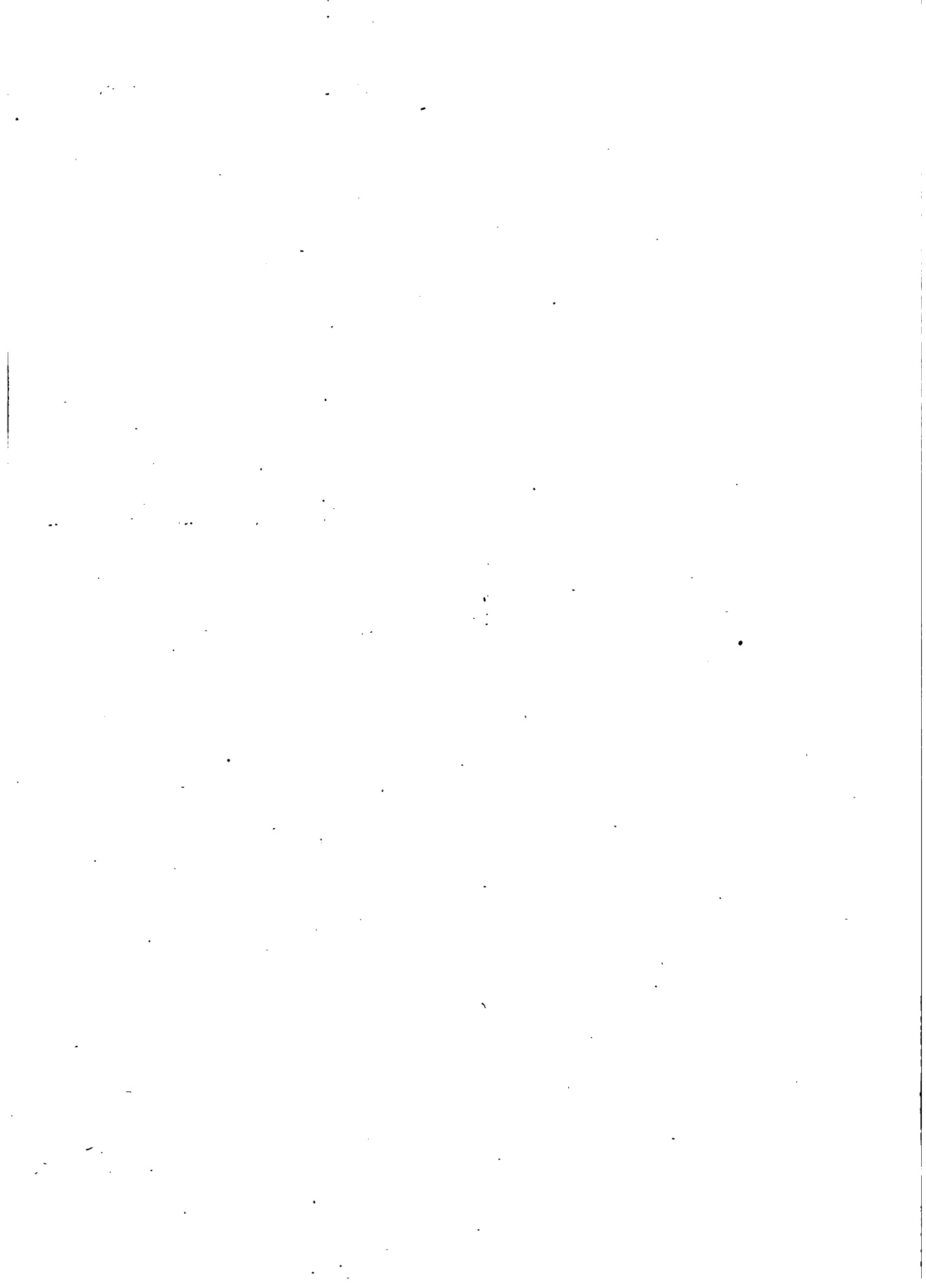
Le 4 Fevrier la Tache passa au Meridien 14° après le premier bord du Soleil, & sa hauteur Meridienne apparente étoit de $24^{\circ} 41' 40''$. Mais celle du bord supérieur du Soleil étoit de $25^{\circ} 3' 10''$.

2. fevrier 1704.
à midy.

4 fevrier 1704.
à midy

mem. 1704. p 45.





Le 5^e la Tache passa au Meridien 8" après le premier bord du Soleil, & sa hauteur Meridienne apparente étoit de 24° 59' 0". Celle du bord supérieur du Soleil 25° 21' 0".

J'observay dans ce même tems la distance de la Tache au bord le plus proche du Soleil, & je la trouvay de 51" avec le Micrometre qui étoit appliqué à une Lunette de 16 piés.

Le 6 le Ciel fut entierement couvert, & le 7 au matin il ne paroissoit plus rien sur la surface du Soleil.

Il est arrivé à cette Tache ce qui arrive à toutes les autres, qui est un changement continuel dans leur figure, comme on le peut voir dans les Figures que j'en donne ici. Je remarqueray seulement que l'espace clair qui environne toutes les Taches, & qui est beaucoup plus clair que le reste de la surface du Soleil, paroît bien plus distinctement avec une Lunette de 5 ou 6 piés qu'avec une plus grande, & encore plus quand le verre n'est pas bien net, ou que le Ciel est un peu couvert.

NOUVELLES REMARQUES

SUR LES

INSECTES DES ORANGERS.

PAR M. DE LA HIRE.

DAns les Memoires de l'Academie imprimés en 1692, 1704. je donnay une description des Insectes qui s'attachent aux Orangers, & que l'on appelle communément *Punaises*, où je remarquay tout ce que j'en avois pu reconnoître jusqu'alors, tant de leur accroissement extraordinaire, étant toujours attachés au même endroit de la rige de l'arbre ou de la feuille, que de la ponte des œufs. Mais je ne voyois point de quelle maniere ni quand ces Insectes pouvoient s'accoupler pour rendre leurs œufs fé-

8. Mars.

conds, puisqu'il étoit très-évident qu'ils ne changeoient point de place dans tout le tems qu'on les voyoit croître. Je conjecturois bien que lorsqu'ils étoient éclos, ils se dispersoient dans tout l'arbre, & même qu'ils se communiquoient à d'autres arbres, comme aux Myrtes, Citronniers, &c. Mais je n'avois pû encore les observer dans l'état où ils étoient après qu'ils étoient éclos.

J'avois examiné autrefois ce qu'on appelle la graine de Cochenille, & j'en avois donné un Memoire à l'Academie dans lequel je rapportois au long, tout ce que j'en avois pû découvrir par leur figure en les faisant tremper, & entr'autres choses j'avois remarqué que c'étoit un petit Insecte dont il n'y avoit que la partie du ventre couverte d'écailles qui étoit restée toute entiere; mais on n'y voyoit rien de la partie du corps qui est vers la tête, ni aucunes pattes, que je jugois avoir été desséchées & réduites en poussière.

Il me vint alors en pensée si les petits Insectes des Orangers n'étoient point les mêmes que les Cochenilles, car la figure du ventre me paroissoit assez semblable, & ces Insectes se nourrissant du suc des fruits rouges d'Opuntia où l'on recueille la Cochenille, pouvoit leur donner la couleur rouge & la forte teinture dont ils sont remplis.

J'avois souvent observé que lorsqu'on érafe entre les doigts les Insectes des Orangers, ils demeurent teints d'une couleur roussâtre qui tient assez fort à la peau, quoique ces animaux ne se nourrissent que du suc de feuilles vertes & des riges de l'arbre; & c'est ce qui me persuadoit qu'il y avoit de la vrai-semblance à ce que je conjecturois, que si ces Insectes se nourrissoient du suc des fruits rouges de l'Opuntia, ils pourroient donner une teinture rouge très-forte; ce qui étoit encore confirmé par ce que je savois que ceux qui ont mangé de ces fruits rendent une urine aussi rouge que du sang.

Pour venir à bout de mon dessein, comme j'avois quelques plantes d'Opuntia qui étoient chargées de fruits fort

rouges, je les plaçay au-dessous & fort proche de quelques Orangers où il y avoit beaucoup d'Insectes, qui n'étoient point encore éclos. Je rompis même plusieurs des coques qui renferment les œufs, & j'en répandis une grande quantité sur tout l'Opuntia, espérant qu'il pourroit y avoir quelques-uns de ces animaux qui s'y attacheroient.

J'observois tous les jours avec grand soin tant les feuilles que les fruits de l'Opuntia, & enfin j'aperçûs un jour une très-grande quantité de petits Insectes blancs qui couroient d'une très-grande vitesse sur l'Opuntia. Je considéray aussi les Orangers, & j'y en trouvay de même à proportion. Je ne fis alors aucun doute que tous ces petits Insectes ne fussent ceux des œufs qui étoient éclos. Peu de tems après tous ces Insectes s'attachèrent sur les Orangers autour des branches & sous les feuilles, & ils abandonnerent l'Opuntia où il n'en resta aucun ni sur ses feuilles ni sur ses fruits.

Ainsi je conclus que ces Insectes des Orangers, quoy-qu'assez semblables en apparence aux Cochenilles, n'avoient pas trouvé sur l'Opuntia une nourriture qui leur fût convenable comme sur plusieurs autres plantes, & que ce n'étoit pas les mêmes.

Cependant ma recherche ne me fut pas tout-à-fait inutile ; car je connus alors que les Insectes des Orangers depuis qu'ils sont éclos jusqu'à une certaine grandeur où ils parviennent en peu de tems avant que de s'attacher, peuvent s'accoupler & se trouver en état de pondre des œufs féconds dans un tems fort éloigné de celui de leur accouplement, car il se passe environ 8 mois ; & ce qu'il y a encore de plus extraordinaire, c'est le grand accroissement des ces Insectes depuis qu'ils sont attachés & arrêtés jusqu'au tems de la ponte ; car ils deviennent 20 ou 30 fois plus grands qu'ils n'étoient auparavant, & leur figure extérieure étant changée, il ne paroissent plus que comme une écaille de Tortue assez longue.

Il seroit à souhaiter qu'on pût transporter quelques semences des Cochenilles dans les parties Méridionales de

l'Europe, comme dans la Sicile & dans l'Espagne où l'*O. punctia* vient très-facilement; car je ne fais pas de doute que la Cochenille ne pût y être assez bien cultivée pour en connoître parfaitement la nature, sans être obligé de s'en rapporter à des Relations de-gens grossiers & d'Esclaves qui ne regardent les productions de la Nature que par le profit qui leur en revient.

EXTRAIT D'UNE LETTRE

DE M. SARRASIN

*Medecin du Roy en Canada, touchant l'Anatomie
du Castor, lûe à l'Academie par M.*

PITTON TOURNEFORT.

*De Quebec
le 15. Octobre
1700.*

LEs plus gros Castors ont 3 ou 4 pieds de long sur 12 ou 15 pouces de large au milieu de la poitrine & d'une hanche à l'autre. Ils pesent ordinairement depuis 40 jusqu'à 60 livres. A l'égard de leur vie, on ne croit pas qu'elle soit de plus de 15 ou 20 ans. Ces animaux sont ordinairement fort noirs dans le Nord le plus reculé. On y en trouve aussi de blanc. Ceux de Canada sont la plupart bruns: mais cette couleur s'éclaircit à mesure que les Païs sont plus temperez; car ils sont fauves, & même ils approchent de la couleur de paille chez les Illinois & chez les Chaouianons.

Le Castor dont on donne ici la description, étoit assez noir, quoyque pris sur le bord d'un petit Lac à douze ou quinze lieues de Quebec. Il ne pesoit que cinquante livres.

Cet animal est par tout revêtu de deux sortes de poil, excepté aux pattes, qui sont couvertes d'un poil très-court. Le poil de la premiere espece est long de 8 ou 10 lignes jusqu'à deux pouces, & diminué en approchant de la tête

&c.

& de la queue. C'est le plus gros, le plus rude, le plus luisant, & il donne la principale couleur au Castor. Si on considère ce poil avec un Microscope, on remarque dans son milieu une ligne beaucoup moins opaque que les côtes, ce qui fait conjecturer qu'il est creux.

L'autre espèce de poil est un duvet très-fin & très-serré, long d'environ un pouce, qui garantit le Castor du froid, & qui sert à faire des chapeaux & des étoffes. Les peaux qui ont servi d'habit ou de couverture de lit aux Sauvages sont les plus recherchées, d'autant qu'elles ont perdu leur grand poil, & que le duvet qui reste étant devenu gras par la matière de la transpiration, est plus propre aux ouvrages & se foule beaucoup mieux. Ce duvet quand l'animal est en vie & qu'il travaille, est conservé & garanti de la boue par le poil le plus rude & le plus long.

Il est d'abord assez difficile de connaître si le Castor est mâle ou femelle. On ne voit qu'une seule ouverture sous la queue, & cette ouverture est destinée pour la sortie de leurs différens excréments. Les parties qui distinguent le sexe sont cachées sous les muscles. Pour ne pas s'y tromper, il faut pincer plus que la peau qui est entre l'os pubis & cette ouverture. On y sent la verge qui est dure, grosse & longue comme le doigt.

On trouve sous la peau un lit de graisse épais ordinairement de 8 ou 10 lignes sous le ventre, & qui s'étend depuis les mâchoires jusqu'à la queue; mais il diminue peu à peu en approchant du dos où il n'y en a point du tout. On découvre un second lit de graisse entre les deux muscles obliques du ventre; mais cette graisse n'a que 2 ou 3 lignes d'épais. Les viscères en sont presque dépourvus. L'épiploon quoiqu'aussi grand que dans les autres animaux ne pèse que 3 ou 4 onces.

Tous les muscles du Castor sont extrêmement forts, & semblent plus gros qu'ils ne doivent être par rapport à la grandeur de l'animal. Les fibres du muscle peaucier ont des directions fort différentes. Celles qui couvrent le dos depuis les cuisses jusqu'au col sont droites & si grosses que

ce muscle a dans cet endroit-là près d'un pouce d'épaisseur. Les fibres qui sont situées à côté de celles-ci s'en écartent peu à peu, & font un volume bien plus petit. Elles décrivent presque des demi-cercles, lesquels descendant sur les muscles pectoraux, sur le sternum & tout le long des muscles droits, se réunissent par une aponévrose de telle sorte qu'elles enveloppent tout l'animal. Une partie de ces fibres vient embrasser les cuisses, après quoy elles se croisent sur l'os pubis, d'où elles descendent & forment un tissu en maniere de natte. Ce tissu couvre non-seulement un paquet de fibres très-considérable, mais aussi le sphinter de l'anüs.

De la surface interne de la natte dont on vient de parler, environ 12 ou 15 lignes au-dessous de l'os pubis, forment deux troussaux de fibres charnuës gros comme le doigt, lesquels remontent à l'insertion des muscles droits & s'y attachent. De la partie de ce muscle qui couvre le dos & dont les fibres sont droites, il se forme du côté de la queue une aponévrose très-forte qui enveloppe tout ce qui est au-dessous des cuisses. Elle est attachée aux apophyses épineuses des vertebres qui sont vers la queue, & de distance en distance elle tient aux membranes des muscles qui la font mouvoir.

Le même plan de fibres étant parvenu aux premières vertebres du dos, se divise d'abord en deux parties qui forment plusieurs têtes, & qui par differens principes s'insèrent en differens endroits. Il y en a une large d'environ 2 pouces qui monte jusqu'à la troisième vertebre du col, & qui est attachée sur le rhomboïde. Une autre s'attache sur la crête de l'omoplate, une troisième sur la partie postérieure & intérieure du bras, sur le coude & sur la partie postérieure & supérieure de l'avant-bras. Enfin la quatrième fait un même tendon avec celui du très-large, & de celle-ci il s'en fait une cinquième qui s'insère sur la partie moyenne & inférieure de l'avant-bras.

Il n'y a rien de particulier dans les muscles du ventre, si ce n'est que le petit oblique & le transversal sont inséparables.

Le foye du Castor est rouge-brun , divisé en sept lobes qui occupent également les deux hypochondres , en sorte qu'ils couvrent l'estomac de tous les côtez La vessie du fiel est attachée au plus gros de ces lobes , & se vuide ordinairement dans le duodenum. M. Sarrafin en a trouvé un qui se dégorgeoit dans le jejunum.

La ratte est ronde & n'a guere que 4. lignes de diametre sur environ 3 poüces de long. Elle est plus ferme que celle des autres animaux. Cinq ou six vaisseaux fort courts l'attachent au fond de l'estomac. Elle tient aussi par quelques membranes aux reins , au pancreas & au colon. On s'apperçoit de quelques glandes conglobées , grosses comme des pois , situées vers son extrémité qui regarde l'estomac , & qui est un peu plus grosse que l'autre.

Les reins ont demi poüce d'épais sur deux poüces de long & sur presque autant de large. Les glandes renales sont longues de 4 ou 5 lignes.

Le pancreas a du moins deux pieds de long. Il forme un angle dont la pointe est attachée au gros lobe du foye par quelques petits filets. Ce pancreas est divisé en deux parties : l'une passe sous l'estomac & vient s'attacher à la ratte & au rein gauche : l'autre descend le long du duodenum & du jejunum , dans lesquels il s'ouvre par plusieurs petits conduits.

L'ésophage est interieurement revêtu d'une membrane blanche , qui est comme une espece de doublure que l'on détache aisément du canal sans la déchirer.

Le ventricule du Castor est une des parties des plus singulieres de cet animal. Ce ventricule a 12 ou 13 poüces de long sur environ 4 de large du côté de la ratte. Il diminue peu à peu , en sorte qu'après les deux tiers il est rétréci de moitié par une saillie de plus d'un poüce qui avance dans sa capacité. Après quoy il s'élargit d'environ 3 poüces vers le pylore qui est considerablement relevé , arrondi & avancé vers la ratte par une membrane attachée à l'ésophage par son autre bout. L'évasement dont on vient de parler semble faire un second ventricule.

mais il ne sert proprement qu'à retenir plus long-tems les alimens, & sur-tout les solides, comme le bois dont il ne s'y fait qu'un extrait fort léger; car il passe presque comme il a été avalé, au lieu que les herbes, les fruits, les racines se dissolvent parfaitement.

Les membranes du ventricule sont si minces que cette partie se déchire pour peu qu'on la gonfle. Il n'y a que la membrane charnuë qui s'épaissit du côté du pylore & le fortifie. On ne trouve aucunes glandes dispersées dans ce ventricule; mais en récompense il est garni d'environ 100 vessies de deux ou trois lignes de long, lesquelles se rétreussent du côté du ventricule comme le font les grains de raisin qui sont un peu trop pressés. Cette couche de vessies est attachée sur la membrane nerveuse, & recouverte de la charnuë. A l'égard de sa situation elle se trouve entre la partie droite du ventricule & l'œsophage. Toutes ces vessies sont une espèce de corps demi sphérique haut de 7 ou 8 lignes, & large d'environ 3 pouces à sa base. L'intérieur de chaque vessie paroît glanduleux; mais elles sont si délicates qu'elles crevent pour peu qu'on les presse. Quoique toutes ces vessies aient chacune leurs issues, elles répondent néanmoins à 12 petits orifices larges d'environ 2 lignes, rangez sur 4 colonnes qui s'ouvrent dans le ventricule. Après la mort de l'animal ces vessies contiennent matière blanche presque sans odeur & de consistance de bouillie: mais il y a beaucoup d'apparence qu'elle est fluide lorsque l'animal est en vie. Cette matière est sans doute le dissolvant des alimens, qui dans les Païs froids & pendant l'Hyver ne sont que de bois d'Aune, de Plantane, d'Orme, de Frêne & de différentes espèces de Peuplier. Pendant l'Esté les Castors vivent de toutes sortes d'herbes, de fruits, de racines, sur tout de celles de différentes espèces de Nymphaea.

Les intestins de cet animal sont très-déliçats, & ont environ 20 pieds de long. Le cæcum a la figure d'une faux. Il est tenu dans cet état par deux ligamens qui rampent l'un le long de sa partie cave, & l'autre sur la partie con-

vexe. Mesuré par la partie cave il a 18 poüces de long, & plus de 30 par la convexe. Sa largeur est de 4 poüces dans son gros bout, & peut contenir 5 ou 6 livres d'eau. Le colon a 4 pieds de long, & le rectum environ 15 poüces.

La vessie est semblable à celle des chiens. Si l'on continuë d'ouyrir cet animal jusqu'à la racine de la queue, on découvre fort aisément ses testicules & le paquet dont on a parlé dans la description du muscle peaucier. Ce paquet est un muscle creux qui renferme la verge & les bourses.

Les testicules sont situëz dans les aînes, appuyez par leur base sur les parties laterales de l'os pubis, & engagëz dans la graisse. Ils sont envelopez de plusieurs membranes que le peritoine & les muscles du bas ventre leur fournissent, sur tout le muscle cremastere dont les fibres qui sont circulaires leur donnent la figure d'un cône. Ils ressemblent tout-à fait à ceux des chiens lorsqu'ils sont dévelopez.

Les vaisseaux déferens grossissent considerablement derriere le col de la vessie; mais ils diminuent avant que d'entrer dans l'uretre, où ils ont leur issuës separées l'une de l'autre.

Les vesicules seminales sont tellement engagées sous l'os pubis, qu'on ne peut les voir sans les separer. Elles ont ordinairement deux poüces de long sur un poüce de large vers le milieu; car elles sont pointuës par les deux bouts. Leurs conduits s'ouvrent aussi separément dans l'uretre, & vont aboutir ainsi que ceux des vaisseaux déferens à une éminence charnuë qui est grosse comme un pois, & qui est une espece de *veru montanum*. On voit à côté de cette éminence plusieurs petits orifices des conduits excrétoires de quelques glandes situées autour du col de la vessie, lesquelles sont la fonction des prostrates, & sont remplies d'une liqueur blanche & huileuse.

Le muscle creux est situé entre l'os pubis & l'ouverture des excremens. Il ressemble en quelque maniere à ces anciennes gibecieres larges & arrondies par le bas & rétre-

cies vers le haut. Un corps tendineux large d'environ un pouce tient ce muscle attaché à la levre inferieure & moyenne de l'os pubis d'où il descend, en s'élevant jusqu'à l'ouverture commune dont on va parler.

En ouvrant cette espece de gibeciere de haut en bas, on découvre vers son milieu la verge depuis la racine jusqu'au *balanus*. Elle partage cette capacité en deux cavitez, après quoy le muscle creux se repliant d'une certaine maniere, forme encore deux cavitez situées sous les premieres à côté du *balanus* : C'est dans ces quatre cavitez que sont renfermées les bourses qui contiennent le Castoreum : mais avant que de passer outre, il est bon de parler de l'ouverture commune. C'est une capacité d'environ deux pouces en tout sens lorsqu'elle est bien gonflée dans laquelle aboutissent les bourses du Castoreum, l'uretère, l'anus & le vagin dans les femelles. Elle est éloignée d'environ 3 pouces de la racine de la queue, & de 4 pouces de l'os pubis, noirâtre & bordée d'un poil assez fin qui ne ressemble point à celui du reste du corps.

La verge tient par sa racine à la levre inferieure de l'os pubis. De là elle perce la membrane de la cloaque dans l'endroit où les bourses superieures communiquent. Cette membrane est collée circulairement à l'insertion du *balanus*, comme le diaphragme l'est à l'œsophage. La partie inferieure de la verge qui est longue d'environ deux pouces & demi, est contenue dans la cavité superieure du muscle creux dans l'endroit où il se separe en deux cavitez ; de sorte que le *balanus* qui est long de près d'un pouce & demi, se trouve tout-à-fait dans le cloaque situé entre les issues des bourses tant superieures qu'inferieures. Le Castor approche la femelle par devant, tant à cause de la situation de l'ouverture commune, qu'à cause de la longueur & de l'inflexibilité de la queue. Un Chasseur a assuré M. Sarrafin qu'il avoit tué d'un coup de fusil un Castor mâle & une femelle accouplez dans cette situation.

Le *balanus* qui est tout-à-fait semblable à celui des

chiens, est couvert d'une peau chagrinée. On découvre dans le corps de la verge un os de figure pyramidale, dont la base est attachée au corps caverneux, & qui est long d'environ 15 lignes.

Sous l'origine de la verge se trouvent deux corps gros comme une noix attachez aux corps caverneux. Ces deux corps sont composez de vesicules fort délicates qui se gonflent dans le tems de la copulation par le moyen de plusieurs vaisseaux sanguins qui forment une espece de capsule à l'uretre.

On trouve au même endroit deux glandes ovales, longues d'environ 10 lignes sur trois ou quatre lignes d'épais. Leurs vaisseaux excretoires qui sont gros comme un stilet ordinaire & longs de plus de 12 ou 15 lignes, s'ouvrent dans l'uretre environ un pouce avant dans la verge. La substance de ces glandes est ferme & contient une liqueur huileuse & grisâtre, qui peut être sert à defendre le canal de l'uretre de l'âcreté des urines. Les rats en ont de pareilles, excepté qu'elles sont rondes.

Les parties de la generation de la femelle du Castor sont semblables à celles des femelles des lapins, des lievres, des rats. Le vagin de celles de Castor a cinq pouces de long. Il n'est pas renfermé non plus que l'uretre dans la cavité supérieure du muscle creux comme l'est la verge du mâle; mais ce vagin a son ouverture dans la cloaque.

On assure que les femelles portent 4 mois, & qu'elles font jusqu'à 5, 6 & 8 petits : cependant on ne leur en trouve jamais plus de 4. M. Sarrafin l'a verifié dans celles qu'il a ouvertes.

Les Castors femelles ont 4 mammelles, deux situées sur le grand pectoral, ainsi que celles des femmes entre la 2 & la 3 de vraies côtes, & les deux autres au col environ 4 doigts plus haut que les premières.

Les anciens qui ne dissequoient pas avec beaucoup de soin, ne s'appercevoient pas des testicules du Castor, parce qu'ils sont fort petits, & qu'ils sont situés dans les

aines. La grôſſeur, la ſituation & la figure des bourses leur impoſoit. Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences ont les premiers démêlé ces parties avec exactitude.

Les bourses qui ſont contenuës dans les cavitez ſupérieures du muſcle creux, & que l'on appellera dans la ſuite bourses ſupérieures, contiennent une matiere reſineuſe : mais celles qui ſont dans les cavitez inférieures, & que l'on nommera pour cela bourses inférieures, y ſont aſſemblées par paquets renfermées ſous une membrane commune, & remplies d'une matiere huileuſe. Les ſupérieures ſont doubles, & reſſemblent aſſez bien à une beſace, dont chaque poche qui eſt d'environ trois poûces de long ſur un poûce & demi de large dans le fond, ſe trouve placée l'une à droit & l'autre à gauche de la verge. Ces bourses décrivent un demi-cercle en approchant de la verge, & ſe rétréciffent peu à peu juſqu'à leurs ouvertures, leſquelles ſont d'environ un poûce, & répondent dans la cloaque.

On remarque trois membranes dans la tiſſure de ces bourses. La première eſt ſimple, mais très-ferme. La ſeconde eſt beaucoup plus épaiſſe, moëleuſe & fort garnie de vaiſſeaux. La troiſième eſt particulière au Caſtor. Elle eſt ſeche comme un vieux parchemin. Elle en a l'épaiſſeur & ſe déchire de même ; mais elle eſt tellement repliée ſur elle-même, qu'elle acquiert quand on la développe trois fois plus de volume qu'elle n'avoit auparavant. Cette membrane eſt fort liſſe en dehors, gris de perle, marquetée aſſez ſouvent de taches brunes, quelquefois rougeâtres. Elle eſt inégale en dedans, garnie de petits filers auxquels la matiere reſineuſe eſt fort adhérente.

Il ſemble que la première membrane ne ſert qu'à contenir les bourses dans leur juſte grandeur. Les vaiſſeaux dont la ſeconde eſt tapiſſée fourniffent la matiere reſineuſe mêlée avec le ſang. Cette membrane ſ'infere dans tous les replis de la troiſième, comme la pie-mere entre dans les anfractuôſitez du cerveau. Pour la troiſième il y auroit beaucoup d'apparence qu'elle dût ſervir à filtrer la matiere

tiere

tiere résineuse, si l'on pouvoit y découvrir des glandes. Il faut les supposer très-petites, & peut être que les filets dont on vient de parler en font les conduits excrétoires.

Cette matière filtrée s'épaissit peu à peu dans les bourses, & y acquiert la consistance d'une résine échauffée entre les doigts. On l'appelle communément *Castoreum*. Elle conserve sa mollesse plus d'un mois après avoir été séparée de l'animal, & sent mauvais dans ce tems-là, étant grisâtre en dehors & jaunâtre en dedans : ensuite elle perd son odeur, elle se durcit & devient friable comme les autres résines : mais il est à remarquer qu'elle est combustible en tout tems. Les bourses les plus grosses ne pèsent qu'environ deux onces.

Les bourses inférieures paroissent d'abord doubles : l'une est à droit, & l'autre à gauche de la cloaque : mais lorsqu'on a découvert la membrane qui les enveloppe, on en trouve quelquefois 2 ou 3 ensemble. Chaque paquet de ces bourses est long de deux pouces & demi sur environ 14 ou 15 lignes de diamètre. Les bourses sont arrondies par le fond, & diminuent insensiblement en approchant de la cloaque. La plus grande de ces bourses occupe toute la longueur du paquet, mais elle n'a qu'environ 8 ou 10 lignes de diamètre. La seconde qui n'est pas toujours plus grande que la troisième, n'a pas ordinairement la moitié du volume de la première. Pour la troisième elle est le plus souvent moindre que les autres.

Ces bourses outre leur membrane commune en ont chacune 3 propres. La 1 qui est d'un tissu fort délicat, est parsemée de beaucoup de vaisseaux. La 2 est non seulement plus épaisse, mais elle est revêtue & comme encroûtée de glandes qui paroissent conglomerées, & ces glandes se répandent par paquets de différentes grosseurs sur la surface extérieure de cette membrane. On s'apperçoit au milieu de ces paquets de certaines capacitez qui s'ouvrent les unes dans les autres, savoir, les plus grandes dans les plus petites, & enfin celles-ci dans la bourse même par des ouvertures d'une ou deux lignes.

La 3 membrane est blanche, & si délicate qu'elle se déchire comme si ce n'étoit qu'une crème épaissie sur la surface intérieure de la seconde. Elle est percée aux mêmes endroits que celle-ci, afin de donner passage à la liqueur filtrée dans les glandes.

La 1 membrane soutient les vaisseaux sanguins qui fournissent la liqueur propre à être filtrée. La 2 & la 3 servent à la filtration. Les glandes piquées quoyque très-légerement, laissent échapper une liqueur huileuse, & même celle qui est dans la bourse se vuide facilement par cette ouverture pour peu qu'on presse la bourse. Cette liqueur est jaunepâle, pleine de petits corps ronds semblables à ceux que l'on voit dans l'huile d'olive lorsqu'elle commence à se figer. Celle du Castor dans la suite devient parfaitement liquide & de couleur d'anbre.

On ne scauroit assez admirer l'industrie de la nature, qui pour empêcher que les petits conduits des bourses (lesquels se dégorgent dans la cloaque à côté du *balanus*) ne se bouchent par l'épaississement de la liqueur, ou ne se dessèchent par l'action de l'air, les a tous garnis d'un poil long d'environ demi-pouce. Il est attaché par sa racine dans la bourse même un peu au-delà du conduit ; ensuite il en enfle la longueur, & s'avance un peu dans la cloaque.

Toutes ces bourses tant supérieures qu'inférieures ne communiquent point entr'elles. Leurs conduits, comme l'on vient de dire, aboutissent dans la cloaque. On ignore l'usage de ces liqueurs par rapport aux Castors. Il n'est pas vrai qu'ils s'en servent pour exciter leur appetit, lorsqu'il est languissant. M. Sarrazin a nourri un de ces animaux pendant deux ans : mais il n'en a sçu découvrir l'usage. Il est faux que les Chasseurs s'en servent d'appas pour attirer les Castors dans les pieges. On graisse avec la liqueur huileuse les pieges que l'on dresse aux animaux carnassiers, & qui font la guerre aux Castors, comme les Martes, les Renards, les Ours, & surtout les Carcajoux. Ces derniers vont attaquer pendant l'hiver les Castors dans leurs loges qu'ils brisent bien souvent.

7 Parmi les Sauvages les femmes graissent leurs cheveux avec l'huile des bourses de Castor ; mais elle sent mauvais, & ne peut être qu'un appas pour des Sauvages.

Du bas ventre il faut passer à la poitrine des Castors. Cette partie est longue d'environ 5 pouces, fort étroite par en haut, beaucoup plus large vers le bas, fermée par 14 côtes, sçavoir 7 vraies qui sont fort courtes, & 7 fausses qui non seulement sont beaucoup plus larges, mais qui par devant laissent entr'elles une grande distance. C'est ce qui facilite au Castor le moyen de se rétrécir aisément ; car elles se peuvent rapprocher par la contraction des fibres circulaires du premier muscle.

Le sternum est composé de 5 os assez étroits. Le cartilage xiphoïde qui est large d'un pouce, est rond & fort flexible. Les poumons ont six lobes, trois à droit, deux à gauche, & un autre fort petit qui est enfermé dans le médiastin. Les cartilages annulaires de la trachée artère sont chacun d'une seule pièce.

Le cœur est long d'environ 2 pouces. Sa base à un peu plus d'un pouce & demi de diamètre. Les ventricules en sont égaux ; mais l'oreillette droite est beaucoup plus petite que la gauche : cependant je ne crois pas pour cela que la quantité de sang qui tombe dans ce ventricule soit moins proportionnée à sa grandeur ; car la veine-cave inférieure est dans cet endroit considérablement évasée, & forme un espece de sac entouré de fibres charnues long & large d'environ un pouce & demi de diamètre. Ce sac agit de concert avec l'oreillette droite pour remplir le ventricule droit. Le même sac est plus étroit du côté du foie, où il est fermé par 3 valvules semblables aux sigmoïdes qui permettent bien au sang de poursuivre sa route ordinaire, mais qui s'opposent à son reflux, lequel seroit à craindre, puisque la veine-cave supérieure au lieu de s'ouvrir dans l'oreillette, passe par derrière & se dégorge dans le sac ; de sorte que le confluent de ces deux colonnes de sang se rencontrent dans un sens tout-à-fait opposé, & que la sous-clavière gauche au lieu de finir sa route dans la veine-

cave supérieure, descend (en passant sur la branche inférieure de l'aorte) sous la base du cœur , & va s'ouvrir dans le sac dont on a parlé.

Voici ce que M. Sarrazin remarqua de plus singulier dans la tête du Castor.

1. L'os occipital est posé sur le derrière de la tête comme une plaque.

2. Il n'y a point de sinus intérieur dans la faux de la dure-mère. Cette membrane divise légèrement le grand cerveau , soutenuë dans sa situation par des osselets insérés dans sa propre substance , dont les uns ne sont que des lames osseuses très-solides quoique minces , & les autres qui sont ronds ont une ligne de diamètre sur deux ou trois lignes de long.

3. Le cerveau n'a aucunes anfractuosités sensibles. On en sépare la pie-mère comme si elle étoit simplement couchée sur un corps uni.

4. Le cervelet est relevé de plusieurs tubérosités de différentes figures, qui sont séparées les unes des autres par la pie-mère. Il y en a deux qui sortent des côtés, & qui ont 4 lignes en tout sens.

5. Les yeux sont fort petits , l'ouverture des paupières n'ayant qu'environ quatre lignes. La cornée est ronde , & l'iris d'un bleu foncé.

6. M. Sarrazin a remarqué comme une troisième paupière située dans le grand angle de l'œil. C'est comme un rideau qui couvre la cornée , ou qui la découvre au gré de l'animal.

7. Les deux mâchoires qui sont très-fortes & presque égales , sont garnies chacune de 10 dents , deux incisives & huit molaires. Les incisives sont situées au bout du museau : celles d'enhaut sont longues d'environ 8 lignes , & celles d'enbas ont environ un pouce de long. Les racines des supérieures ont deux pouces & demi de longueur : celles des inférieures en ont plus de trois & suivent la courbure des mâchoires , ce qui leur donne une force prodigieuse ; aussi les Castors abattent à belles dents de grands arbres.

8. Comme ces animaux vivent le plus souvent d'alimens fort secs , la nature leur a donné des glandes salivales d'une grandeur prodigieuse. Elles occupent tout le dessous de la machoire inferieure , le devant du col , & descendent jusques sur les clavicules. Ces glandes sont couvertes d'un muscle adherant à la peau , composé de deux plans de fibres charnuës attachées à la 2 , 3 & 4 vertebre du col par un principe charnu , large de 4 doigts. L'un & l'autre de ces plans prenant des routes opposees , embrassent le col vers la trachée artere , sur laquelle ils croisent leurs fibres en forme de natte. Celui qui vient du côté droit va vers le gauche s'insérer par son aponevrose au bras , au plis du coude & à l'avant-bras. L'autre plan va par une route opposée s'insérer de même dans l'autre bras. Ce muscle tient par enhaut à toute la machoire inferieure , & par enbas il est appuyé sur de la graisse & descend jusques sur les clavicules. Son usage est de presser les glandes en abaissant la machoire , & en approchant les bras de l'animal en même tems qu'il tient entre ses mains les alimens dont il se nourrit.

La queue du Castor n'a aucun rapport avec le reste du corps. Elle paroît approcher de la nature des poissons ; car elle est couverte d'une peau écailleuse , sous laquelle on trouve une graisse ferme qui ressemble assez à la chair du Marsoin , ce qui pourroit sans doute avoir le plus contribué à faire passer le Castor pour un amphibie. Les écailles sont exagones , épaisses de demi-ligne sur environ 3 ou 4 lignes de long , couchées les unes sur les autres , jointes ensemble par une pellicule fort délicate , enchassées dans la peau dont elles se separent aisément après la mort de l'animal. Il sort d'entre chaque écaille trois ou quatre poils longs d'environ 2 lignes , qui sont plus frequens dans les côtes de la queue qu'ailleurs.

Cette queue est meüe par un grand nombre de muscles , dont les uns sont grands & les autres petits. Les plus grands sont appuyez sur les apophyses transverses de l'os sacrum : leurs tendons sont distribuez par paquets de 4.

ou de 6 enfermez dans des gaines qui les conduisent le long des vertebres de la queue. Les petits muscles ont leurs tendons collez & confondus avec ceux des premiers.

Le Castor étant destiné à des ouvrages de maçonnerie, coupe le bois avec ses dents, amollit & gache la terre glaise avec ses pieds. Sa queue ne lui sert pas seulement de truelle, mais d'auge pour porter le mortier ; ainsi il étoit nécessaire qu'elle fût écailleuse , garnie de graisse & de plusieurs muscles.

Les pieds de devant sont semblables aux pieds des animaux qui comme lui aiment à ronger , & qui tiennent ce qu'ils mangent entre leurs pattes , comme les rats , les écurieils. Les pieds de derriere n'y ont aucun rapport , & ressemblent à ceux des oiseaux de riviere , qui sont garnis de membranes entre les doigt , comme sont des oyes & des canards. Ainsi le Castor est propre à marcher sur la terre , & à nager dans les eaux. Depuis le bout du nez jusqu'aux cuisses, il est semblable à un rat ; mais depuis les cuisses jusqu'à la queue il ressemble assez aux oiseaux de riviere qui ont les pieds plats.

M. Sarrafin a joint à l'Anatomie du Castor plusieurs choses qui regardent leur genre de vie.

1. Lorsque les grandes inondations sont passées , les femelles retournent à leurs logemens pour y mettre bas. Les mâles tiennent la campagne jusqu'aux mois de Juin & de Juillet , & ne reviennent chez eux que lorsque les eaux sont tout-à-fait basses. Alors ils reparent les desordres que les inondations ont faites à leurs logemens , où ils en font de nouveaux Ils changent de lieu pour trois principales causes. 1. Lorsqu'ils ont consommé les alimens qui étoient portés. 2. Quand la compagnie est trop nombreuse. 3. Quand les Chasseurs les inquietent trop.

1. Pour établir leur demeure , ils choisissent un endroit abondant en vivres , arrosé d'une petite riviere & propre pour y faire un lac. Ils commencent par y construire une chaussée de hauteur suffisante pour élever l'eau jusqu'au premier lit de leurs logemens. Si le país est plat & que la

rivière soit creuse, les chaussées sont longues, mais moins élevées que dans les valons. Ces chaussées ont dix ou douze pieds d'épaisseur dans leurs fondemens, & diminuent peu à peu jusqu'au haut où elles n'en ont ordinairement que deux. Comme ces animaux ont une grande facilité à couper du bois, ils ne l'épargnent pas, & le taillent ordinairement par morceaux gros comme le bras ou comme la cuisse, & longs depuis 2 jusqu'à 4, 5 & 6 pieds. Ils les enfoncent par l'un des bouts fort avant dans la terre & fort proche les uns des autres, les entrelassant avec d'autres morceaux plus petits & plus souples, dont ils remplissent les vuides avec de la terre glaise. On continue à mesure que l'eau s'élève, afin de pouvoir transporter plus aisément les matériaux. On arrête enfin ces sortes de digues lorsque les eaux retenues peuvent atteindre le premier lit du logement qu'ils doivent faire. Le côté de la chaussée que l'eau touche est en talus, & l'eau qui pèse suivant sa hauteur la presse puissamment contre terre, le côté opposé est à plomb. Elles sont assez solides pour soutenir les personnes qui montent dessus, & ces animaux ont grand soin de les entretenir; car ils réparent les moindres ouvertures avec la terre glaise. S'ils s'aperçoivent que les Chasseurs les observent, ils n'y travaillent que la nuit, ou bien ils abandonnent leur demeure.

3. La chaussée étant finie, ils travaillent à leurs cabanes, qu'ils fondent toujours solidement sur le bord de l'eau, sur quelque petite Ile, ou sur des pilotis. Ces logemens sont ronds ou ovales, & débordent des deux tiers hors de l'eau; mais ils ont la précaution de laisser une porte que la glace ne puisse pas boucher. Quelquefois ils bâtissent la cabane entière sur la terre, & font des fosses de 5 ou 6 pieds de profondeur, qu'ils conduisent jusqu'à l'eau. Ils employent les mêmes matériaux pour les bâtimens que pour les chaussées, excepté que les bâtimens sont perpendiculaires, & terminés en manière de dôme. Les murailles ont ordinairement deux pieds d'épaisseur. Comme leurs dents valent bien les meilleures scies, ils

coupent tous les bouts de bois qui excèdent les murailles, & y appliquent un enduit en dedans & en dehors qui est une espece de torchis fait avec la terre glaise & des herbes seches. C'est bien dans cette occasion où ils se servent de leur queue pour mieux affermir cet induit.

4. Le dedans de la cabane est voûté en anse de panier, & propre pour loger 8 ou 10 Castors. Hors d'œuvre cette maison à 8 ou 10 pieds de large sur 10 ou 12 pieds de long, supposé que la cabane soit ovale : dans œuvre elle a 4 ou 5 pieds de large sur 5 ou 6 pieds de long. Si le nombre des Castors est de 15 ou 20 & même de 30, ce qui est néanmoins fort rare, le logement est grand à proportion, & même il y en a plusieurs les uns contre les autres. Quelques Missionnaires ont assuré M. Sarasin qu'on avoit trouvé 400 Castors logez dans différentes cabanes qui communiquoient les unes aux autres. Elles sont disposées par étages, afin de s'y pouvoir retirer quand les eaux croissent. Ils ont aussi une ouverture séparée de leur porte & de l'endroit où ils se baignent. C'est par cette ouverture qu'ils vont à l'eau rendre leurs excréments.

5. On appelle Castors terriers ceux qui se logent dans les cavernes pratiquées dans un terrain élevé sur le bord de l'eau. Ils commencent leur logement par une ouverture qui va plus ou moins avant dans l'eau, selon que les glaces peuvent être plus ou moins épaisses, & la continuent de 5 ou 6 pieds de long : mais elle n'a de largeur qu'autant qu'il en faut pour y pouvoir passer, après quoy ils font un lac de 3 ou 4 pieds en tout sens, où ils se baignent quand il leur plaît. Ensuite ils coupent un autre boyau dans la terre, qui va toujours en s'élevant par étages, afin de s'y mettre au sec quand les eaux s'élèvent. On trouve quelquefois de ces boyaux qui ont plus de 1000 pieds de long. Ces Castors couvrent les endroits où ils couchent avec de l'herbe. En hyver ils font des copeaux qui leur servent de matelas.

6. Tous ces ouvrages, surtout ceux des Castors qui vivent dans les pays froids, sont ordinairement achevez au
mois

mois d'Août & de Septembre, qui est le tems où il faut commencer à faire des provisions pour vivre pendant l'hiver. Ils coupent donc le bois par morceaux longs depuis 2 ou 3 pieds jusqu'à 8 ou 10. Les gros morceaux sont traités par plusieurs de ces animaux, les petits par un seul, mais par des chemins differens pour ne pas s'embarrasser les uns les autres. Ils en mettent d'abord une certaine quantité qui flotte dans l'eau, puis ils en placent de nouveaux sur les premiers, qu'ils entassent pieces sur pieces jusqu'à ce que leur provision réponde au nombre des animaux qui ont dessein de loger ensemble : par exemple, la provision de 8 ou 10 Castors est de 25 ou 30 pieds en quarré sur 8 ou 10 pieds de profondeur. Ce bois n'est pas entassé comme celui de nos chantiers, mais il l'est d'une manière qui leur permet d'en arracher les morceaux qu'il leur plaît, & ils ne mangent que ceux qui trempent dans l'eau. Avant que de les manger ils les coupent menu, & les apportent dans l'endroit de la cabane où ils couchent. S'ils les avoient coupés avant que de les mettre dans leur chantier, l'eau les auroit entraîné d'un côté & d'autre.

7. A l'égard de la chasse du Castor, on la fait depuis le commencement de Novembre jusqu'au mois de Mars & d'Avril, parce que ces animaux sont bien fournis de poil. On le tue à l'affut, on lui tend des pieges, ou on le prend à la tranche. L'affut est la manière la plus ennuyeuse & la moins assurée. La plus commune est celle de lui tendre des pieges. Quoique les Castors aient fait leurs provisions, ils ne laissent pas que d'aller de tems en tems dans les bois chercher de nouvelle nourriture. Les Chasseurs même qui savent qu'ils aiment mieux le bois frais que celui qui est flotté, leur en apportent tout près de leurs cabanes, & leur dressent des pieges semblables à ces quatre de chiffre dont on prend les rats. On plante fort avant dans la terre plusieurs piquets de trois ou quatre pieds de long, entre lesquels il y a une traverse fort pesante, élevée d'environ un pied & demi, sous laquelle on met pour apas une branche de Peuplier longue de 5 ou 6 pieds, la-

quellé conduit à une autre branche fort petite. Celle-ci répond à la traverse avec tant de justesse, que le Castor a beau remuer la premiere, la traverse ne tombe que lorsqu'il coupe la petite branche, & il lui en coûte toujours la vie.

8. Prendre les Castors à la tranche, c'est faire des ouvertures à la glace avec des instrumens tranchans lorsque les glaces n'ont qu'environ un pied d'épais. Les Castors ne manquent pas de venir à ces ouvertures pour respirer, & c'est là où on les assomme à coup de hache. Il y a des Chasseurs qui remplissent ces trous avec la bourre de l'épi de *Typha* pour n'être pas vus par les Castors, & alors ils les attrapent par un pied de derriere. S'il y a quelque ruisseau près des cabanes, on en coupe la glace en travers pour y tendre un filet bien fort, tandis qu'on va briser la cabane pour en chasser ces animaux, qui ne manquent pas de se sauver dans le ruisseau & de donner dans le panneau.

M E T H O D E POUR LA RECTIFICATION DES COURBES.

PAR M. CARRE.

1704.
15. Mars.

Monsieur Vanheuraët nous a donné une maniere de rectifier des Courbes qui m'a paru un peu embarrassée, car elle suppose une des regles de M. Hudde pour la réduction des Equations: C'est ce qui m'a donné occasion de chercher la même chose par la methode *des Infinitement petits*, qui est beaucoup plus simple & plus facile, & qui ne suppose rien.

Soient deux lignes courbes NIB & DMQ avec la droite DB , dont la nature est telle qu'ayant mené d'un

Maintenant soit cette équation générale $x^m = y^p$ qui exprime la nature d'une infinité de Courbes telles que DMQ , m marquant une puissance quelconque paire, & p une puissance impaire. Ayant nommé DP , x ; PM , y , & PI , z , dont MR ou $Pp = dx$, & $Rm = dy$, on cherchera la valeur de la soûtangente PT que l'on trouve par les règles $= \frac{m}{p}x$; & à cause du triangle rectangle TPM ,

On aura donc $PT \left(\frac{mx}{p} \right)$.

$$T M \left(\frac{m m x x}{p p} + \frac{x \frac{1}{m}}{a \frac{1}{m.}} \right) :: \text{la donnée } (a); P I (x). \text{ D'où}$$

l'on tire $xx = aa + \frac{pp}{mm} \frac{x^{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}}$ qui est un lieu à une infinité d'autres lignes courbes telles que NIB , dont la quadrature sert à trouver la longueur des premières Courbes DMQ .

Si $n=1$, & $m=2$, p sera $=3$; car tous les termes d'un lieu geometrique doivent être d'un même degré, & pour lors l'équation generale $ax^p = x^n$ se changera en celle-ci $ayy = x^3$ qui exprime la nature de la seconde parabole cubique, & l'égalité correspondante deviendra $xx = \frac{y^3}{4} + aa$ qui est un lieu à la parabole ordinaire, dont le sommet est éloigné du point D de $\frac{4}{9}a$, & le parametre $= \frac{2}{3}a$. Or nommant BE, d ; & AE, b ; DE sera $b - \frac{4}{9}a$, & on trouvera par la methode de la quadrature

* Calcul Integral p. 18.

de la parabole * que la somme infinie des $\frac{x^{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}}$ qui est égale à la longueur de la ligne courbe DMQ , est égale à $\frac{2b^{\frac{1}{m}}}{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}} - \frac{8}{27}a^{\frac{1}{m}}$.

Si la Courbe DMQ est une parabole du premier genre qui ait pour axe DN , l'équation generale se changera en celle-ci $ay = xx$, car en ce cas $n=1$, $m=1$, & $p=2$, & la correspondante deviendra $xx = 4xx + aa$, d'où l'on tire $xx = \frac{y^2 - aa}{4}$, qui est un lieu à l'hyperbole, dont le centre est le point D , le parametre $= \frac{1}{2}a$, & l'axe traversant $= 2a$: Car par la propriété de l'hyperbole xx (les x representent ici les ordonnées). $xx - aa :: \frac{1}{2}a, 2a$.

Il est manifeste que l'on ne peut trouver geometriquement la longueur de la parabole sans la quadrature de l'hyperbole, & réciproquement on ne peut trouver la quadrature de l'hyperbole sans la longueur de la parabole.

NOUVELLE FORMATION DE SPIRALES,

Beaucoup plus différentes entr'elles que tout ce qu'on peut imaginer d'autres Courbes quelconques à l'infini ; avec les Touchantes , les Quadratures , les déroulements , & les longueurs de quelques-unes de ces Spirales qu'on donne seulement ici pour exemples de cette formation générale.

PAR M. VARIGNON.

DAns les Mémoires de 1700, pag. 90, en démontrant les Forces centrales de la Spirale générale de M. de Fermat, je dis que j'en avois encore une infiniment plus universelle : La voici formée par le moyen d'une Courbe en général, qui dans le détail fournit non-seulement toutes les Spirales de M. de Fermat, mais encore autant d'autres que cette Courbe générale se peut diversifier en de particulières, soit géométriques, soit mécaniques ; & même en autant d'autres encore que chaque Courbe particulière peut avoir de disposition différentes dans l'usage qu'on en peut faire pour cela, ainsi qu'on le verra dans les exemples qu'on en donnera dans la suite.

1704.
9. Avril.

Cette nouvelle formation de Spirales me vint en pensée dès il y a six ans, en faisant réflexion que celles de M. Fermat (dont la nature est d'avoir par tout leurs ordonnées concourantes, ou leurs rayons, en raison des puissances quelconques des arcs circulaires qui en expriment les révolutions) ne diffèrent aucunement de celles qu'on trouveroit en prenant les arcs de révolution en rai-

son des ordonnées de Paraboles de tous les genres à l'infini, dont les abscisses seroient égales aux ordonnées courantes des Spirales cherchées. Ce fut, dis-je, ce qui me fit penser à substituer d'autres Courbes, ou plutôt une Courbe en général qui les comprît toutes, à la place de ces Paraboles; & j'en vis naître une infinité de genres de Spirales toutes différentes de celles dont je viens de parler: Il y en avoit d'innombrables comme celles-là, & de même contour qu'elles; il y en avoit aussi d'innombrables du côté du Pole ou de leur centre, dont les unes étoient encore infinies, & d'autres finies par l'autre bout; il s'en trouvoit de finies de part & d'autre; on en voyoit qui avoient des points d'inflexion, ou de torfes; d'autres revenoient une ou plusieurs fois sur elles-mêmes en forme de lassis ou de nœuds; il y en avoit même de rebroussées, & cela d'une variété infinie. En voici de toutes ces façons, entre lesquelles sont six Spirales logarithmiques, dont cinq sont nouvelles.

FORMATION NOUVELLE de Spirales à l'infini.

Comment une
même Courbe
quelconque peut
engendrer une ou
plusieurs Spira-
les à l'infini.

FIGURE I.

I. Soit en général une Courbe quelconque HHV , appelée *Courbe génératrice* (géométrique ou mécanique, il n'importe), dont les ordonnées soient GH ; son axe ou son diamètre CX , lequel rencontre en A la circonférence d'un cercle quelconque $ABYA$ appelé *Cercle de révolution*; soit aussi CAX la première position d'une Règle CP , laquelle (fixe au centre de ce cercle) tourne suivant ABY à mesure que se forme une Spirale $OZAK$, telle que cette Règle la rencontrant en E , & le cercle de révolution en B , si de son centre C on fait l'arc de cercle EG avec l'ordonnée GH de la Courbe génératrice HHV ; l'on ait par tout la circonférence entière $ABYA$ du cercle de révolution, à l'arc AMB ou $ABYAMB$, &c. parcouru par le point B de la Règle CP , comme une droite const.

tante quelconque AD est à l'ordonnée correspondante HG de la Courbe génératrice HHV .

Il suit de cette génération que les arcs de révolution AMB ou $ABYAMB$, sont toujours ici entr'eux comme les ordonnées correspondantes GH d'une Courbe quelconque HHV ; & que par conséquent les Spirales ainsi trouvées, sont infiniment plus générales que tout ce qu'on en a donné jusqu'ici.

II. Pour trouver l'équation universelle qui les exprime toutes à la fois, soit la circonférence du cercle de révolution $ABYA = c$, son rayon $CA = a$, que les arcs de révolution AMB dans la première, $ABYAMB$ ou $c + AMB$ dans la seconde, $2c + AMB$ dans la troisième, $3c + AMB$ dans la quatrième, en un mot nc dans quelque révolution terminée à B , que le nombre n (entier ou rompu) puisse signifier, soient les abscisses $= x$ de la Spirale ou plutôt du cercle de révolution, lesquelles aient le point A pour origine, & se prennent toutes suivant AMB ; soient aussi CE ou $CG = y$, $GH = z$, & $AD = b$; soient de plus appelées s les abscisses ou les arcs (pris depuis leur origine) des Courbes qui résultent de ces Spirales déroulées, & v les abscisses des axes de ces mêmes Courbes. On prendra \int & S pour des caractéristiques, dont la première \int signifiera *somme* ou *intégrale*, & la seconde S signifiera *finis*, comme d signifie *différentielle*.

Noms dont on se servira dans la suite.

III. Cela posé, la génération précédente (art. 1.) de la Spirale $OZAK$ donnera par tout $ABYA (c)$. AMB ou $ABYAMB$, &c. $(x) :: AD (b) GH (z)$. De sorte que l'équation générale de cette Spirale sera $cx = bx$, dans laquelle il n'y a plus qu'à substituer la valeur de z , résultante de la nature donnée de la Courbe HHV ; ou (ce qui revient au même, & ce qui souvent est plus commode) à substituer au lieu de z la valeur $\frac{b^x}{c}$ dans l'équation de cette Courbe génératrice donnée, du nom de laquelle cette Spirale prendra le sien : c'est-à-dire que cette Spirale s'appellera *Parabolique*, *Hyperbolique*, *Logarithmique*,

Equation générale des Spirales précédentes.

72 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
Circulaire, &c. selon que la Courbe génératrice sera une
Parabole, une Hyperbole, une Logarithmique, un Cercle, &c.

ÉQUATION GÉNÉRALE de Spirales à l'infini.

$$cz = b x.$$

Il est à remarquer que la même formation de Spirales (art. 1.)
auroit aussi donné $z c^x = b x^x$, si l'on eût pris \overline{ABYA} . \overline{AMB}
ou \overline{ABYAMB} :: AD . GH . Mais la précédente équation
suffit pour tout ce qu'on vient de promettre de cette formation,
outre que l'équation précédente est quelquefois aussi générale
que celle-ci, ainsi qu'on le verra dans l'article 72.

COROLLAIRES GÉNÉRAUX.

Les arcs de ré-
volutions d.e
Spirales précé-
dentes suivent
toujours la rai-
son des ordon-
nées correspon-
dantes de leurs
Courbes généra-
trices, pendant
que les rayons de
ces Spirales sui-
vent de même la
raison des abscis-
ses de ces Cour-
bes génératrices.

IV. La raison de b à c étant (hyp.) constante, il résul-
te de l'équation précédente (art. 3.) que les arcs (x) de
révolution suivront toujours la raison des ordonnées GH
(z) correspondantes de la Courbe génératrice HHV de
quelque Spirale que ce soit, ainsi qu'on l'a déjà remar-
qué sur la fin de l'article 1. Donc chaque rayon CE (y)
de cette Spirale étant (art. 1.) toujours égal à l'abscisse
correspondante CG de la Courbe génératrice, en pre-
nant C pour leur origine; les rayons CE de chaque Spi-
rale suivront toujours la raison des abscisses CG de la
Courbe génératrice, pendant que les arcs (x) de révolu-
tion suivront la raison des ordonnées GH (z) de cette
Courbe. D'où l'on voit en général que pour avoir une
Spirale dont les rayons suivent telle raison qu'on voudra,
pendant que les arcs de révolution suivront telle autre
raison qu'on voudra aussi, il n'y a qu'à lui donner une
Courbe génératrice dont les abscisses (prises de l'origine
 C) suivent la première de ces raisons, & les ordonnées la
seconde. D'où l'on voit aussi déjà que la Logarithmique
ordinaire doit ainsi engendrer deux Spirales Logarithmi-
ques différentes, selon qu'elle aura son asymptote sur CX ;

ou:

ou perpendiculaire en C à cette même CX : Dans ce second cas ce sera la Spirale Logarithmique ordinaire dont les ordonnées ou rayons (y) sont en progression Geométrique, pendant que les arcs de révolutions correspondans (x) sont en progression Arithmétique ; & dans le premier cas c'en fera une autre dont les ordonnées ou rayons seront en progression Arithmétique, pendant que les arcs de révolution correspondans seront en progression Geométrique. Et ainsi des autres Courbes qu'on voudra prendre pour génératrices ; ce qui donnera toujours des Spirales dont les rayons (y) & les arcs (x) correspondans suivront telles raisons qu'on voudra.

V. Il suit encore de l'art. 3. que chaque Spirale commencera toujours du côté de A où les x (*hyp.*) commencent, & toujours à une distance du centre C , égale à l'abscisse CG qui répond à la moindre des ordonnées de la Courbe génératrice HHV , & par conséquent à une distance infinie de ce centre, si cette Courbe génératrice a CX pour asymptote ; puisque $x=0$ rend aussi $x=0$ dans l'équation générale de l'art. 3. Cela se verra dans l'art. 30. n. 1. & dans l'art. 35.

Ces Spirales commenceront toujours du côté des moindres ordonnées de leurs Courbes génératrices.

VI. De quelque manière que les ordonnées GH (z) croissent ou décroissent, si celle qui passe par le centre C , est finie, la Spirale y arrivera après un nombre fini de révolutions ; puisque z finie rend aussi x finie dans l'égalité générale de l'art. 3.

La Spirale ne fait qu'un nombre fini de révolutions avant qu'elle arrive à son centre, lorsque sa Courbe génératrice a une ordonnée finie.

VII. Mais si la Courbe génératrice HHV a quelque ordonnée (z) infinie, la Spirale fera une infinité de révolutions avant que d'arriver à son point E correspondant. De sorte que si cette asymptote ou ordonnée infinie (z) passe par le centre C de la Spirale, cette Spirale n'y arrivera jamais qu'après un nombre infini de révolutions. Et tout cela parce que z infinie rend aussi x infinie dans l'équation générale de l'art. 3. On le verra dans l'art. 30. n. 3. & dans l'art. 49.

La Spirale n'arrive à son centre qu'après un nombre infini de révolutions, lorsque sa Courbe génératrice a une ordonnée infinie, c'est-à-dire, une asymptote pour ordonnée.

VIII. L'équation générale $cx=bx$ de l'art. 3. dont aussi $ncx=nbx$, il est visible que $z=nb$ donnera

La Spirale passera toujours par le pied G de la

K

que ordonnée GH
multiple de son
paramètre AD.

toujours $x = nc$; & par conséquent quelque nombre entier que n signifie , x sera un pareil multiple de c , que z le sera de b , c'est à dire que x exprimera autant de révolutions complètes que z (GH) contiendra de fois b (AD). Et comme cette Spirale (quelle qu'elle soit) passe toujours par CX au commencement & à la fin de chaque révolution , & qu'elle a toujours (art. 1.) son rayon CE (y) égal à l'abscisse CG terminée par l'ordonnée GH (z) correspondante de la Courbe génératrice HHV ; il suit que ce rayon CE sera alors en CG ; & qu'ainsi cette Spirale passera toujours par le pied G de chaque ordonnée GH (z) multiple de AD (b) , & qu'elle sera d'autant de révolutions (en tout) que la plus grande de ces ordonnées GH (z) contiendra de fois la droite AD (b) : c'est à dire , d'une infinité de révolutions dans le cercle $ABYA$, lorsque la Courbe génératrice HHV y aura une ordonnée (z) infinie . Et de même d'une infinité hors ce même cercle , lorsque les ordonnées GH (z) croîtront à l'infini du côté de X ou de x . Si l'ordonnée (z) infinie étoit à la circonférence du cercle de révolution , comme en A , la Spirale seroit encore d'une infinité de révolutions au dedans ou au dehors de ce cercle , selon que l'accroissement des ordonnées de la Courbe génératrice en viendroit.

Manière de trou-
ver en quel
point la Spirale
vient rencontrer
son axe.

FIG. II.

III.

IX. Il suit de cet art. 8. que si après avoir divisé la plus grande ordonnée XV ou CV de la Courbe génératrice HHV , en parties XR , RS , ST , &c. ou CR , RS , ST , &c. égales à AD , on fait RH , SH , TH , &c. toutes parallèles à CX , lesquelles aillent rencontrer la Courbe génératrice HHV en autant de points H , desquels soient faites les ordonnées HG de cette Courbe : la Spirale (quelle qu'elle soit) coupera l'axe CX en tous les points G de ces ordonnées ; les abscisses correspondantes CG en seront les rayons à la fin de chaque révolution complète ; & leurs parties GG seront les différences de ces rayons . De sorte que la nature de la Courbe HHV étant donnée , il n'y aura qu'à substituer n au lieu de z dans son équation , & la valeur de y qui en résultera , sera celle du rayon CG où se terminera la révolution marquée par le nombre que n signifiera . Et en

prenant n pour un nombre moindre ou plus grand d'une unité que celui-là, la valeur de y , qui en résultera, sera aussi celle du rayon CG où se terminera la révolution immédiatement précédente ou immédiatement suivante. Ainsi la différence de ces deux valeurs de y , sera la valeur de la différence de ces deux rayons CG . De même en général, quelle que soit la différence de ces deux valeurs de n , celle des y , qui en résultera, sera aussi celle des rayons CG où se terminent les révolutions marquées par ces différences valeurs de n .

Tout cela servira dans la suite pour trouver les valeurs des courbes différentes des espaces spiraux.

X. Il suit encore de l'art. 8. qu'en prenant AD (b) pour l'ordonnée (x) qui passe par A dans chaque Courbe génératrice HHV , la Spirale qui en sera engendrée comme cy-dessus (art. 3.) passera alors par A , soit pour sortir du cercle de révolution, ou pour y entrer, le point A se trouvant alors un des points G du précédent art. 9. De sorte que de quelque nature que soit cette Spirale, elle n'aura jamais plus d'une révolution du côté qu'elle aura commencé, soit au dedans ou au dehors du cercle $ABVA$, tant que les ordonnées GH (x) de la Courbe génératrice HHV iront en diminuant depuis D , soit du côté de C , ou du côté de X ; & si elles vont en diminuant de part & d'autre depuis D , la Spirale n'aura tout au plus que deux révolutions, une de chaque côté de AD : encore faudra-t-il pour les rendre complètes, que ces ordonnées diminuent de part & d'autre jusqu'à zéro sans passer outre. Mais si ces ordonnées (x) vont en augmentant de part & d'autre depuis D , la Spirale aura autant de révolutions de chaque côté de AD , que cette droite sera contenue de fois dans la plus grande des ordonnées HG (x) qui s'y trouveront.

XI. Jusqu'ici nous n'avons fait mention que des Spirales engendrées par des Courbes dont toutes les ordonnées n'étoient que d'un seul côté du centre C de ces Spirales. Mais si l'on veut que la Courbe génératrice HHV

Quand la Spirale doit sortir de son cercle de révolution ou y entrer, & ce qu'elle doit faire de révolutions auparavant.

FIG. IV.
V.

Spirales dont les Courbes génératrices ont des ordonnées de part & d'autre de leur centre.

FIG. VI.
VII.

soit placée de manière qu'elle ait des ordonnées HG de part & d'autre de ce centre C , ou (ce qui revient au même) que ce centre soit sur l'axe AX de cette Courbe entre ses ordonnées, comme dans les Fig. 6. 7. il n'y a qu'à concevoir cette même Courbe HHV comme divisée par son ordonnée CS en deux autres Courbes génératrices SHL , SHV , & dire de chacune d'elles ce qu'on a dit jusqu'ici de la même : en concevant les deux portions de Spirales KZG , $CORQ$, comme deux différentes Spirales dont LHS , SHV , sont les Courbes génératrices. Il faut, dis-je, chercher sur CP prolongée du côté de P , & non du côté de C (CP n'en est qu'une position) suivant les articles précédens quelle Spirale KZC doit résulter de la Courbe génératrice LHS , & de même quelle autre Spirale $CORQ$ doit aussi résulter de l'autre Courbe génératrice SHV ; concevoir ensuite ces deux Spirales comme n'en faisant plus qu'une seule $KZCORQ$: ce sera la Spirale entière que doit engendrer toute la Courbe LHV . On trouvera de même toute autre Spirale engendrée par quelque Courbe HHV que ce soit, à quelque endroit de son axe AX que le centre C de la Spirale soit supposé.

Quand les Spirales doivent passer par leurs centres, quand elles doivent s'y renverser, & de quelle manière.

XII. Il suit des art. 6. & 7. que ces Spirales, aussi-bien que celles dont les Courbes génératrices n'ont d'ordonnées que d'un côté de leurs centres, passeront toutes par ces mêmes centres, chacune par le sien, tant que leurs Courbes génératrices y auront des ordonnées; & jamais, tant qu'elles n'y en auront point, comme lorsque le centre de la Spirale engendrée par une ou par deux hyperboles opposées, se trouve sur son axe transverse entre leurs sommets. Ce cas des Spirales ainsi engendrées par des Courbes dont aucune des ordonnées ne passeroit par leurs centres, n'a aucune difficulté particulière : elles se trouveront comme celles des articles précédens, soit que leurs Courbes génératrices aient des ordonnées de part & d'autre de leurs centres, soit qu'elles n'en aient que d'un côté seulement. Et là il est encore à remarquer que tant que ces Courbes génératrices auront des ordonnées continuës d'un côté à l'autre du centre C , les Spirales qui

en naîtront, s'y rebrousseront toujours, le premier rayon de leur retour se confondant avec le dernier de leur arrivée en ce point; ce qui n'en fait qu'une seule touchante CX (Fig. 6. & 7.) des deux portions de la Spirale ZC & CO qui s'y terminent, laquelle touchante CX aura la position dépendamment du rapport de AD à CS . Pour ce qui est de ce rebroussement en C , il sera de convexités opposées ZC , CO , si les ordonnées de la Courbe génératrice continuent de croître ou de décroître d'un côté à l'autre de celle qui passe par le centre C ; mais les convexités & concavités en seront tournées en même sens, dès que ces ordonnées croîtront ou décroîtront de part & d'autre de celle qui passe par ce centre. Cette seconde espèce de rebroussement se trouvera même par tout où les ordonnées des Courbes génératrices HHV , feront des *plus grands*, ou des *plus petits*, de part & d'autre desquels ces Courbes s'étendent: c'est-à-dire, par tout où ces Courbes auront des ordonnées comprises entre d'autres qui depuis elles aillent de part & d'autre en croissant ou en diminuant, comme dans la Fig. 8.

Il y auroit encore bien des Remarques à faire sur ce général; mais en voilà assez pour à présent: voyons-en donc seulement quelques usages.

EXEMPLE I.

XIII. Concevons que la Courbe génératrice HHV soit une des Paraboles à l'infini, dont l'équation générale soit (suivant les noms de l'art. 2) $za^{m-1} = y^m$, ou $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$,

ayant CX pour axe intérieur ou extérieur selon l'existence de m , & l'origine des y en C . Si l'on substitue cette valeur de z dans l'équation générale de l'art.

ticle 3: l'on aura $\frac{y^m}{a^{m-1}} = \frac{bx}{c}$, ou $cy^m = bx a^{m-1}$ pour celle

de toutes les Spirales paraboliques à l'infini, résultante de cette position de la Parabole générale HHV , d'où (en prenant AD pour une ordonnée de cette Parabole gé-

Spirales paraboliques générales de M. de Fermat, appelées des vertico-centrales pour les distinguer de tout ce qu'on peut encore trouver d'autres Spirales paraboliques

FIG. IV.

nérale HHV) l'on aura aussi $cy^m = xa^m$ pour l'équation générale de toutes ces Spirales paraboliques, à cause qu'en A (art. 2.) ayant $GH(z) = AD(b)$, & $CE(y)$.

$= CB = CA(a)$, l'équation parabolique $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$, donne

$b = a$. De sorte que si l'on prend $m = \frac{2}{p}$, l'on aura de même $cy^{\frac{2}{p}} = xa^{\frac{2}{p}}$, ou $c^p y^2 = x^p a^2$, pour l'équation de toutes ces mêmes Spirales paraboliques, laquelle est la même que si on les eût formées à la manière de M. de Fermat en prenant par tout $c^p. x^2 :: a^2. y^2$.

Plusieurs autres Spirales paraboliques pouvant encore naître de la Parabole génératrice HHV dont il s'agit ici, selon la variété des points de son axe où leur centre se peut trouver, nous appellerons celles-ci Spirales paraboliques vertico-centrales, à cause qu'elles ont leur centre au sommet de leurs Paraboles génératrices. Voici les tangentes de ces Spirales, leurs déroulemens en Paraboles, leurs longueurs, & leurs espaces entiers & par couches répondantes à tel nombre de révolutions & à telle révolution particulière qu'on voudra.

Expression géométrique des soustangentes de ces Spirales paraboliques vertico-centrales de tous les genres.

XIV. Pour trouver la Tangente ET requise à tel point. E qu'on voudra de la Spirale $CÔZAK$, soit CT perpendiculaire à CP , & qui rencontre cette Tangente en T ; soit de plus Cp indéfiniment proche de CP , laquelle rencontre la Spirale en e , le cercle en b , & l'arc concentrique GE en F . Cela fait, on aura $CB(a)$. $CE(y)$; $Bb(dx)$.

$EF = \frac{y^{\frac{dx}{a}}}{a}$. Et de plus $Fe(dy)$. $EF(\frac{y^{\frac{dx}{a}}}{a}) :: CE(y)$.

$CT = \frac{yy^{\frac{dx}{a}}}{a dy}$. Mais l'équation $cy^m = xa^m$ de l'art. 13. donne

$dx = \frac{mcy^{m-1}dy}{a^m}$. Donc en substituant cette valeur

de dx dans la précédente valeur de CT , l'on aura $CT = \frac{mcy^{m-1}}{a^{m-1}}$ (à cause de $cy^m = xa^m$) $= \frac{mx}{a}$. De sorte

que $\frac{mx}{a}$ fera l'expression générale des soustangentes de toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini.

Et là il est à remarquer que quelque portion de circonférence circulaire (décrite du rayon $CB = a$, ou parcourue par le point B de la Règle mobile CP) que x signifie suivant l'art. 2. l'on aura toujours $\frac{x^2}{a}$ pour une semblable quantité de circonférence circulaire décrite du rayon $CE = y$, ou par le point de cette Règle, qui passe par celui d'atouchement dont il est ici question. Ainsi en général les sous-tangentes CT de ces Spirales paraboliques seront toujours à ces quantités correspondantes $\frac{x^2}{a}$ de circonférences circulaires :: m . 1.

XV. De là si l'on suppose $x = nc$, quelque nombre de révolutions complètes ou incomplètes que n signifie ;

Autre expression générale des mêmes sous-tangentes.

l'art. 8. donnant alors $nb = z$ (art. 13.) $= \frac{y^m}{a^{m-1}}$, ou $y = \sqrt[m]{nb a^{m-1}}$ (art. 13.) $= \sqrt[m]{n a^{m-1}} = a \sqrt[m]{\frac{n}{a}}$, la substitution de ces valeurs de x & de y dans l'expression générale $CT = \frac{mx}{a}$ des sous-tangentes de toutes ces Spirales paraboliques, trouvée dans le précédent art. 14. donnera aussi

$$CT = \frac{mnc a^{\frac{m-1}{m}}}{a} = mc n^{\frac{1}{m} + 1} = mc n^{\frac{m+1}{m}}$$

générale des sous-tangentes qui se trouvent à la fin de tel nombre de leurs révolutions complètes ou incomplètes, qu'on voudra faire signifier n . D'où l'on voit que toutes

ces sous-tangentes sont comme les $mn^{\frac{m+1}{m}}$ qui (multipliés par c) les expriment, quelque différence que les diverses valeurs de m puissent apporter entre les Spirales auxquelles elles appartiennent ; & que dans la même de toutes ces Spirales, quelle qu'elle soit, ces sous-tangentes sont toujours comme les $n^{\frac{m+1}{m}}$ correspondans.

Ainsi, par exemple, dans la Spirale d'Archimede qui donne $m = 1$, toutes ces sous-tangentes seront entr'elles comme les n^2 , c'est-à-dire, comme les quarrés des nombres des révolutions complètes ou incomplètes qui leur

répondent. De sorte que toutes celles de ces sôutangen-tes, dont les points d'atouchement correspondans se trouveront à la fin des révolutions complètes de ces Spi-rales, seront entr'elles comme 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, &c. c'est-à-dire, comme les quarrés des nombres naturels, se-lon que le nombre n de ces révolutions fera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c.

De même si l'on suppose $m = 2$, comme lorsque la Pa-rabole génératrice HHV est une Parabole ordinaire d'Archimede ou d'Apollonius; on trouvera aussi que tou-tes les sôutangentes qui se trouvent à la fin des révolu-tions complètes ou incomplètes de la Spirale qui en ré-sulte, seront entr'elles comme les $n^{\frac{1}{2}}$, ou $\sqrt{n^2}$, qui leur répondent; c'est à-dire, comme les racines quarrées des cubes des nombres de ces révolutions. De sorte que tou-tes celles de ces sôutangentes qui se trouvent à la fin des révolutions complètes de cette Spirale, seront entr'elles comme les racines quarrées $\sqrt{1}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{125}$, $\sqrt{216}$, $\sqrt{343}$, &c. des cubes des nombres naturels, selon que le nombre n de ces révolutions complètes fera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. Et ainsi de pareilles sôutangentes de toutes les autres Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, selon les valeurs différentes qu'on peut donner à m .

*Rapport général
des mêmes sôu-
tangentes aux
circonférences des
cercles circon-
scrits, c'est à di-
re, décrits au-
tour des Spirales
par leurs points
d'atouchement.*

XVI. Si présentement on veut sçavoir quel rapport toutes ces sôutangentes CT des Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, doivent avoir aux circonfé-rences circulaires qui (concentrique à ces Spirales) passent par leurs points d'atouchement E correspondans, quel-que nombre de révolutions complètes ou incomplètes que n puisse signifier depuis l'origine de ces Paraboles jus-qu'à ces points d'atouchement; il n'y a qu'à considérer que puisque (art. 15.) le rayon CE (y) de chacun de ces cercles, est en général $= an^{\frac{1}{m}}$, l'on aura de même en gé-néral la circonférence $= cn^{\frac{1}{m}}$, à cause de $an^{\frac{1}{m}}. cn^{\frac{1}{m}} :: a. c.$
qui

qui est (art. 2.) le rapport du rayon du cercle $ABYA$ à la circonférence. Car ayant déjà (art. 15.) $m \epsilon n^{\frac{n+1}{m}}$ pour l'expression générale des soûtangentes qui leur répondent, l'on aura aussi en général chacune de ces soûtangentes CT à la circonférence du cercle décrit du centre C par le point d'attouchement E correspondant :: $m \epsilon n^{\frac{n+1}{m}}$.

$\epsilon n^{\frac{n}{m}}$:: $m n$. i. c'est-à-dire, comme le produit du degré (m) de la Parabole génératrice HHV , par le nombre (n) des révolutions, est à l'unité : quels que soient ces nombres m & n , entiers ou rompus, il n'importe.

XVII. Donc si l'on prend n pour un nombre entier quelconque, lequel par conséquent exprime autant de révolutions complètes qu'on lui voudra supposer d'unités; on trouvera de même en général que chaque soûtangente CT à la fin de quelque révolution complète que ce soit, des Spirales paraboliques vartico-centrales à l'infini, doit toujours être à la circonférence du cercle qui passe par le point d'attouchement correspondant E , lequel se trouve alors sur l'axe AX , c'est-à-dire, à la circonférence du cercle circonscrit à cette révolution :: mn . i. De sorte que ce fera comme m , $2m$, $3m$, $4m$, $5m$, $6m$, $7m$, &c. à l'unité, selon que le nombre n des révolutions complètes en question, sera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. quel que puisse être le degré m de ces Spirales à l'infini.

Le même rapport pour le cas des Touchantes à la fin de telle révolution complète qu'on voudra.

Ainsi dans la Spirale, par exemple, d'Archimede, laquelle donne $m = 1$, & qui par-là fait aussi que chaque soûtangente de cette Spirale à la fin de tel nombre n qu'on voudra de ses révolutions complètes, doit toujours être à la circonférence du cercle circonscrit, ou qui passe par le point d'attouchement correspondant :: n . i. c'est-à-dire, comme le nombre des révolutions complètes qui (*hyp.*) s'y termine, est à l'unité : De sorte que la soûtangente qui répond à la fin de la première révolution de cette Spirale d'Archimede, sera égale à la circonférence du cercle qui passe par-là, & qui a le même centre que cette Spirale, c'est-à-dire, du

cercle $ABYA$ circonscrit à cette premiere révolution qui (art. 9. & 13.) finit en A , la sôutangente qui répond à la fin de la seconde révolution, sera double de la circonférence du cercle circonscrit à cette seconde révolution; celle qui répond à la fin de la troisieme révolution, sera triple de la circonférence circulaire pareillement circonscrite; à la fin de la quatrième, elle en sera quadruple; à la fin de la cinquieme, elle en sera quintuple; & ainsi à l'infini: c'est-à-dire en général que la sôutangente de la Spirale d'Archimede à la fin de tant de révolutions complètes qu'on voudra, sera toûjours à la circonférence du cercle circonscrit, ou qui (concentrique à cette Spirale) passe par son point d'atouchement correspondant, comme ce nombre de révolutions sera à l'unité. Ce qui fait voir que toute la doctrine d'Archimede sur les Tangentes des Spirales, comprise dans les vingt premieres propositions du Traité qu'il en a fait, n'est qu'un Corollaire très-limité de celle-ci, dont un plus grand détail seroit également facile pour toutes les autres valeurs de m à l'infini.

Rapport des mêmes sôutangentes reprises en général, à la circonférence du cercle circonscrit à la premiere révolution complète des Spirales touchées en quelque endroit que ce soit.

XVIII. Voilà (art. 15. 16. & 17.) pour le rapport général des sôutangentes CT de toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales entr'elles & aux circonférences circulaires qui, concentriques à ces Spirales, passent par leurs points d'atouchement E correspondans. Voici presentement celui de toutes ces mêmes sôutangentes à la circonférence du cercle $ABYA$ circonscrit (art. 9. & 13.) à la seule premiere révolution complète de ces Spirales.

Les art. 15. & 2. le donneront aussi en général :: $mcn^{\frac{n+1}{m}}$.

$c :: mn^{\frac{n+1}{m}}$. I. quelques soient les nombres m & n , entiers ou rompus, il n'importe: c'est-à-dire, pour toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, que chacune de de leur sôutangentes à la fin de telle révolution complète ou incomplète qu'on voudra faire signifier à n , sera toûjours à la circonférence du cercle $ABYA$ circon-

crit à la premiere de leurs révolutions :: $mn^{\frac{n+1}{m}}$. I.

Ainsi la Spirale ; par exemple, d'Archimede , donnant $m=1$, elle aura par tout chacune de ses sôutangentes CT , à la circonférence du cercle $ABYA$ circonscrit à la premiere Evolution :: n^2 . 1. c'est à dire, comme le quarré du nombre (n) de ses révolutions comprises entre son centre C & son point d'attouchement E correspondant , est à l'unité D'où l'on voit que toutes celles de ces sôutangentes dont les points d'attouchement correspondans se trouveront à la fin des révolutions complètes de cette Spirale , doivent être à la circonférence du cercle $ABYA$ circonscrit à la premiere révolution , comme les quarrés des nombres naturels 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, &c. à l'unité , selon que le nombre n des revolutions complètes sera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. Ce qui s'accorde parfaitement avec les art. 15. & 17.

On trouvera de même tous les rapports que les sôutangentes qui repondent à la fin de tel nombre de révolutions complètes ou incomplètes qu'on voudra faire signifier à n dans tout ce que les différentes valeurs de m peuvent exprimer d'autres Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, doivent avoir à la circonférence du cercle $ABYA$ circonscrit à la premiere révolution de chacune de ces Spirales ; ainsi nous ne nous arrêterons pas davantage à leurs Tangentes. Passons à leurs Espaces.

XIX. Quant aux Espaces que ces Spirales paraboliques comprennent , on a vû (art. 14.) que $EF = \frac{y dx}{a}$ = $\frac{mcy^m dy}{a^{m+1}}$; & qu'ainsi le triangle élémentaire ECF ($\frac{y dx}{2a}$) ou $ECe = \frac{mcy^{m+1} dy}{2a^{m+1}}$. Donc , en intégrant , l'on aura

$\frac{mcy^{m+1}}{2m+4 \times a^{m+1}}$, ou (à cause de l'équation $cy^m = xa^m$ de

l'art. 13.) $\frac{m \times y^2}{2m+4 \times a}$ pour tout ce que ces triangles forment de couches d'espace les unes sur les autres , entre ces Spirales & leur rayon CE (y) , selon (art. 2.) que x est moind.

L ij

Somme des couches d'espace comprises les unes sur les autres entre les Spirales paraboliques vertico-centrales depuis leur centre jusqu'à tel de leurs rayons qu'on voudra.

84 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

dre , égale , ou plus grande que a . Par conséquent cette somme de couches d'espaces spiraux , doit être à un pareil nombre de couches d'espaces circulaires compris dans le secteur ou produit $\frac{x^2}{2a}$ (fait de ce rayon CE (θ) , & d'un arc $\frac{x}{a}$ décrit de ce même rayon & semblable à x) :: m .

$$m+2.$$

Déroulement de ces spirales en Paraboles plus élevées d'un degré que leurs Paraboles génératrices.

XX. On peut encore trouver ces espaces spiraux en déroulant leurs Spirales a la maniere de M. Bernoulli Professeur à Groningue , rapportée dans les Actes de Leipſik de 1691. pag. 16. & 17. par M^r son frere Professeur à Bâle. Pour cela soit CQ perpendiculaire en C sur CX prolongée vers x , & qui soit rencontrée en Q, q , par les arcs de cercles EQ, eq , décrits du centre C , & des rayons CE, Ce . Imaginons ensuite une Courbe CLI dont les appliquées QL, ql , parallèles à Cx , & (*hyp.*) indéfiniment proches l'une de l'autre , ayent $RL = EF$ (*art.* 14.) $= \frac{y dx}{a} = \frac{mcy^m dy}{a^{m+1}}$ pour différence. Il est visible que si l'on intègre cette différence , l'on aura $\frac{mcy^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}}$ pour la valeur de chacune de

ces appliquées QL, ql , ou de leurs égales CN, Cn , en faisant LN, ln , parallèles à CQ : de sorte qu'ayant déjà (*art.* 2.) $LN=y$, si l'on fait aussi $CN=v$, l'on aura $v = \frac{mcy^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}}$ pour l'équation de la Courbe CLI

qu'on voit être une Parabole plus élevée d'un degré que la génératrice CHV de la Spirale proposée , laquelle génératrice avoit (*art.* 13.) $z a^{m-1} = y^m$ pour son équation. Donc en général toutes les Spirales paraboliques verticales à l'infini , doivent se dérouler ainsi en Paraboles plus élevées d'un degré que leurs Paraboles génératrices.

Par exemple , la Spirale d'Archimede ayant $m=1$, doit se dérouler en une Parabole dont l'équation soit $v = \frac{cy^2}{2a^2}$, c'est-à-dire , en la Parabole ordinaire du même Archimede ou d'Apollonius , ainsi que Détonville & d'au-

tres l'ont trouvé ; au lieu que l'équation générale $z a^{m-1} = y^m$ des Paraboles génératrices des Spirales en question, se réduisant ici à $z=y$, fait voir que la génératrice de la Spirale d'Archimede, est un triangle qui (suivant cette équation) peut passer pour une Parabole moindre d'un degré que celle d'Apollonius. Et ainsi des autres Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini.

XXI. De ce que (art. 20) $Rl = Qq = Fe$, $RL = FE$, Longueur de la Spirale, & que les angles sont droits en R & en F , il suit aussi que $Ll = Ee$; & ainsi de tous les autres élémens correspondans de la Courbe CLI , & de la Spirale $COZAK$. Donc (en intégrant) l'arc parabolique CL se trouvera toujours égal à l'arc Spirale $COZAE$ correspondant. Ainsi (art. 20.) on peut encore dire en général que les arcs des Spirales paraboliques vertico-centrales de tous les genres, sont toujours égaux aux arcs correspondans de Paraboles plus élevées d'un degré que les génératrices de ces Spirales ; & que par conséquent ces arcs de Spirales sont toujours rectifiables.

1°. Tant que l'Exposant (m) du degré de leurs Paraboles génératrices est une fraction positive, dont le Numérateur est l'unité, & le Dénominateur un nombre pair quelconque. Car l'équation $v = \frac{mcy^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}}$ de l'art.

$$\begin{aligned} 20. \text{ donnant } dv &= \frac{mcy^m dy}{a^{m+1}}, \text{ l'on aura } \sqrt{dv^2 + dy^2} = \\ &= \sqrt{\frac{mmccy^{2m} dy^2}{a^{2m+2}} + dy^2} = \frac{dy \sqrt{mmccy^{2m} + a^{2m+2}}}{a^{m+1}} = \frac{mcdy}{a^{m+1}} \times \\ &\times \sqrt{y^{2m} + \frac{a^{2m+2}}{mmcc}} (\mathcal{A}). \end{aligned}$$

Or on sçait que $ay^p dy \times y^q + b$ est intégrable lorsque $\frac{p+q}{2} - 1$ est un nombre entier & positif, ou zero. Donc ayant ici $p=0$, & $q=2m$, la precedente différentielle (\mathcal{A}) sera aussi intégrable si $\frac{0+2m}{2} - 1$ ou $\frac{1}{2m} - 1$ est un nombre entier & positif, ou zero.

Pour voir quelle doit être m pour cela, soit un nombre entier positif indéterminée $n = \frac{1}{2m}$; & conséquemment

$m = \frac{1}{2n}$, ou $2m = \frac{1}{n}$: cette hypothèse rendra $\frac{1}{2m} - 1 = n - 1$, nombre entier & positif, ou zero, selon qu'on prendra l'entier & positif $n > 1$, ou $n = 1$. Ce qui fait voir que la précédente différentielle A des précédents arcs de Spirales, sera intégrable, & conséquemment ces arcs rectifiables, tant que m y sera égale à une fraction positive, dont le Numérateur soit l'unité, & le Dénominateur double d'un nombre entier & positif plus grand que l'unité, ou égal à elle; ce qui rend ce Dénominateur un nombre pair quelconque. *Ce qu'il falloit ici 1°. faire voir.*

2°. Ces arcs de Spirales seront aussi rectifiables, même lorsqu'on suppose m de leurs Paraboles génératrices, sera une fraction négative, dont le Numérateur soit l'unité, & dont le Dénominateur soit un nombre impair quelconque au-dessus de l'unité. Car l'équation $v = \frac{mcy^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}}$ de

l'ar. 20. venant (nomb. 1.) de donner $\sqrt{dv^2 + dy^2} = \sqrt{\frac{m m c c y^{2m} dy^2}{a^{2m+2}} + dy^2}$, l'on aura aussi $\sqrt{dv^2 + dy^2} =$

$= y^m dy \sqrt{\frac{m m c c}{a^{2m+2}} + \frac{1}{y^{2m}}} (B)$ pour l'élément des arcs en question, lequel comparé à $ay^p dy \sqrt{y^q + b}$, qu'on sçait être intégrable tant que $\frac{p+1}{q} - 1$ sera un nombre entier & positif, ou zero: cette comparaison rendant $m = p$, & $-2m = q$, & en conséquence $\frac{m+1}{-2m} - 1 = \frac{p+1}{q} - 1$, l'on voit que tant que $\frac{m+1}{-2m} - 1$ sera un nombre entier & positif, ou zero, l'élément B des arcs spiraux en question, sera aussi intégrable, & ces arcs rectifiables.

Pour voir quelle doit être ici m pour cela, soit présentement $\frac{m+1}{-2m} = n$ nombre entier & positif plus grand que

l'unité, ou égal à elle : Cette hypothèse rendra $\frac{m+1}{m-1} = 1$
 $= n - 1$, nombre entier & positif, ou zero : cas auquel
 on vient de voir que l'élément B de ces arcs spiraux en
 question est intégrable, & eux rectifiables. Or ce cas
 rend $m = \frac{1}{2n+1}$. Donc ce cas de m égale à une fraction
 négative, qui a l'unité pour Numérateur, & dont le Dé-
 nominateur est un nombre impair quelconque au dessus
 de l'unité, rend aussi rectifiables les arcs spiraux dont il
 s'agit ici. *Ce qu'il falloit 2°. faire voir.*

XXII. Enfin de ce que (art. 10.) $Nn = LR = EF$,
 & $NL = CQ = CE$, il suit que le quadrilatère élémen-
 taire $NLln$ doit être double du triangle élémentaire
 correspondant ECe , & ainsi de leurs intégrales. Donc
 l'espace parabolique CLN (fait de tous ces quadrilaté-
 res) doit être double de ce que l'arc spiral correspondant
 $COZAK$ renferme de couches d'espace (fait de tous ces
 triangles) entre lui & son plus grand rayon CE . Or l'é-
 quation de la Parabole CLI étant (art. 10.) $y = \frac{mcy^{n+1}}{m+1 \times a^{n+1}}$,

*Autre manière
 de trouver les
 sommes de cou-
 ches des espaces
 spiraux de l'art.
 de 19.*

on sait que l'espace CLN doit être $= \frac{mcy^{n+1}}{m+2 \times a^{n+1}}$.

Donc cette somme de couches d'espace spiral, doit être

$= \frac{mcy^{n+1}}{2m+4 \times a^{n+1}}$ (à cause de l'équation $cy^n = xa^n$ de
 l'art. 13.) $= \frac{mxy}{2ms+4a}$, comme dans l'art. 19.

XXIII. Par la même raison, si l'on prend un autre
 point quelconque Z entre C & E sur la Spirale en ques-
 tion, & qu'on fasse son rayon $ZC = r$; l'on aura aussi

$\frac{mcr^{n+1}}{2m+4 \times a^{n+1}}$ pour tout ce qu'il y aura de plans ou de

*Ce qu'il y a de
 ces espaces Spi-
 raux en une ou
 p. fleur; couches
 entre deux quel-
 conques de leurs
 rayons.*

couches d'espace entre le rayon ZC de cette Spirale, &
 son arc COZ compris depuis son centre C jusqu'à ce rayon.
 Donc tout ce qu'il y a d'espace Spiral depuis ZC jusqu'à

la plus grande EC (en une ou en plusieurs couches) sera

$$\frac{mcy^{m+1} - mcry^{m+1}}{2m+4 \times a^{m+1}}. \text{ Par conséquent en prenant } f \text{ pour}$$

la différence dont la plus grande EC (y) surpasse ZC (r), c'est

à dire, $y - f = r$, ou $mcy^{m+1} = mc \times y - f^{m+1}$, l'on aura

$$\frac{mcy^{m+1} - mc \times y - f^{m+1}}{2m+4 \times a^{m+1}} \text{ pour ce qu'il y aura d'espace (en une}$$

ou en plusieurs couches) entre ZC & la plus grande EC .

*Rapport général
de ces espaces Spi-
raux compris (en
une ou plusieurs
couches) entre
deux rayons quel-
conques, à la cir-
conférence du cer-
cle circonscrit, ou
dans le rayon so-
us le plus grand
de ses deux-ci.*

XXIV. Cela étant, si l'on considère que cette EC (y) est le rayon du cercle circonscrit, que la circonférence de ce cercle est $= \frac{2\pi}{a}$, & son aire $= \frac{\pi y^2}{2a}$, l'on aura cet espace spi-

$$\text{ral à celui de ce cercle} :: \frac{mcy^{m+1} - mc \times y - f^{m+1}}{2m+4 \times a^{m+1}} \times \frac{\pi y^2}{2a} ::$$

$$\frac{mcy^{m+1} - mc \times y - f^{m+1}}{m+2 \times a^m} \cdot yy. \text{ De quelque nombre de cou-}$$

ches que soit fait ce même espace Spiral compris entre ZC & la plus grande EC .

Ainsi dans la Spirale, par exemple, d'Archimede, laquelle donne $m=1$, cet espace Spiral sera toujours par tout à son cercle circonscrit :: $\frac{y^2 - y - f^2}{3a} \cdot yy ::$

$\frac{3yy - 3ff + f^3}{3a} \cdot yy$. De sorte que si c'est à la fin des révolutions complètes qu'il s'agisse de trouver l'espace de chacune, ayant alors $f=a$ distance de l'une à l'autre, & $y=na$ en prenant n pour un nombre entier qui soit celui de ces révolutions complètes; l'espace Spiral de la dernière de ces révolutions exprimées par n , sera toujours ici à son cercle circonscrit :: $\frac{3nna^2 - 3na^2 + a^3}{3a} \cdot nn aa ::$

$3nn - 3n + 1 \cdot 3nn$. Ce qui joint à l'art. 17. comprend tout le traité d'Archimede *De Spiralibus*.

*Autre manière
de trouver le mé-
me rapport.*

XXV. Pour trouver encore la même chose d'une autre manière, & en général pour toutes fortes de Spirales, vertico-

vertico-centrales à l'infini, soient encore la plus grande CE (y) & CZ ($y-f$) deux rayons d'une même Spirale, à chacun desquels finisse tel nombre qu'on voudra de révolutions telles qu'on voudra aussi, à commencer en C de part & d'autre ; soit presentement n un nombre entier ou rompu (il n'importe) qui exprime le nombre de révolutions complètes ou incomplètes terminées à la plus grande CE (y), lequel nombre surpasse d'une différence ou excès quelconque e le nombre des révolutions complètes ou incomplètes qui se terminent à CZ ($y-f$), en sorte que $n-e$ exprime aussi ce dernier nombre de révolutions : il faut chercher d'abord la valeur du rayon CZ ($y-f$). Pour cela je considère que puisque (*hyp.*) n & $n-e$ sont les nombres de ce qu'il y a de révolutions complètes ou incomplètes depuis C jusqu'à la plus grande CE (y), & jusqu'à CZ ($y-f$) ; l'on aura (*art. 2.*) $nc = x$ pour le chemin que le point B (fixe sur la Règle CP) fait autour de C pendant toutes les révolutions qui se terminent à la plus grande CE (y), & $nc-e = x$ pour celui que fait de même ce point B de la Règle CP autour de C pendant toutes les révolutions qui se terminent à CZ ($y-f$). De sorte que suivant l'Analogie de l'équation générale $cy^m = x a^n$ de l'article 13. l'on aura $nc : y^m :: c. a^n :: nc-e : y-f^m$. Et par conséquent $y-f^m = \frac{nc-e}{nc} \times y^m = \frac{n-e}{n} \times y^m$,

$$\text{ou } y-f = \frac{\frac{n-e}{n} \times y^m}{y^{\frac{m}{n}}} \times y, \text{ ou bien aussi } y-f^{m+1} = \frac{\frac{n-e}{n} \times y^{m+1}}{\frac{n+1}{n}} \times y^{m+1}.$$

Donc en substituant cette valeur de $y-f^{m+1}$ dans l'Analogie générale de l'art. 14. l'on aura $\frac{my^{m+1} - m \times y-f^{m+1}}{m+1 \times a^n}$

$$= \frac{\frac{n+1}{n} - \frac{n-e}{n}}{\frac{n+1}{n}} \times \frac{my^{m+1}}{m+1 \times a^n}. \text{ Par conséquent en gé-}$$

ral suivant ce même art. 14. l'espace spiral parabolique ver-

rico-central de tous les genres, & d'autant de couches ou de révolutions complètes ou incomplètes (à commencer par la dernière, c'est à dire, par le point E) qu'en marque le nombre e , sera toujours à son cercle circonscrit, ou décrit du

plus grand rayon $CE(y) :: \frac{n^{\frac{n+1}{m}} - n^{\frac{n+1}{m}}}{n^{\frac{n+1}{m}}} \times \frac{m y^{m+1}}{m+2 \times a^m} . yy ::$

$\frac{n^{\frac{n+1}{m}} - n^{\frac{n+1}{m}}}{n^{\frac{n+1}{m}}} \times \frac{m y^m}{m+2} . a^m$ (à cause que l'art. 13. donne

$a^m = \frac{cy^m}{x}$, & qu'on suppose $x = nc$) : $\frac{n^{\frac{n+1}{m}} - n^{\frac{n+1}{m}}}{n^{\frac{n+1}{m}}} \times$

$\frac{m y^m}{m+2} . \frac{cy^m}{nc} :: \frac{n^{\frac{n+1}{m}} - n^{\frac{n+1}{m}}}{n^{\frac{n+1}{m}}} . \frac{m+2}{m} \times n^{\frac{1}{m}} .$

Troisième manie-
re de trouver le
même rapport.

XXVI. Tout cela se peut encore trouver en général d'une manière encore plus simple, en continuant de supposer $x = nc$, quelque nombre de révolutions complètes ou incomplètes depuis C jusqu'à $EC(y)$ que le nombre n (entier ou rompu) puisse signifier. Car alors ayant

$y = an^{\frac{1}{m}}$, comme dans l'art. 15. la substitution de ces valeurs de x & de y dans la valeur (art. 19. & 22.) générale $\frac{mxy}{2ma+4a}$ de tout ce qu'il y a de couches d'espace Spiral les unes sur les autres dans tout ce que n marque de révolutions,

donnera aussi $\frac{mncan^{\frac{1}{m}}}{2ma+4a}$, ou $\frac{macn^{\frac{m+1}{m}}}{2m+4}$ pour une pareille valeur de cette même somme de couches d'espace Spiral.

Par la même raison, si au lieu de n on met $n-e$ pour un moindre nombre quelconque de révolutions complètes ou incomplètes depuis C jusqu'à CZ , quel que soit encore le nombre e , entier ou rompu, il n'importe, on trouvera

de même $\frac{mac \times n^{\frac{n+1}{2}} - e^{\frac{n+1}{2}}}{2m+4}$ pour toutes les couches d'espace Spiral, marquées par n depuis C jusqu'à E la plus éloignée de C , moins ce que le nombre e en marque depuis Z jusqu'à cette E : c'est-à-dire, pour ce qu'il y en aura depuis C jusqu'à Z .

Donc en retranchant cette valeur de la précédente,

l'on aura $\frac{macn^{\frac{n+1}{2}} - mac \times n^{\frac{n+1}{2}} - e^{\frac{n+1}{2}}}{2m+4}$ pour la valeur générale de ce que ce nombre e marque de couches d'espace Spiral depuis Z jusqu'à E la plus éloignée de C . De sorte que si

l'on considère que (art. 16.) $cn^{\frac{1}{2}}$ est la circonférence du cercle circonscrit dont la plus grande CE (r) $= an^{\frac{r}{2}}$ seroit le rayon,

& que par conséquent son aire est $= \frac{acn^{\frac{1}{2}}}{2}$; l'on aura tout ce

que le nombre e (quel qu'il soit) marque de couches d'espace Spiral entre Z & E la plus éloignée de C , à ce cercle circosf. ::

$$\frac{macn^{\frac{n+1}{2}} - mac \times n^{\frac{n+1}{2}} - e^{\frac{n+1}{2}}}{2m+4} : \frac{acn^{\frac{1}{2}}}{2} :: \frac{mn^{\frac{n+1}{2}} - m \times n^{\frac{n+1}{2}}}{m+2}.$$

$$n^{\frac{1}{2}} :: n^{\frac{n+1}{2}} - n - e^{\frac{n+1}{2}} : \frac{n+1}{m} \times n^{\frac{1}{2}}.$$

Ainsi que dans le précédent art. 15. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

XXVII. Donc en prenant présentement n & e pour deux nombres entiers quelconques, dont e soit le moindre à discrétion, ce rapport général deviendra celui que la somme des couches d'espace Spiral paraboliques vertico-central, d'autant de révolutions complètes (à commencer par la dernière) que le nombre e renferme d'unités, aura à son cercle circonscrit. D'où l'on voit aussi qu'en faisant $e = 1$, l'espace Spiral de la dernière d'autant de révolutions complètes qu'on voudra en faire signifier à n , se trouvera toujours à ce cercle circonscrit ::

Le même rapport pour le cas des couches d'espace complètes, ou de révolutions complètes, ou quel que nombre qu'elles soient.

$\frac{n+1}{n} - \frac{n+1}{n-1} \cdot \frac{n+1}{n} \times n^{\frac{1}{2}}$. Ce qui servira de Regle

générale pour discerner les valeurs des différentes couches d'espaces Spiraux paraboliques de tous les genres, engendrés (comme dans l'art. 13.) par des révolutions complètes différentes, & prises à discrétion.

Par exemple, pour la Spirale d'Archimede, laquelle donne $m=1$, ce rapport général donnera toujours l'espace Spiral de la dernière d'autant de révolutions complètes qu'on en voudra exprimer par le nombre entier n , à son cercle circonscrit :: $n^3 - n - 1$. $3n^2 :: 3nn - 3n + 1$, $3nn$. comme on l'a déjà vû dans l'art. 14. Ainsi la première révolution complète de cette Spirale d'Archimede, donnant $n=1$, l'espace en sera à son cercle circonscrit $ABYA :: 1. 3$. L'espace de la seconde révolution complète, laquelle donne $n=2$, sera de même à son cercle circonscrit :: 7. 12. Dans la troisième complète, laquelle donne $n=3$, ce sera :: 19. 27. Dans la quatrième, qui donne $n=4$, ce sera :: 37. 48. &c.

Si l'on suppose $m=2$, en sorte que l'équation (art. 13.) de la Spirale soit $cy = ax^2$: en ce cas le précédent rapport général donnera l'espace Spiral de la dernière de tant de révolutions complètes qu'on voudra, à son cercle circonscrit :: $n^3 - n - 1$. $2n :: 2n - 1$. $2n$. Ainsi dans la première révolution complète, qui donne $n=1$, ce sera :: 1. 2. Dans la seconde, qui donne $n=2$, ce sera :: 3. 4. Dans la troisième, qui donne $n=3$, ce sera :: 5. 6. Dans la quatrième, qui donne $n=4$, ce sera :: 7. 8. &c.

Si l'on suppose au contraire $m=\frac{1}{2}$, en sorte que l'équation (art. 13.) de la Spirale soit $cy^{\frac{1}{2}} = ax^{\frac{1}{2}}$, ou $cy = ax$: en ce cas le précédent rapport général donnera l'espace Spiral de la dernière de tant de révolutions complètes qu'on voudra, à son cercle circonscrit :: $n^3 - n - 1$. $5n^2 :: 5n^2 - 10n + 10nn - 5n + 1$. $5n^2$. Ainsi dans la première révolution complète, qui donne $n=1$, ce sera :: 1. 5. Dans la seconde, qui donne $n=2$, ce sera :: 31. 80.

Dans la troisième, qui donne $n=3$, ce sera :: 211. 405. Dans la quatrième, qui donne $n=4$, ce sera :: 781. 1280. &c. Et ainsi de toutes les autres Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, pour chacune desquelles le précédent rapport général fournira de même une expression littérale, qui détaillée comme cy-dessus, donnera tous les rapports de leurs espaces (pris un à un par révolutions complètes) aux cercles circonscrits.

C'est ainsi que la Table suivante a été faite, & qu'on la peut continuer à l'infini selon les différentes valeurs de n qu'on lui substituera dans la précédente Analogie générale, en y prenant successivement n pour des nombres entiers qui suivent l'ordre des nombres naturels, comme dans la première colonne de la Table, où ils marquent chacun la dernière d'autant de révolutions complètes pour chaque valeur de n , qu'il contient d'unités; ce qui détermine les valeurs correspondantes de l'espace Spiral de chaque révolution complète, à son cercle circonscrit, pour chaque valeur de n qui se trouve au-dessus d'elles.

Nombre n des révolutions complètes.	Si $n=1$		Si $n=2$		Si $n=\frac{1}{2}$	
	Espaces.	Cercles.	Espaces.	Cercles.	Espaces.	Cercles.
1	1	3	1	2	1	5
2	7	12	3	4	31	80
3	19	27	5	6	211	405
4	37	48	7	8	781	1280
5	61	75	9	10	2101	3125
6	91	108	11	12	4651	6480
7	127	147	13	14	9031	12005
8	169	192	15	16	15961	20480
9	217	243	17	18	26281	32805
10	271	300	19	20	40951	50000
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.

&c.

XXVIII. Si l'on veut présentement comparer l'espace Spiral compris entre deux rayons quelconques de chacune de ces Spirales paraboliques vertico-centrales au seul cer-

Rapport général
des espaces Spiral
entre deux rayons : C.
à la circonférence
du cercle de la
première révolution
com.

de $ABYA$ de la 1^{re} révolution, il n'y a qu'à considérer que suivant les noms de l'art. 2. l'aire de ce cercle est $= \frac{ac}{2}$, &

que (art. 26.) $\frac{macn^{\frac{n+1}{2}} - mac \times n - e^{\frac{n+1}{2}}}{2m+4}$ est aussi la valeur

générale de ce que le nombre e (entier ou rompu) marque de couches d'espace Spiral depuis Z jusqu'à E la plus éloignée de C . Car alors cette somme de couches (complètes ou incomplètes) d'espace Spiral parabolique vertico-central de tous les genres, se trouvera être en général à ce

cercle $ABYA$ de la 1^{re} révolution :: $\frac{macn^{\frac{n+1}{2}} - mac \times n - e^{\frac{n+1}{2}}}{2m+4}$.

$\frac{ac}{2} :: n^{\frac{n+1}{2}} - n - e^{\frac{n+1}{2}} \cdot \frac{m+1}{m}$. quels que soient les nombres exprimés par m, n, e , entiers ou rompus, il n'importe.

De sorte qu'en prenant présentement n & e pour des nombres entiers, afin de rendre toutes ces couches complètes; ce rapport sera encore celui d'autant de couches complètes d'espace Spiral parabolique vertico-central de tous les genres (à commencer par la dernière) qu'il y aura d'unités dans e ; au même cercle $ABYA$ de la première révolution.

D'où l'on voit que si l'on fait enfin $e=1$, l'espace Spiral de la dernière d'autant de révolutions complètes que le nombre n contient d'unités, se trouvera aussi être au

cercle $ABYA$ de la première révolution :: $n^{\frac{n+1}{2}} - n - 1^{\frac{n+1}{2}} \cdot \frac{m+1}{m}$.

Ce qui servira encore de Règle générale pour discerner les rapports de différentes couches d'espaces Spiraux paraboliques vertico-centraux de tous les genres, & de révolutions complètes, au cercle $ABYA$ de la première. Le détail & la Table s'en feront comme ceux de l'art. 27.

*Replacé par le
détail des
proportions.*

XXX. Il est à remarquer dans les deux articles précédens 27. & 28. que si au lieu d'y prendre e pour l'unité, on l'eût prise pour telle fraction, ou portion de l'unité,

que l'on auroit voulu ; la formule générale de chacun de ces deux articles , auroit donné de même le rapport de pareilles portions d'une couche d'espace Spiral de telle révolution complète que le nombre entier n puisse exprimer : Par exemple , d'un demi , d'un tiers , d'un quart , d'un cinquième , &c. de cette couche d'espace Spiral à son cercle circonscrit ou de la dernière révolution dans l'art. 27. & au cercle de la première révolution dans l'art. 28. selon que l'on auroit pris e pour $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, &c. De sorte que ces deux articles 27. & 28. fournissent ensemble le moyen de comparer & de trouver le rapport de telle couche qu'on voudra , entière ou par parties quelconques , d'espace Spiral parabolique vertico-central de quelque genre que ce soit , à son cercle circonscrit , ou à celui de la première révolution.

Les art. 25. & 26 fournissent aussi la manière d'en comparer plusieurs couches complètes ou incomplètes à la fois à leur cercle circonscrit ; d'où l'on voit, ainsi que dans l'art. 28. la manière de les comparer de même au seul cercle de la 1^{re} révolution. L'art. 26. donne enfin la manière de comparer toutes ces couches d'espaces entr'elles , une ou plusieurs à la fois , même dans des Spirales différentes. Tout cela joint aux art. 15. 16. 17. & 18. où l'on voit de même la manière de comparer les soutangentes de toutes ces Spirales entr'elles , & aux circonférences circulaires qui (concentriques à ces Spirales) passent par leurs points d'attouchement correspondant , & aussi à la circonférence du seul cercle de la première révolution : Tout cela , dis-je , marque assez la fécondité de la méthode qu'on fait ici. En voici encore un autre exemple.

EXEMPLE II.

XXX: Si l'on suppose que la Courbe génératrice HHV soit une hyperbole asymptotique générale dont C soit le centre , & GV , CX , les asymptotes ; les Spirales hyperboliques de tous les genres , qui en doivent résulter , s'en déduisent avec leurs dépendances de même qu'on le vient de

Spirales hyperboliques asymptotiques, appelées ici cocentrals pour les distinguer de ceux qu'on peut encore trouver d'autres Spirales

hyperboliques a-
symptotiques.

FIG. V.

voir des Spirales paraboliques de l'exemple premier. Mais si l'on veut abréger, & se servir de ce qui se trouve démontré de ces Spirales paraboliques dans ce premier exemple, il faut encore prendre ici AD pour une ordonnée de HHV , & considérer que de même qu'il n'y a qu'à rendre négatif l'exposant m de l'équation parabolique $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$ de

l'art. 13. pour en faire l'équation générale $z = \frac{y^{-m}}{a^{-m-1}}$, ou $xy^m = a^{m+1}$ de toutes les hyperboles entre asymptotes à l'infini; il n'y a aussi qu'à rendre négatif l'exposant m de l'équation générale $xa^m = cy^m$ de toutes les Spirales paraboliques de l'art. 13 pour en faire $xy^m = ca^m$, qui est aussi l'équation de toutes les Spirales hyperboliques correspondantes à l'infini, dans lesquelles la transformation précédente de m positive en négative, la rend ici positive pour toute la suite de cet exemple. En voici les conséquences en supposant les mêmes noms que dans l'art. 13.

Les Spirales hyperboliques dont il s'agit ici, ayant les mêmes centres que leurs hyperboles génératrices, s'appelleront dans la suite Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales, pour les distinguer de plusieurs autres que ces mêmes hyperboles prises en dedans comme en dehors, pourroient engendrer dans tout ce qu'elles peuvent avoir d'autres positions par rapport aux centres de ces Spirales. Voici les conséquences de la précédente égalité générale de ces Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales.

L'origine ou le commencement de ces Spirales hyperboliques, est à une distance infinie de leur centre.

1°. Il suit de cette égalité générale $xy^m = ca^m$ que lorsque $AMB(x)$ est $= 0$, alors $CE(y)$ en AX est infinie. Ce qui fait voir que l'origine des abscisses $AMB(x)$ étant en A , celle de ces Spirales doit être à une distance infinie de C du côté de X ; au lieu que les Spirales paraboliques vertico-centrales de l'exemple premier ont la leur en C : Et tout cela parce que (art. 5.) dans ces Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales les ordonnées $G.H$ de leurs hyperboles génératrices croissent de X vers C

en

en commençant à une distance infinie, pendant que la Regle CP tournée de A vers B suivant $ABYA$ en commençant en A ; au lieu que dans les Spirales paraboliques vertico-centrales, la Regle CP tournant de même de A vers B en commençant en A , les ordonnées GH de leurs paraboles génératrices croissent de C vers X à l'infini en commençant en C .

2°. Lorsque $AMB(x)$ est $= ABYA(c)$, l'égalité présente $xy^m = ca^m$ donne aussi $AC(a) = CE(y)$. Ce qui fait voir qu'à la fin de la première révolution, les Spirales hyperboliques dont il s'agit ici, viennent du côté de X couper en A le cercle de révolution $ABYA$, & entrent dedans pour n'en plus ressortir. Ce qui fait voir que l'arc Spiral de la première révolution est entièrement hors de ce cercle $ABYA$, & tout le reste dedans.

Elles entrent dans le cercle de révolution à la fin de la première.

3°. Lorsque $CE(y)$ sera $= 0$, c'est-à-dire, lorsque cette Spirale arrivera au centre C du cercle de révolution, alors x sera infinie. Ce qui fait voir conformément à l'art. 7. qu'elle n'y peut arriver qu'après une infinité de révolutions.

Elles arrivent au centre de ce cercle, qui est aussi le leur, qu'après une infinité de révolutions.

XXXI. En faisant encore m négative dans l'équation

$$v = \frac{mc y^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}} \text{ qu'on a vû (art. 20.) devoir être celle}$$

Déroulement de ces Spirales hyperboliques.

de toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales dérou-

$$\text{lées, ce lieu donnera aussi en général } v = \frac{-mcy^{1-m}}{-m+1 \times a^{1-m}} \\ = \frac{mca^{m-1}}{m-1 \times y^{m-1}} \text{ pour celui de toutes les Spirales hyperbo-}$$

liques asymptotiques cocentrales pareillement déroulées, en prenant toujours v pour les abscisses des Courbes qui en résultent, sur lesquelles abscisses les ordonnées perpendiculaires sont égales aux $y(CE)$ correspondans de ces Spirales. D'où l'on voit,

1°. Que lorsque $m > 1$, ces Spirales-ci se déroulent en hyperboles exprimées par ce même lieu $v = \frac{mca^{m-1}}{m-1 \times y^{m-1}}$.

Quand elles se déroulent en hyperboles.

Quand elles se déroulent en paraboles.

2°. Lorsque $m < 1$, ces mêmes Spirales se déroulent en Paraboles, dont le lieu (tiré du précédent) est $v =$

$$= \frac{mcy^{1-m}}{1-m \times a^{1-m}}, \text{ ou } v = \frac{-mcy^{1-m}}{1-m \times a^{1-m}} = \frac{mcy^{1-m}}{1-m \times a^{1-m}}$$

sur l'axe renversé des hyperboles précédentes, & le Pa-

$$\text{rametre} = \frac{mc}{1-m \times a^{1-m}}.$$

Et quand elles se déroulent en logarithmique ordinaire.

3°. Mais lorsque $m = 1$, alors chacune de ces équations (n. 1. & 2.) ne donnant que v infinie, je remonte à leur différentielle qui me donne ici $-dv = \frac{c dy}{y}$ pour celle de la Courbe résultante du déroulement de la Spirale hyperbolique de ce cas. D'où l'on voit qu'elle se déroule en une logarithmique ordinaire dont la soûtangente vaut la circonférence $ABYA$ (c) du cercle de révolution.

Longueurs de ces Spirales.

XXXII. Il suit aussi de ces déroulemens (art. 20.) que les longueurs de ces Spirales hyperboliques sont précisément les mêmes (par parties correspondantes) que celles des Courbes qui en sont déroulées. Par conséquent que celles de ces Spirales qui se déroulent (art. 31. n. 2.) en Paraboles, seront rectifiables.

1°. Tant que l'Exposant (m) du degré des hyperboles génératrices, sera une fraction positive dont le Numérateur soit l'unité, & le Dénominateur un nombre impair quelconque au-dessus de l'unité. Car puisque l'équation

$$v = \frac{mcy^{1-m}}{1-m \times a^{1-m}}$$

$$= \frac{mcy^{1-m} dy}{a^{1-m}} = \frac{mca^{m-1} dy}{y^m}, \text{ l'on aura } \sqrt{dv^2 + dy^2}$$

$$= \sqrt{\frac{mmcca^{2m-2} dy^2}{y^{2m}} + dy^2} = \frac{dy}{y^m} \sqrt{mmcca^{2m-2} + y^{2m}}$$

$= y^{-m} dy \sqrt{mmcca^{2m-2} + y^{2m}} (A)$. Or on sait que $ay^b dy \times y^c + b$ est intégrable lorsque $\frac{b+c}{a}$ est un nombre entier & positif, ou zero. Dont la précédente diffé-

rentielle A , qui a $-m = p$, & $2m = q$, sera intégrable tant que $\frac{-m+1}{2m} = 1$, c'est-à-dire $\frac{1-3m}{2m}$, sera ici un nombre entier & positif, ou zero.

Pour voir quelle doit être m pour cela, soit $\frac{1-m}{2m} = n$ prise pour nombre entier & positif quelconque plus grand que l'unité, ou égal à l'unité, afin d'avoir $n-1 = \frac{1-m}{2m} - 1 = \frac{1-3m}{2m}$ pour nombre entier & positif, ou égal à zero, & rendre ainsi intégrable la précédente différentielle A . Or il est visible que cette hypothèse de $\frac{1-m}{2m} = n$, rend $m = \frac{1}{2n+1}$. Donc cet élément A des arcs de Spirales dont il s'agit ici, sera intégrable, & conséquemment ces arcs rectifiables, tant que l'exposant m du degré des hyperboles génératrices de ces Spirales, sera une fraction positive dont le Numérateur soit l'unité, & le Dénominateur un nombre impair quelconque au-dessus de l'unité. *Ce qu'il falloit 1^o. faire voir.*

2^o. Ces arcs de Spirales sont aussi rectifiables, même lorsque cet Exposant m de leurs hyperboles génératrices, sera une fraction négative dont le Numérateur soit l'unité, & le Dénominateur un nombre pair quelconque.

Car suivant le précédent n. 1. l'on aura ici $\sqrt{dv^2 + dy^2}$

$$= \sqrt{\frac{mmcc a^{2n-1} dy^2}{y^{2m}} + dy^2} = \sqrt{\frac{mmcc y^{-2m} dy^2}{a^{2-2n}} + dy^2} =$$

$$= \frac{dy}{a^{1-n}} \sqrt{mmcc y^{-2m} + a^{2-2n}} = \frac{mcdy}{a^{1-n}} \sqrt{y^{-2m} + \frac{a^{2-2n}}{mmcc}} \quad (B)$$

pour l'élément des arcs spiraux en question, lequel comparé à $ay^p dy \times \sqrt{y^q + b}$, qu'on sçait être intégrable tant que $\frac{p+1}{q} = 1$ sera un nombre entier & positif, ou zero. Cette comparaison rendant $p=0$, $q=-2m$, & conséquemment $\frac{p+1}{q} = 1 = \frac{0+1}{-2m} = 1 = \frac{1+1}{-2m}$; l'on voit que

tant que $\frac{1+2m}{-2m}$ sera un nombre entier & positif, ou zero, le précédent élément B des arcs de Spirales en question, sera aussi intégrable, & ces arcs rectifiables.

Pour voir quelle doit être m pour cela, soit présentement $\frac{1}{-2m} = n$ prise pour un nombre entier & positif plus grand que l'unité, ou égal à l'unité, afin d'avoir $\frac{1}{-2m} - 1 = \frac{1+2m}{-2m} = n - 1$ nombre entier & positif, ou zero, & rendre ainsi intégrable la précédente différentielle B . Or il est visible que cette hypothèse de $\frac{1}{-2m} = n$, rend $m = -\frac{1}{2n}$. Donc cet élément B des arcs des Spirales dont il s'agit ici, sera intégrable, & conséquemment ces arcs rectifiables, tant que l'Exposant m du degré des hyperboles génératrices de ces Spirales, sera une fraction négative dont le Numérateur soit l'unité, & le Dénominateur un nombre pair quelconque. *Ce qu'il falloit 2°. faire voir.*

Si l'on compare les précédents nomb. 1. 2. avec les deux de l'art. 21. l'on verra que les deux mêmes valeurs de m , l'une positive & l'autre négative, chacune desquelles rend rectifiables les arcs de Spirales paraboliques dans cet art. 21. rendent aussi chacune rectifiables les arcs de Spirales hyperboliques dans le présent art. 32. avec cette seule différence qu'elles ont chacune des signes contraires dans ces deux art. 21. 32. en sorte que la valeur positive de m , positive dans l'art. 21. est négative dans le présent art. 32. & la négative dans celui-là, est positive dans celui-ci. Ce qui résulte de ce que l'Exposant positif m des Paraboles génératrices des Spirales de l'art. 21. rendu négatif, les change en Hyperboles génératrices des Spirales du présent art. 32.

*Contour de ces
mêmes Spirales.*

XXXIII. Quant au contour de toutes ces Spirales hyperboliques, on vient de voir (art. 30. n. 1.) que depuis le point N où elles sont coupées hors le cercle de révolution $ABYA$ par VC prolongée vers Q , elles vont à

l'infini du côté de X sans jamais rencontrer CX . Pour voir présentement si c'est en s'éloignant de cette droite CX , ou bien en s'en approchant comme d'une asymptote, que cela arrive ; imaginons en quelque point e à telle distance qu'on voudra du point C , avec le rayon Ce qui rencontre en b le cercle de révolution $ABYA$; soient aussi des points b & e sur CX , deux perpendiculaires $bL = Sx$ (sinus de l'arc $AMB = x$; S marque sinus) & $eK = t$.

On aura $bL (Sx). eK (t) :: Cb (a). Ce (y) = \frac{a^m}{Sx}$.

Donc $y^m = \frac{a^m t^m}{Sx^m}$; ce qui étant substitué dans l'égalité générale $xy^m = ca^m$ (art. 30.) de ces Spirales hyperboliques, donnera $\frac{x t^m}{Sx^m} = c$. De sorte que lorsque l'arc x

(Ab) sera $= dx$, c'est-à-dire infiniment petit, son sinus $Sx (bL)$ se trouvant aussi alors $= dx$, l'on aura pour lors

$$c = \frac{t^m dx}{dx^m} = t^m dx^{1-m}, \text{ ou } c^m \times c^{1-m} = t^m dx^{1-m}; \text{ d'où ré-}$$

sulte $c^m . t^m :: dx^{1-m} . c^{1-m}$. Donc

1°. Lorsque $m = 1$, l'on aura $c = t$, c'est-à-dire, qu'en ce cas la Spirale hyperbolique s'éloignera continuellement de CX depuis N du côté de X , mais seulement de la longueur eK qui a une distance infinie du point C , ne voudra que la circonférence $ABYA$ du cercle de révolution : De sorte qu'en prolongeant VC vers Q jusqu'à ce que CQ soit égale à cette circonférence, l'on aura QX (parallèle à CX) pour asymptote de cette première Spirale hyperbolique.

2°. Si $m < 1$, l'Analogie précédente $c^m . t^m :: dx^{1-m} . c^{1-m}$ donnera c^m nulle par rapport à t^m ; & par conséquent $t (eK)$ sera pour lors infinie. D'où l'on voit que toutes les Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales, dont l'exposant (m) est moindre que l'unité s'éloignent aussi continuellement de la droite CX depuis N du côté de X ,

Les unes s'éloignent continuellement de leur axe CX , sans cependant s'en éloigner que d'une distance finie.

D'autres s'en éloignent d'une distance infinie.

même jusqu'à devenir infiniment éloignées de cette droite CX ; au lieu que la précédente (n. 1.) où cet exposant (m) étoit $= 1$, ne s'en éloigne jamais plus que de la longueur de la circonférence de son cercle de révolution $ABYA$.

D'autres au contraire s'en approchent continuellement depuis un certain point, comme d'une asymptote qu'elles ne rencontrent qu'à une distance infinie.

3°. Enfin lorsque $m > 1$, l'Analogie précédente donnant $c^m . t^m :: dx^{1-m} . c^{1-m} :: \frac{1}{dx^{m-1}} . \frac{1}{c^{m-1}} :: c^{m-1} . dx^{m-1}$.

L'on aura pour lors t^m nulle par rapport à c^m , c'est-à-dire, $t(K) = 0$. D'où l'on voit que toutes les autres Spirales hyperboliques comprises dans ce dernier cas, s'approchent à l'infini de CX depuis N du côté de X , laquelle CX en devient pour cet effet l'asymptote.

Points d'inflexion de ces dernières Spirales hyperboliques.

XXXIV. Si au lieu d'infiniment éloignés qu'on vient d'imaginer entr'eux les points e , E , on les imagine à présent infiniment près l'un de l'autre, en sorte que l'arc de cercle FE (compris entre les rayons Ce , CE) soit infiniment petit; si de plus on fait $FE = dv$ constant, & le reste comme cy-dessus, la manière ordinaire (*Anal. des Infin. petits*, art. 66.) de trouver les points d'inflexion ou de rebroussement, donneroit ici $dv^2 + dy^2 - yddy$ égal à zero ou à l'infini pour la formule générale qui les donne dans les Courbe dont les ordonnées CE , Ce , &c. concourent toutes dans un même point C : de sorte que si l'on y substitue les valeurs de dv , dy , ddy , selon la nature de la Courbe en question, cette formule générale deviendra celle de cette Courbe en particulier & en déterminera le point d'inflexion ou de rebroussement si elle en a, ou fera voir qu'elle n'en a point du tout.

Or suivant les noms donnés dans l'art. 2. l'on aura ici $\frac{ydx}{x} = dv$; & l'équation générale de toutes les Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales étant (art. 30.) $xy^m = ca^m$, l'on aura aussi $y^m dx - mxy^{m-1} dy = 0$, ou $dx = \frac{mxy^{m-1} dy}{y^m} = \frac{mxdy}{y}$; & par conséquent $\frac{ydx}{x} (dv)$

$= \frac{mx dy}{a}$, ce qui donne $dy = \frac{a dv}{mx}$, & de là $ddy = -\frac{adx dv}{mx^2}$, en différentiant dy négativement, à cause que la supposition de dv (EF) constante, fait augmenter les x pendant que les dy diminuent. Donc en substituant ces valeurs de dv , dy , ddy , dans la formule générale $dv^2 + dy^2 - y ddy$, elle se changera en $\frac{y y dx^2}{aa} + dy^2 - \frac{dy dx dv}{mx^2} = \frac{y y dx^2}{aa} + dy^2 - \frac{y y dx^2}{mx^2}$ (à cause de $dx = \frac{mx dy}{y}$) $= \frac{m m x x dy^2}{aa} + dy^2 - m dy^2 = \frac{m m x x + aa - m a a}{aa} \times dy^2$ pour toutes les Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales en particulier : laquelle formule $\frac{m m x x + aa - m a a}{aa} \times dy^2$ égalee à zero, donnera $m m x x + aa - m a a = 0$; d'où résulte $x = \frac{a}{m} \sqrt{m-1}$ au point d'inflexion de ces sortes de Spirales.

Il suit de là que de toutes ces Spirales hyperboliques il n'y a que celles qui ont $m > 1$, lesquelles ayent un point d'inflexion, cette valeur de x devenant zero ou imaginaire dans toutes celles qui ont $m = 1$, ou $m < 1$. Ce qui s'accorde parfaitement avec l'art. 33. où l'on voit (*n. 3.*) que les Spirales du premier de ces trois cas-ci, sont les seules qui depuis N s'approchent de CX du côté de X , les autres s'en éloignant toujours, quoiqu'à distances différentes.

Voilà (art. 30. 31. 32. 33. & 34.) pour ce qui concerne la forme générale, les déroulemens, & les longueurs de ces Spirales hyperboliques. Voici présentement leurs Touchantes, & les espaces entiers & par couches répondantes à tel nombre de révolutions & à telle révolution particulière qu'on voudra.

XXXV. On a trouvé cy-dessus (*art. 14.*) que la soutangente générale des Spirales paraboliques vertico-centrales étoit $\frac{mxy}{a}$: Il n'y a qu'à y faire m négative, & la soutangente des Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales se trouvera $= -\frac{mxy}{a}$. Ce qui fait voir en général qu'on doit prendre ici la même soutangente que

Expression générale des soutangentes des Spirales hyperboliques dont il s'agit ici.

pour les Spirales paraboliques vertico-centrales, mais en sens contraire.

On voit aussi de là & de l'équation générale $xy^m = ca^m$ (art. 30.) des Spirales hyperboliques dont il s'agit ici, que dans celle qui a $m=1$, toutes les soutangentes sont égales chacune à la circonférence (c) du cercle de révolution $ABYA$; & par conséquent toutes égales entr'elles, & à celle de la ligne logarithmique en laquelle on a vu (art. 31. n. 3.) que cette Spirale hyperbolique se déroule; que dans toutes les autres Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales, les soutangentes croissent avec les y (CE) lorsque $m < 1$; & qu'au contraire elles diminuent à mesure que les y croissent, lorsque $m > 1$: parce que l'équation générale $xy^m = ca^m$ de ces Spirales, donnant $x = \frac{ca^m}{y^m}$, leur soutangente générale ($-\frac{mxy}{a}$) doit

aussi être $= -\frac{mca^{m-1}}{y^{m-1}}$. Tout cela revient à ce qui vient d'être dit de leurs déroulemens dans l'art. 31.

*Autre expression
générale des mé-
mes soutangentes*

XXXVI. En faisant encore m négative dans l'art. 15.

on trouvera de même $-\frac{mca^{m-1}}{y^{m-1}}$, ou $-\frac{mca^{m-1}}{n^{m-1}}$ pour l'expression générale de toutes ces soutangentes hyperboliques à la fin de telle révolution complète ou incomplète qu'on voudra exprimer par le nombre n entier ou rompu. D'où l'on voit que toutes ces soutangentes sont entr'elles

comme les $-\frac{mca^{m-1}}{n^{m-1}}$ qui les expriment quelque variété que les différentes valeurs de m puissent apporter entre les Spirales auxquelles elles appartiennent, & que dans la même de ces Spirales, quelle qu'elle soit, ces soutangen-

tes sont toujours comme les $-\frac{mca^{m-1}}{n^{m-1}}$ correspondans: c'est à dire, comme $m \frac{ca^{m-1}}{n^{m-1}}$ dans le premier cas, & comme $n \frac{ca^{m-1}}{n^{m-1}}$ dans le second, en prenant de part & d'autre ces soutangentes négatives de positives qu'elles étoient dans l'art. 15. qui donne tout ceci.

Ainsi

Ainsi dans la Spirale engendrée comme cy-dessus par l'hyperbole asymptotique ordinaire, qui donne $m=1$, toutes ces sôutangentes seront comme $n^{\frac{1-1}{1}} = n^0 = 1$, c'est-à-dire égales entr'elles, conformément à ce qu'on en a déjà vû dans l'art. 35. quelque nombre des révolutions complètes ou incomplètes que n puisse signifier.

Si l'on suppose $m=2$, les sôutangentes de la Spirale hyperbolique de ce cas., seront entr'elles comme $n^{\frac{1}{2}}$, ou \sqrt{n} , c'est-à-dire, comme les racines quarrées des nombres (n) des révolutions complètes ou incomplètes qui leur répondent. De sorte que toutes celles de ces sôutangentes dont les points d'attouchement correspondans se trouvent à la fin des révolutions complètes de cette Spirale, seront entr'elles $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \&c.$ c'est à-dire, comme les racines quarrées des nombres naturels, selon que le nombre entier n de ces révolutions complètes sera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c.

Si $m=\frac{1}{2}$, les sôutangentes de la Spirale hyperbolique de ce cas, seront comme $n^{\frac{1-1}{1}} = n^{-1} = \frac{1}{n}$, c'est-à-dire, l'une à l'autre en raison réciproque des nombres (n) des révolutions complètes ou incomplètes qui leur répondent. Et ainsi de pareilles sôutangentes de toutes les autres Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales, qui doivent résulter de toutes les autres valeurs qu'on peut donner à m .

On trouvera de même le rapport de ces sôutangentes de Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales de tous les genres, aux circonférences des cercles circonscrits, c'est-à-dire, des cercles qui (concentriques à ces Spirales) passent par leurs points d'attouchement correspondans, ou à la circonférence seule du cercle A B Y A de la première révolution, en faisant m négative dans les art. 16. 17. & 18. Car alors le rapport des sôutangentes des Spirales paraboliques vertico centrales, à de pareilles circonférences circulaires, se changera en celui-là : ainsi en voi-

là assez pour ce qui regarde les Tangentes de ces Spirales. Passons donc à leurs Espaces, pour en dire aussi quelque chose, l'article suivant suffira.

Expression générale de ces espaces compris dans les Spirales hyperboliques dont il s'agit ici.

XXXVII. On a trouvé cy-dessus en général (art. 19. & 22.) que tout ce pu'il y a de couches d'espace Spirale parabolique vertico-centrales dans COEC (Fig. 4.)

FIG. IV. est
$$= \frac{mcy^{m+1}}{2m+4 \times a^{m+1}}.$$
 Donc en faisant encore ici m

négative, l'on y aura de même
$$\frac{-mcy^{1-m}}{-2m+4 \times a^{1-m}}$$
 ou

$$\frac{mcy^{1-m}}{2m-4 \times a^{1-m}}$$
 pour l'expression ou la valeur de tout

FIG. V. ce qu'il y a ici (Fig 5.) de semblables couches d'espace Spirale hyperbolique asymptotique cocentral dans COEC, si $m < 2$; ou dans XCEX, c'est-à-dire, dans tout le reste de cet espace Spirale depuis CE jusqu'à son origine, si $m > 2$. Ainsi quoyque (art. 30. n. 1. & 3.) cette origine soit à une distance infinie du côté de X, & que du côté du centre C ces Spirales fassent une infinité de révolutions avant que d'arriver en ce point C, ces espaces ne laissent pas d'être finis, le premier dans la Spirale qui a $m < 2$, & le second dans celle qui a $m > 2$; ils ont seulement leurs compléments infinis, chacun dans la sienne: Il n'y a que le cas de $m = 2$ qui rende l'un & l'autre de ces espaces infini dans une même Spirale hyperbolique asymptotique cocentrale.

Les différentes couches de ces espaces Spiraux hyperboliques, & leurs rapports aux cercles circonscrits, ou au seul cercle ABYA de la première révolution, se trouveront & se détailleront comme l'on a fait (art. 23. 24. 25. 26. 27. 28. & 29.) pour les espaces Spiraux paraboliques de l'exemple premier, en y rendant seulement m négative: ce seul changement transformant tout ce qu'il y a de parabolique dans cet exemple-là, en l'hyperbolique de celui-ci; ce que les huit derniers articles précédents font assez voir. Ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage, non plus qu'à plusieurs autres propriétés de ces Spirales hyperbo-

liques, le Père Nicolas Jésuite les ayant suffisamment détaillées dans le Traité qu'il en donna en 1696.

EXEMPLE III.

XXXVIII. Soit encore la Courbe génératrice HHV Autres Spirales paraboliques générales appelées ici co-verticales pour les distinguer de celles de l'exemple 1. art. 13. &c. une Parabole quelconque, dont le sommet soit A , son axe AX , & son équation $\overline{a+y}^m = z^{p-1}$ (sçavoir $\overline{a+y}$ depuis A jusqu'en C , où y (GC) devient $=0$, & après cela $\overline{a+y}$, à cause qu'alors y (GC) se trouve négatif) ou $z = \frac{\overline{a+y}^m}{p^{m-1}}$. Ainsi l'équation générale des Spirales

(art. 3.) donnant aussi $z = \frac{bx}{c}$, l'on aura $\frac{\overline{a+y}^m}{p^{m-1}} = \frac{bx}{c}$,

ou $\overline{a+y}^m = \frac{bx p^{m-1}}{c}$ pour l'équation de la Spirale $A EZORQ$

résultante de la position précédente de la Parabole générale qu'on lui vient de donner pour génératrice.

Il est visible que cette Spirale est la même que si elle eût été formée par les extrémités E des ordonnées BE ($\overline{a+y}$) d'une Parabole quelconque, qui auroit son paramètre $= \frac{bp^{m-1}}{c}$, son sommet en A , & dont l'axe de ces

ordonnées auroit été roulé en cercle, ou plutôt (à cause des différens retours) autour d'un cercle $ABXAMB$, &c. au centre duquel elles tendroient toutes. De sorte que la Spirale parabolique que M. Bernoulli Professeur à Bâle, a formée dans les Actes de Leipzik de 1691. pag. 14. en roulant ainsi la Parabole d'Apollonius, n'est qu'un cas particulier de cette générale ci.

Je laisserois volontiers à toutes ces nouvelles Spirales paraboliques le nom de Paraboles helicoïdes que M. Bernoulli a donné à la sienne pour la distinguer de celles de l'exemple premier. Mais parce que l'on en peut trouver encore plusieurs autres lesquelles auroient aussi des Paraboles pour génératrices, & des contours tous à fait différens selon les différentes situations

qu'on peut donner à ces Paraboles par rapport à l'axe AX qui passe par le centre C du cercle de révolution $ABYA$; nous appellerons ces Spirales paraboliques co-verticales, en prenant A pour le sommet du cercle de révolution $ABYA$, où leurs Paraboles génératrices ont aussi (hyp.) le leur.

Expression générale des soûtangentes de ces Spirales paraboliques co-verticales

XXXIX. L'équation générale $\overline{a+y}^m = \frac{bx^{p^{m-1}}}{c}$ de ces Spirales paraboliques co-verticales, donnant $dx =$

$\frac{mc \times \overline{a+y}^{m-1}}{bp^{m-1}} dy$ tout positif, à cause que leurs x & leurs y croissent alternativement depuis A jusqu'en C , & qu'après cela elles croissent ensemble; l'on aura leurs soûtan-

gentes $= \frac{mcy \times \overline{a+y}^{m-1}}{abp^{m-1}} = \frac{mxyy}{aa+yay}$: sçavoir $\frac{mxyy}{aa-ay}$ depuis A jusqu'en C , & $\frac{mxyy}{aa+yay}$ dans tout le reste.

Autre expression générale des mêmes soûtangentes

XL. Mais pour réduire toutes ces soûtangentes à une même formule, soit l'arc de révolution $x = nc$, quelque portion ou quantité de la circonference (c) du cercle de révolution $ABYA$ que le nombre n (entier ou rompu) puisse signifier; l'art. 8. donnant alors $nb = z$ (art. 38.)

$= \frac{\overline{a+y}^m}{p^{m-1}}$, l'on aura $\overline{a+y} = \overline{nb^{pm-1}}^{\frac{1}{m}}$; d'où résulte $\overline{+y} = -a + \overline{nb^{pm-1}}^{\frac{1}{m}}$, & de là $yy = aa + \overline{nb^{pm-1}}^{\frac{2}{m}} - 2a \times \overline{nb^{pm-1}}^{\frac{1}{m}}$. Donc en substituant ces valeurs de x , $\overline{a+y}$, yy , dans la précédente formule $\frac{mxyy}{aa+yay}$ des soûtangentes dont il s'agit ici, l'on aura ici de cette manière $\frac{mnc, aa + mnc \times \overline{nb^{pm-1}}^{\frac{2}{m}} - 2mnc a \times \overline{nb^{pm-1}}^{\frac{1}{m}}}{a \times \overline{nb^{pm-1}}^{\frac{1}{m}}}$ pour l'ex-

pression générale de ces mêmes soûtangentes, par rapport à quelque point d'atouchement que ce soit, c'est-à-dire,

quelque nombre de révolutions complètes ou incomplètes que le nombre n (entier ou rompu) puisse signifier, depuis A jusqu'à ce point d'attouchement des Spirales paraboliques co-verticales dont il est ici question, & quel que soit aussi le degré m de ces mêmes Spirales, ou de leurs Paraboles génératrices.

Ainsi, par exemple, dans celle de ces Spirales que M. Bernoulli appelle *Parabole helicoïde*, laquelle donne $m=2$, ces sôutangentes seront
$$= \frac{2ncaa + 2nncbp - 4nca\sqrt{nbp}}{a\sqrt{nbp}}$$

à la fin de quelque nombre de révolutions complètes ou incomplètes, qu'on puisse faire signifier à n .

De même si l'on suppose $m=1$, comme lorsque la Parabole génératrice HHV dégénere en une ligne droite faisant un angle de 45 deg. en A avec AX , les sôutangentes de la Spirale qui en résultera, seront
$$= \frac{ncaa + n'cbb - 2nncab}{nab}$$

$$= \frac{caa + nncbb - 2nca'b}{ab}$$
, quelque nombre de révolutions complètes ou incomplètes qu'on puisse encore faire signifier à n . Et ainsi des autres valeurs de m à l'infini.

On fera le même usage de ces sôutangentes qu'on a fait de celles de l'art. 15. dans les art. 16. 17. & 18. Passons donc aux espaces renfermés dans les Spirales dont il s'agit ici. Mais auparavant il est bon d'avertir que dans la suite lorsque le signe — précédera les grandeurs $a - y$, $a + y$, $a - \frac{1}{2}y$, couvrez chacune d'un trait, il signifiera moins ces grandeurs entières, ainsi quoiqu'il dût les changer en $-a + y$, $-a - y$, $-a - \frac{1}{2}y$, on n'y fera ce changement de signes qu'en cessant de les regarder chacune comme simple, en leur ôtant le trait qui les couvre. C'est pour les reconnoître comme racines de celles de leurs puissances qui se trouveront aussi dans la suite, qu'on se contentera d'indiquer ainsi ce changement de signes sans le faire : on le fera dans les applications particulières.

XLII. Pour avoir présentement les espaces de ces Spirales paraboliques co-verticales, soient CP , Cp , ou Cp , $c p$, deux positions de la Regle mobile de l'art. I. infini-

Expression générale des espaces compris dans les Spirales paraboliques co-verticales.

ment proches l'une de l'autre, dont la seconde soit rencontrée en F par l'arc EG , & le reste comme dans cet article 1. Alors on aura $CB(a)$. $CE(y) :: Bb(dx)$.

$EF = \frac{y^{dx}}{a}$. De sorte que le triangle élémentaire ECF ou ECe de l'espace cherché $ACEA$, ou $AEZCORECA$,

sera $\frac{y^{dx}}{a}$ (art. 39.) = $\frac{mcy \times a - y^{m-1} dy}{2abp^{m-1}}$ (en supposant

$s = a - y$, qui doit donner par tout $ds = dy$, à cause que $s = AG$ croît pendant que $-y = CG$ du côté de A diminue, & que $+y = CG$ du côté de X croît aussi) =

$$\frac{mcy \times a - y^{m-1} ds}{2abp^{m-1}} = \frac{mca \times s^{m-1} ds - 2mca s^m ds + mcs^{m+1} ds}{2abp^{m-1}}$$

$$= \frac{mcs^{m-1} ds}{2bp^{m-1}} - \frac{mcs^m ds}{bp^{m-1}} + \frac{mcs^{m+1} ds}{2abp^{m-1}} \text{ Donc en intégrant,}$$

l'on aura l'espace cherché = $\frac{cas^m}{2bp^{m-1}} - \frac{mcs^{m+1}}{m+1 \times bp^{m-1}} +$

$$\frac{mcs^{m+1}}{2m+4 \times abp^{m-1}} \text{ (à cause de } s = a - y) = \frac{ca \times a - y^m}{2bp^{m-1}}$$

$$- \frac{mc \times a - y^{m+1}}{m+1 \times bp^{m-1}} + \frac{mc \times a - y^{m+1}}{2m+4 \times abp^{m-1}} \text{ (à cause de l'é-$$

$$\text{quation } a - y = \frac{bxp^{m-1}}{c} \text{ de ces Spirales) } = \frac{ax}{2} - \frac{m \times a - y^m}{m+1}$$

$$+ \frac{m \times a - y^{m+1}}{2ma+4a} \text{ : sçavoir } ACEA = \frac{ax}{2} - \frac{m \times a - y^m}{m+1} +$$

$$\frac{m \times a - y^{m+1}}{2ma+4a} \text{ depuis } A \text{ jusqu'au centre } C, \text{ dans lequel cen-}$$

tre y se trouvant = 0, ce qu'il y a d'espaces ou de couches d'espace dans $AEZCA$, se trouvera = $\frac{ax}{2} - \frac{ma^m}{m+1} +$

$$\frac{ma^m}{2m+4} = \frac{ax}{m+1 \times m+1} \text{ . Après cela, les } y \text{ deve-}$$

nans négatifs, tout ce qu'il y aura de couches d'espace Spiral depuis A jusqu'à tel point E que l'on voudra par de-là C dans $AEZCORECA$, &c. se trouvera

$$= \frac{ax}{2} - \frac{mx \times a + y}{m+1} + \frac{mx \times a + y}{2ma+4a}.$$

XLII. On réduira aussi toutes ces quadratures en une même formule, en supposant l'arc $x = nc$, quelque portion ou quantité de la circonférence (c) du cercle de révolution $ABYA$, que le nombre n (entier ou rompu) puisse

*Autre expression
général des mé-
mes espaces.*

signifier. Car alors trouvant $a + y = nb^{pm-1} \frac{1}{m}$ comme dans l'art. 40. la substitution de ces valeurs de x & de $a + y$ dans l'équation de l'espace général $ACEA$ ou

$AEZCORECA = \frac{ax}{2} - \frac{mx \times a + y}{m+1} + \frac{mx \times a + y}{2ma+4a}$ du précédent article 41. l'on aura aussi en général cet espace

$$= \frac{nac}{2} - \frac{mnc \times nb^{pm-1} \frac{1}{m}}{m+1} + \frac{mnc \times nb^{pm-1} \frac{1}{m}}{2ma+4a}, \text{ quelque}$$

nombre de révolutions complètes ou incomplètes que le nombre n (entier ou rompu) puisse signifier depuis A jusqu'à quelque point E qu'on voudra des Spirales paraboliques ou verticales dont il s'agit ici, quel que soit aussi le degré m de ces mêmes Spirales, ou de leurs Paraboles génératrices.

Ainsi, par exemple, dans celle de ces Spirales, que M. Bernoulli appelle *Parabole helicoïde*, laquelle donne $m=2$, l'on aura $\frac{nac}{2} - \frac{2nc}{3} \sqrt{nbp} + \frac{nbp}{4a}$ pour ce qu'elle aura d'espace $ACEA$, ou $AEZCORECA$, en une ou en plusieurs couches d'autant de révolutions complètes ou incomplètes que le nombre n (entier ou rompu) en marquera depuis A jusqu'à quelque point E que ce soit de cette Spirale. Et ainsi des espaces de toute autre Spirale résultante de toute autre valeur qu'on voudra donner à m .

On fera aussi le même usage de ces espaces qu'on a fait de ceux de l'article 26. dans ce même article & dans les suivans

27. 28. & 29. pour en avoir telle couche ou telle portion de couche qu'on voudra.

Déroulement des Spirales dont il s'agit ici, avec la manière d'en trouver encore les aspects.

XLIII. En suivant la méthode dont on s'est servi dans l'art. 10. pour trouver en quelles Courbes se déroulent toutes les Spirales paraboliques dont les Paraboles génératrices ont leur sommet au centre du cercle de révolution ; on trouvera aussi (en se servant ici des mêmes noms que là) que les Spirales dont il s'agit ici, se déroulent toujours en Courbes dont l'équation générale est

$$v = \pm \frac{c \times \sqrt{a+y^m}}{b p^{m-1}} \pm \frac{m c \times \sqrt{a+y^m}^{m+1}}{m+1 \times a b p^{m-1}}, \text{ en prenant (dis-}$$

je) y & v pour les coordonnées perpendiculaires de ces mêmes Courbes.

Pour le voir il faut se souvenir que l'art. 10. donne en général $dv = \frac{y dx}{a}$ pour l'élément de l'abscisse v de l'axe de la

Déroulée d'une Spirale quelconque ; & que l'art 39. donne $\sqrt{a+y^m} = \frac{b x p^{m-1}}{c}$ pour l'équation générale des Spirales

co-verticales, dont il s'agit ici, d'où résulte $dx = \frac{m c \times \sqrt{a+y^m}^{m-1} dy}{b p^{m-1}}$, laquelle valeur de dx substituée

dans la précédente équation $dv = \frac{y dx}{a}$, donnera $dv =$

$\pm \frac{m c y \times \sqrt{a+y^m}^{m-1} dy}{a b p^{m-1}}$ pour l'équation différentielle des déroulées des Spirales dont il s'agit ici.

Pour en trouver l'intégrale $v = \pm \frac{c \times \sqrt{a+y^m}}{b p^{m-1}} \pm$

$\frac{m c \times \sqrt{a+y^m}^{m-1}}{m+1 \times a b p^{m-1}}$ qu'on lui vient d'assigner, soit $s = \sqrt{a+y^m}$

qui donnera $ds = dy$ comme dans l'art. 41. & de plus $\pm a$
 $\pm s = y$: cette supposition rendra $i. i. dv \left(\frac{m c y \times \sqrt{a+y^m}^{m-1} dy}{a b p^{m-1}} \right)$

$=$

$$= \frac{+mca + mcs \times s^{m-1} ds}{abp^{m-1}} = + \frac{mcs^{m-1} ds}{bp^{m-1}} + \frac{mcs^m ds}{abp^{m-1}}$$

dont l'intégrale est $v = + \frac{cs^m}{bp^{m-1}} + \frac{mcs^{m+1}}{m+1 \times abp^{m-1}}$

(à cause de la supposition de $s = a + y$) $= + \frac{c \times a + y^m}{bp^{m-1}}$

$+ \frac{mc \times a + y^{m+1}}{m+1 \times abp^{m-1}}$.. Donc $v = + \frac{c \times a + y^m}{bp^{m-1}} +$

$\frac{mc \times a + y^{m+1}}{m+1 \times abp^{m-1}}$ est l'équation générale des Courbes en

qui se déroulent les Spirales dont il s'agit ici, ainsi qu'on le vient d'avancer.

L'art. 38. faisant voir que l'équation générale $a + y^m = xp^{m-1}$ de la Parabole AHV génératrice des Spirales paraboliques co-verticales, dont il s'agit ici, dont $a - y^m = xp^{m-1}$ est pour depuis A jusqu'en C , & $a + y^m = xp^{m-1}$ pour depuis C à l'infini vers X : l'on voit en conséquence, qu'ici l'équation générale des Déroulées de ces Spirales, est

$v = \frac{c \times a - y^m}{bp^{m-1}} - \frac{mc \times a - y^{m+1}}{m+1 \times abp^{m-1}}$ depuis A jusqu'en C ;

& $v = - \frac{c \times a + y^m}{bp^{m-1}} + \frac{mc \times a + y^{m+1}}{abp^{m-1}}$ depuis C vers X , à l'infini.

On verra de plus ici qu'entre les mêmes ordonnées (y) de part & d'autre, les longueurs de ces Courbes déroulées sont par tout égales à celles des Spirales dont elles sont les Déroulées, & leurs espaces doubles de ceux de ces Spirales. Tout cela se trouvera de la même manière qu'on l'a trouvé dans les art. 21. & 22. pour les Spirales paraboliques vertico-centrales de l'exemple premier.

Il est à remarquer que si l'on faisoit présentement m négative, la Parabole génératrice HHV de l'art. 38. Fig. 6. se chan-

Fig. VI.
VIL.

geroit (Fig. 7.) en une hyperbole générale HHV entre les asymptotes orthogonales AX, AV; & par conséquent dont le centre seroit au point A de la circonférence du cercle de révolution ABYA, comme la Parabole y avoit son sommet. Les Spirales paraboliques qu'on a vû (art. 38.) résulter de cette Parabole, se changeroient de même en hyperboliques; & tout ce qu'on a dit de ces premières Spirales dans l'exemple où nous sommes, deviendroit propre à celles-ci, de même qu'on a vû (Exemple 2.) ce qui concerne les Spirales paraboliques de l'exemple premier, devenir propre aux hyperboliques de l'exemple second. Ainsi il n'y a rien là qui nous doive arrêter davantage. Nous ne nous arrêterons point non plus aux rebroussements que l'une & l'autre Spirale de cet exemple-ci, doit avoir en C; ce que nous en avons dit en général dans l'art. 12. doit suffire. L'art. 7. fait assez voir aussi que les Spirales hyperboliques qui résulteroient ici de m négative, diffèrent encore de celles de l'exemple second, en ce que c'est en s'approchant du centre C que celles de cet exemple font une infinité de révolutions autour de lui avant que d'y arriver; au lieu que ce seroit en s'écartant seulement d'une distance finie de ce centre que celles qui résulteroient ici de m négative, feroient une infinité de révolutions autour de lui, après y être arrivées en un nombre qui seroit seulement à l'unité comme l'ordonnée SC est au paramètre AD.

EXEMPLE IV.

*Spirale circulaire
appelée ici ver-
tice-centrale,
pour la distinguer
de tous ce que les
différentes posi-
tions de son cercle
générateur en
pourroit encore
produire d'autres.*

FIG. VIII.

XLIV. Soit la Courbe génératrice HHV un demi-cercle quelconque dont le diamètre soit CX, le centre F, & l'équation $z = \sqrt{2ry - yy}$, en supposant $CF = r$, & le reste comme dans l'art. 2. Donc en substituant cette valeur de z dans l'égalité générale $cx = bx$ ou $z = \frac{bx}{c}$ de l'art. 3. l'on aura $\frac{bx}{c} = \sqrt{2ry - yy}$ ou $x = \frac{c}{b} \sqrt{2ry - yy}$ pour celle de la Spirale particulière COBZAKLRESX, laquelle on voit commencer en C (on pourroit aussi suivant l'article 5. la concevoir commencer en X), suivre COBZAK à mesure que les GH augmentent, arriver en

A (art. 8.) à la fin de la première révolution, en prenant AD (b) pour une des ordonnées (z) du cercle générateur; se rebrouffer (art. 11.) au point K ou l'arc circulaire $FK = \frac{cr - bcr}{ab}$ (tiré du centre C par F) la rencontre, ensuite revenir en arrière suivant $KZRESX$ à mesure que les GH diminuent jusqu'en X où elle arrive à la fin de son retour après avoir fait $FL = AF$.

Pour voir présentement que $FK = \frac{cr - bcr}{ab}$, soit β le point où la droite CK coupe le cercle de révolution, c'est-à-dire, le point où étoit le point B de la Règle CP lorsqu'elle passoit par K ; l'Analogie de l'art. 3. donnera NF (r). AD (b) :: $AMYA\beta$ (x). $AMYA$ (c). Et par conséquent aussi $r - b$. b :: $x - c$. c . ce qui donne $\frac{cr - cb}{b} = x - c = A\beta$. mais AC (a). FC (r) :: $A\beta$ ($\frac{cr - cb}{b}$). FK . Donc $FK = \frac{cr - cbx}{ab}$, ainsi qu'on le vient de dire.

XLV. De ce que (art. 44.) $x = \frac{c}{b} \sqrt{2ry - yy}$ est l'égalité qui exprime la nature de la Spirale dont il s'agit ici, l'on aura $\frac{crj - cy^2}{ab\sqrt{2ry - yy}}$, ou (à cause de l'équation précédente) $\frac{crj - cy^2}{abbs}$ pour l'expression générale des soultangentes de cette Spirale.

Tangentes de cette Spirale circulaire.

XLVI. Quant à sa Quadrature, l'élément triangulaire $\frac{ydy}{2a}$ de l'espace Spiral $COEC$ se trouvant aussi

So Quadrature, ou les espaces qu'elle renferme.

$$= \frac{crjdy - cy^2dy}{2ab\sqrt{2ry - yy}} = \frac{c}{2ab} \times \frac{\frac{1}{2}rj^2dy - y^2dy}{\sqrt{2ry^3 - y^6}} (A) + \frac{cr}{3ab} \times dy\sqrt{2ry - yy} (B) - \frac{4cr}{3ab} \times \frac{rydy}{2\sqrt{2ry - yy}} (C). \text{ Or l'intégrale de } A \text{ est } = \frac{c}{2ab} \times \frac{1}{3} \sqrt{2ry^3 - y^6} = \frac{crj}{6ab} \sqrt{2ry - yy}; \text{ celle de } B \text{ est } = \frac{cr}{3ab} \times HVCGH = \frac{cr}{3ab} \times \frac{j\sqrt{2ry - yy}}{2} + \frac{cr}{3ab} \times \text{seg.}$$

P ij

$CVHC$; & celle de c est $= \frac{cr}{3ab} \times \text{seg. } CVHC$. Donc l'es-

pace spiral $COEC$ est $= \frac{c^2}{6ab} \sqrt{2y-yy} + \frac{cr}{3ab} \times \frac{\sqrt{2y-yy}}{2}$

$+ \frac{cr}{3ab} \times \text{seg. } CVHC - \frac{4cr}{3ab} \times \text{seg. } CVHC = \frac{c^2 + cr^2}{6ab} \times$

$\sqrt{2y-yy} - \frac{cr}{ab} \times \text{seg. } CVHC$, depuis c jusqu'en K où

l'accord des x & des y à croître ensemble, cesse pour croître alternativement depuis K jusqu'en X . De maniere qu'en faisant l'ordonnée FN avec la corde CN , l'on

aura tout l'espace $COEZAKC = \frac{cr^2}{3ab} - \frac{cr}{ab} \times \text{seg. } OVHNC$.

Au contraire depuis X jusqu'en K , le secteur Spiral $CXSEC$ sera $= \frac{c^2 + cr^2}{6ab} \sqrt{2y-yy} - \frac{cr}{ab} \times \text{seg. } CVHNHC + \frac{cr}{ab} \times$

$CVHNHXC = \frac{c^2 + cr^2}{6ab} \sqrt{2y-yy} + \frac{cr}{ab} \times \text{sect. } XCH$.

De sorte qu'en K , où y est $= r$, & le secteur $XCH = \text{sect. } XCN$, l'on aura tout l'espace $CXSERLKC = \frac{cr^2}{3ab} + \frac{cr}{ab} \times \text{sect. } XCN$.

On voit aussi de là que la différence dont cet espace $CXSERLKC$ surpasse l'autre $COEZAKC$, est $= \frac{cr}{ab} \times \text{sect. } XCN$

$+ \frac{cr}{ab} \times \text{seg. } CVHNC = \frac{cr}{ab} \times CVNXC$ produit de

$\frac{cr}{ab}$ par le demi-cercle générateur $CNXC$, & leur somme,

c'est-à-dire, tout l'espace $CKAZEOCKLRESXC = \frac{2cr^2}{3ab}$

$+ \frac{cr}{ab} \times \text{sect. } XCN - \frac{cr}{ab} \times \text{seg. } CVHNC = \frac{2cr^2}{3ab} + \frac{cr}{ab} \times$

2 triang. $CNF = \frac{2cr^2}{3ab} + \frac{cr^2}{ab} = \frac{5cr^2}{3ab}$.

Les différentes couches d'espace, qui se trouvent les unes sur les autres dans tout cela, se détailleront comme l'on a fait celles des Spirales paraboliques de l'exemple premier.

Déroulement de
cette Spirale cir-
culaire.

XLVII. Il est aisé de voir par l'équation $x = \frac{c}{b} \sqrt{2y-yy}$

(art. 44.) de cette Spirale circulaire vertico-centrale, qu'elle se déroule en une Courbe mécanique dont l'équa-

tion différentielle est $dv = \frac{xydy - yydy}{ab\sqrt{2xy - yy}}$, en prenant (comme cy-dessus art. 20.) v pour les abscisses de l'axe, & y pour les ordonnées de cette Courbe dont la longueur est égale à celle de cette Spirale par parties correspondantes.

XLVIII. Pour la construction de cette Courbe mécanique, imaginons-en une autre géométrique $CM(E)m$, dont l'équation soit $\frac{xy - yy}{b\sqrt{2xy - yy}} = s$, ses abscisses $CE = y$, Construction de la
Déroulée.
FIG. IX.

& ses ordonnées perpendiculaires $EM = s$. Cette équation fait assez voir que cette Courbe doit commencer en C en touchant CG parallèle à ses ordonnées, & s'élever ensuite vers M de manière qu'en prenant $CE = \frac{3r - r\sqrt{5}}{2}$, son point M (au bout de l'ordonnée EM) soit le plus élevé de tous au-dessous de son axe CX , & la tangente en ce point parallèle à cet axe; qu'à la distance $CE (y) = r$ de son origine C , cette Courbe doit revenir couper son axe CX en (E) , & faire là avec lui un angle dont le sinus soit à celui de son complément :: $c. b.$ c'est-à-dire, comme la circonférence $AMBY$ du cercle de révolution est au paramètre AD . Qu'après cela elle doit se continuer à l'infini au-dessous de CX sans jamais rencontrer son ordonnée $X\mu$ distante de C de la valeur de $CX = 2r$, laquelle en devient ainsi l'asymptote.

Cela posé, & $(G) (g)$ étant perpendiculaire sur CX prolongée vers A en sorte que CA soit $= a$, si l'on fait le rectangle $CADG$ égal à l'espace $CEMC$: il est encore manifeste que le point F , dans lequel les perpendiculaires DG & ME se rencontreront, sera un de ceux de la Courbe cherchée; puisque l'on aura pour lors $adv = sdy$

$$(hyp.) = \frac{xydy - yydy}{b\sqrt{2xy - yy}}, \text{ c'est à-dire, } dv = \frac{xydy - yydy}{ab\sqrt{2xy - yy}}$$

qu'on vient de voir (art. 47.) être l'équation de cette Courbe. Donc en faisant par tout de même, l'on aura $CF (F) (f) f_0$ pour la Courbe qui résulte du déroule-

ment de la Spirale circulaire dont il s'agit ici, laquelle Courbe doit toucher l'axe CX en C ; avoir un point d'inflexion en F sous le point M le plus haut de la Courbe $CM(E)m$; descendre ensuite jusqu'au point (F) qu'on trouve répondre aussi au point (E) en faisant de même le rectangle $(G)CA(D)$ égal à l'espace $CM(E)C$; la tangente en ce point (F) se trouve parallele à CX ; de là la Courbe $CF(F)$ remonte vers ϕ , à cause qu'au de là du point (E) du côté de X , l'espace $(E)em(E)$ devenant négatif par rapport à $CM(E)C$, le rectangle $gCA d$ correspondant ne doit valoir que la différence de $CM(E)C$ à $(E)em(E)$; ce qui rehausse le point f vers l'axe CX , ou vers ϕ : de maniere que lorsque l'espace $(E)(e)(m)(E)$ est $= CM(E)C$, alors gd étant en CA , le point (f) de cette Courbe doit se trouver en (e) sur CX ; & ensuite monter vers f jusqu'en ϕ où elle doit toucher l'asymptote μX prolongée à une distance $X\phi$ de l'axe CX , laquelle rende l'espace fini $CM(E) - \mu m(E) X\mu = CA(d)(g)$.

FIG. VIII.
IX.

Cela étant, il suit du déroulement qui a engendré cette Courbe $CF(F)f(f)f\phi$, qu'en prenant ici (Fig. 9.) CE égale au petit rayon CE de la Fig. 8. l'on aura l'arc CF de cette déroulée, valant l'arc COE de la Spirale, & l'arc $CF(F) = COEZAK$; en prenant aussi Ce dans la Fig. 9. égale au grand rayon CE de la Fig. 8. l'on aura de même l'arc $CF(F)f = COEZAKLRE$, & $CF(F)f\phi = COEZAKLRESX$; & par tout de même, en prenant CE de la Fig. 9. égale au petit rayon CB de la Fig. 8. ou Ce de la Fig. 9. égale au grand rayon CE de la Fig. 8.

FIG. IX.

La Quadrature de cette Courbe $CF(F)f(f)f\phi$, prise comme dans la Spirale circulaire du déroulement de laquelle cette Courbe résulte, se trouvant (à la maniere de l'art. 22.) double de celle qu'on vient de trouver (art. 46.) pour cette Spirale, on ne s'y arrêtera pas davantage.

EXEMPLE V.

XLIX. Soit la Courbe génératrice HH' une loga-

richmique dont l'asymptote soit CV parallèle à GH , ses ordonnées HK parallèles à CX , la soûtangente $KT=b$ constante, & les autres noms comme dans l'article 2. l'é

miquc ordinaire

FIG. X.

quation de cette logarithmique sera $\frac{b dy}{y} = -dx$ (à cause de l'équation $cx = bx$ des Spirales en général de l'art. 3.) $= -\frac{b dx}{c}$, ou $\frac{dy}{y} = -\frac{b dx}{bc}$: De sorte qu'en prenant les dx constantes, c'est-à-dire, les x (AMB ou $ABYAMB$) en progression arithmétique croissante, l'on aura les y (CE) en progression géométrique décroissante. Ce qui prouve que la Spirale $OZEAREX$ qui en résulte, est une Spirale logarithmique ordinaire, ainsi qu'on l'a déjà vu dans l'art. 4.

On voit aussi que cette Spirale entrera par A dans le cercle de révolution $ABYA$ à la fin de la première, conformément à l'art. 8. en prenant $AD(b)$ pour une des ordonnées de la Courbe génératrice HHV . Et que suivant l'art. 7. elle fera une infinité de révolutions avant que d'arriver à son centre C .

On voit enfin que les ordonnées ou rayons de cette Spirale sont par tout à ses soûtangentes correspondantes :: $ab.bc$. c'est-à-dire, en raison constante, & par conséquent aussi les angles de cette Spirale avec ses ordonnées sont par tout les mêmes, ainsi qu'on le suppose d'ordinaire dans la définition qu'on en donne.

L. Cela étant, on aura dy à l'élément (ds) de cette Spirale :: $ab. \sqrt{aabb + bhcc}$. Ce qui donne cet élément $ds = \frac{dy}{ab} \sqrt{aabb + bhcc}$, & par conséquent $s = \frac{y}{ab} \sqrt{aabb + bhcc}$: c'est-à-dire, que l'arc de cette Spirale logarithmique, compris entre chaque ordonnée y (CE) & le centre C , est $= \frac{y}{ab} \sqrt{aabb + bhcc}$. D'où l'on voit que tous ces arcs sont finis, quoiqu'ils fassent chacun (art. 7.) une infinité de révolutions autour du centre C .

Longueur de ces
se Spirale loga-
richmiques.

LI. L'égalité $\frac{dy}{y} = -\frac{b dx}{bc}$ donne aussi $-\frac{bc y dy}{2ab} = -\frac{y dx}{2a}$ Soit Quadrante,
ou l'espace qu'oc-
le revolvant, élément de l'espace $COZEC$. Ainsi cet espace sera ==

$= \frac{b^2 y^2}{4ab}$, dont les différentes couches se détailleront à l'infini comme l'on a fait celles des espaces spiraux paraboliques de l'exemple 1. dans l'art. 23. &c. Ces espaces spiraux logarithmiques ($\frac{b^2 y^2}{4ab}$) se trouvant ainsi comme les quarrés des ordonnées ou rayons (y), seront aussi (art. 49.) en progression géométrique pendant que les arcs (x), de révolution seront en progression arithmétique.

Cette Spirale logarithmique se déroule en un triangle rectiligne rectangle, qui en donne encore la longueur, & la quadrature.

LII. Si l'on examine le déroulement de cette Spirale logarithmique $OZEAREX$ comme l'on a fait ceux des Spirales paraboliques du premier exemple dans les art. 20. 21. & 22. on trouvera que cette Spirale logarithmique se déroule en un triangle rectiligne rectangle dont la hauteur est à la base :: ab . bc . c'est-à-dire (art. 49.) comme les ordonnées sont aux fôutangentes correspondantes de cette Spirale logarithmique; ce qui donne encore sa longueur & son espace tels qu'on les vient de trouver dans les art. 50. & 51. Car y (EC) étant la hauteur de ce triangle, cette Analogie donnera $\frac{b^2 y}{ab}$ pour sa base; & par conséquent $\frac{2}{ab} \sqrt{aabb + bhcc}$ pour son hypoténuse, & $\frac{b^2 y^2}{2ab}$ pour son aire. Ainsi les longueurs correspondantes de quelque Spirale que ce soit, & de sa Déroulée, étant toujours égales entr'elles, & l'espace de la Spirale toujours moitié du correspondant de sa Déroulée; la longueur de la Spirale dont il s'agit ici, doit être $= \frac{2}{ab} \sqrt{aabb + bhcc}$, & son espace $= \frac{b^2 y^2}{4ab}$, comme on l'a déjà vû dans les articles 50. & 51.

Outre cette Spirale logarithmique connue de tous les Géomètres, en voici encore cinq autres pareillement logarithmiques dont personne (que je sçache) n'a parlé jusqu'ici.

EXEMPLE VI.

Première des nouvelles Spirales logarithmiques.
FIG. XI.

LIII. La première de ces cinq nouvelles Spirales logarithmiques est encore formée, comme la précédente, par

par le moyen de la logarithmique ordinaire HHV , dont la sous-tangente GT soit encore $=b$, mais dont CX soit l'asymptote, & $-\frac{b dz}{dy} = z$ son équation différentielle. Il est visible que l'égalité $z = \frac{bx}{c}$ des Spirales en général de l'art. 3. donnant $dz = \frac{b dx}{c}$, si l'on substitue ces valeurs de z & de dz dans $-\frac{b dz}{dy} = z$, il en résultera $-\frac{bb dx}{c dy} = \frac{bx}{c}$, ou $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{b}$ pour l'équation de cette nouvelle Spirale logarithmique $COZEAREX$.

On voit de là qu'en prenant ici les dy constantes, c'est-à-dire, les y (CE ou CG) en progression arithmétique décroissante; les x (AMB ou $ABYAMB$) en suivront une géométrique croissante; au lieu que dans l'autre Spirale logarithmique (*exemp. 5.*) les x étant en progression arithmétique, c'étoient les y qui en suivoient une géométrique. On a déjà vu tout cela dans l'art. 4.

LIV. Il suit encore de l'équation $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{b}$ (*art. 53.*) Tangentes de cette nouvelle Spirale. de la Spirale dont il s'agit ici, que les sous-tangentes de cette seconde Spirale logarithmique; sont par tout $= -\frac{xy}{ab}$, c'est-à-dire qu'elles sont toujours aux y (CE) correspondantes :: $xy. ab$.

LV. On voit aussi (*art. 5.*) que cette Spirale-ci commence du côté de X à une distance infinie du point C ; qu'en suite (en prenant AD pour une ordonnée de HHV) elle entrera (*art. 8.*) par A dans le cercle $ABYA$ à la fin de la première révolution; pendant laquelle l'arc infini XRA aura été décrit; & qu'enfin (*art. 6.*) elle arrivera au centre C après un nombre fini de révolutions. Ce qui est tout le contraire de la précédente (*exemp. 5.*) qui commençoit à une distance finie du côté de X , & n'arrivoit au centre C qu'après une infinité de révolutions.

LVI. Pour voir présentement, comme l'on a fait dans l'art. 3. pour les Spirales hyperboliques de l'exemple se- A quelle distance de son axe elle commence.

cond, si c'est en s'éloignant ou en s'approchant de la droite CX , que cette nouvelle Spirale logarithmique (qui coupe VC prolongée en N) va à l'infini depuis N du côté de X sans la rencontrer; soit encore un de ses points quelconque e pris sur son arc NX à telle distance qu'on voudra de son centre C , avec le rayon Ce qui rencontre le cercle de révolution $ABYA$ en b ; soient aussi sur CX les perpendiculaires $bL = Sx$ (sinus de l'arc $Ab = x$: S signifie sinus), & $eK = r$.

On aura $bL (Sx) . eK (r) :: Cb (a) . Ce (y)$. Ce qui donne $at = y \times Sx$, ou $a dt = y \times dSx - Sx \times dy$ ou bien aussi $\frac{a dt - y \times dSx}{Sx} = -dy$ (à cause de l'équation $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{b}$ de l'art. 53.) $= \frac{b dx}{x}$. Mais parce que l'arc Ab , en devenant nul, rend $x = dx$, & $Sx = dx = dSx$; cette équation se changera alors en $\frac{a dt - y dx}{dx} = \frac{b dx}{dx} = b$, ou en $a dt - y dx = b dx$, d'où résulte $\frac{dt}{dx} = \frac{b+y}{a}$: De sorte qu'alors y , & par conséquent aussi $b+y$, se trouvant infinie par rapport à a , l'on aura de même dt infinie par rapport à dx infiniment petite du premier genre. Par conséquent cette nouvelle Spirale logarithmique $COZEAREX$ à une distance infinie de C du côté de X , doit se trouver éloignée de la droite CX du moins d'une distance finie: La voici.

Puisque $at = y \times Sx$, l'on aura aussi $\frac{a t dy}{y \times Sx} = dy$ (à cause de $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{b}$ dans l'art. 53.) $= -\frac{b dx}{x}$. Mais parce que l'arc Ab en devenant nul; lorsque y est infinie, rend $x = dx$, & $Sx = dx$; cette équation $\frac{a t dy}{y \times Sx} = -\frac{b dx}{x}$ se changera pour lors en $\frac{a t dy}{y dx} = -\frac{b dx}{dx}$; ce qui donne $\frac{dy}{dx} = -\frac{b y}{a t}$. Mais l'équation $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{b}$ de l'art. 53. donne aussi pour lors $\frac{dx}{dx} = -\frac{dy}{b}$; & par conséquent $b = -dy$; &

par conséquent aussi dy infinie par rapport à dx . Donc hy sera aussi infinie par rapport à ax . Ainsi h & a étant (*hyp.*) finies, x le sera aussi. Donc lorsque $Ce(y)$ est infinie, $eK(x)$ est finie; & par conséquent la Spirale logarithmique *COZEA REX* dont il s'agit dans le présent art. 56. doit à une distance infinie de son centre C , ne se trouver éloignée que d'une distance finie de son axe CX . *Ce qu'il falloit trouver.*

LVII. Si l'on examine le déroulement de cette Spirale logarithmique, comme l'on a fait ceux des Spirales paraboliques du premier exemple, dans les art. 20. 21. & 22. en faisant de ses ordonnées concourantes (y) les ordonnées parallèles de sa Déroulée, & en prenant v pour les abscisses de l'axe de cette Déroulée, auquel ces ordonnées soient perpendiculaires; on trouvera $dv = \frac{yydy}{bh - hy}$ pour l'équation de cette même Déroulée. Car l'art. 20. donnant en général $dv = \frac{ydx}{a}$ pour l'élément de l'abscisse v de l'axe de la Déroulée d'une Spirale quelconque, d'où résulte $av = \int ydx$; & d'un autre côté l'art. 53. donnant $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{b}$ pour l'équation de la présente Spirale logarithmique, d'où résulte $hdx = -x dy$, & en conséquence $ydx + hdx = ydx - x dy$, dont (les y diminuant à mesure que les x croissent) l'intégrale est $\int ydx + hx = xy$: l'on aura ici $av + hx = xy$, ou $av = xy - hx$, d'où résulte $x = \frac{av}{y - h}$, & $dx = \frac{y - bx + dv + avdy}{y - h}$. Donc en substituant cette valeur de dx en sa place dans la précédente équation $dv = \frac{ydx}{a}$, l'on aura ici $dv = \frac{y - bx + dv + avdy}{y - h}$, & en conséquence $yydv - hydv + vydy = y - h \times dv = yydv - 2hydv + hhdv$, ce qui se réduit à $vydy = hhdv - hxdv$, d'où résulte (ainsi qu'on le vient de dire)

Déroulement de cette nouvelle Spirale logarithmique.

$dv = \frac{vydy}{hh - by}$ pour l'équation de la Déroulée de la Spirale logarithmique dont il s'agit ici ; de laquelle Déroulée suivant l'art. 20. la longueur sera la même que celle de cette Spirale , & son espace double de cette même Spirale : le tout pris par rapport à des arcs correspondants.

Ces longueurs , ces espaces entiers & par couches , se chercheront comme dans l'exemple premier pour les Spirales paraboliques vertico-centrales. Je finis donc en rapportant seulement les constructions des quatres nouvelles Spirales qui nous restent encore à faire voir : réservant le surplus pour une autre fois.

EXEMPLE VII.

Seconde des nouvelles Spirales logarithmiques.

LVIII. Soit $d\zeta = \frac{aby}{cy} \sqrt{hh - yy}$ l'équation de la Courbe génératrice HHV . Il est visible que l'égalité générale (art. 3.) des Spirales , donnant $d\zeta = \frac{b dx}{c}$, si l'on substitue cette valeur de $d\zeta$ dans l'égalité précédente, l'on aura $dx = \frac{ady}{yy} \sqrt{hh - yy}$, ou $\frac{dx}{y} = \frac{dy \sqrt{hh - yy}}{y}$ pour l'équation de la Spirale que la Courbe génératrice proposée doit engendrer la maniere de l'art. 1. De sorte qu'en prenant ds pour l'élément de cette Spirale , l'on aura $ds = \sqrt{dy^2 + \frac{bb dy^2 - yy dy^2}{yy}} = \frac{h dy}{y}$, ou $\frac{ds}{h} = \frac{dy}{y}$. D'où l'on voit qu'en prenant les arcs (s) de cette Spirale en progression arithmétique , ses ordonnées correspondantes (y) seront en progression géométrique. Ainsi cette Courbe sera encore une Spirale logarithmique d'une troisième espèce.

Et si l'on prend encore y & v pour les coordonnées orthogonales de la Déroulée , il est visible aussi que $dv = \frac{dy}{y} \sqrt{hh - yy}$ sera l'équation de cette Déroulée , dont la longueur sera égale à celle de cette Spirale , & son

pace double celui de cette même Spirale : le tout pris par rapport à des arcs correspondans.

EXEMPLE VIII.

LIX. Soit de même $dz = \frac{abzdy}{\sqrt{aabbb-bccyyzz}}$ l'équation de la Courbe génératrice HHV . L'égalité générale $z = \frac{bx}{c}$ (art. 3.) des Spirales, donnant $dz = \frac{bdx}{c}$, l'on aura $dx = \frac{abzdy}{\sqrt{aabbb-bccyyzz}} = \frac{axdy}{\sqrt{aabbb-xxyy}}$; ce qui donne $aahbhdx^2 = aaxxdy^2 + xxyydx^2$, ou bien $\frac{dx}{x} = \frac{V \frac{aady^2 + yydx^2}{aabbb}}{V \frac{dy^2 + yydx^2}{b}} = \frac{ds}{b}$, c'est-à-dire, $\frac{dx}{x} = \frac{ds}{b}$ pour l'équation de la Spirale qui doit résulter de la Courbe génératrice proposée, en prenant encore ds pour l'élément de cette Spirale. D'où l'on voit qu'en prenant les arcs (s) de cette même Spirale en progression arithmétique, les arcs correspondans (x) de révolution seront en progression géométrique. Ainsi cette Courbe sera encore une Spirale logarithmique d'une quatrième espèce.

Troisième des nouvelles Spirales logarithmiques.

Autrement. Puisque $dx = \frac{axdy}{\sqrt{aabbb-xxyy}}$, l'on aura $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{\sqrt{aabbb-xxyy}}$, & $ds = V \frac{dy^2 + \frac{xxyydy^2}{aabbb-xxyy}}{aabbb-xxyy} = \frac{ahdy}{\sqrt{aabbb-xxyy}} = \frac{bdx}{x}$, ou $\frac{ds}{b} = \frac{dx}{x}$, comme cy-dessus.

EXEMPLE IX.

LX. Soit présentement $aab'hdyddy = aabbc dy^2 dz - bccbydydz^2 + c^2yydz^3$ l'équation de la Courbe génératrice HHV . L'égalité générale de l'art. 3. donnant $dz = \frac{bdx}{c}$, l'on aura $aab'hdyddy = aab'dxdy^2 - b^2bydx^2dy + b^2yydx^3$, ou $aabdyddy + bydx^2dy = aadxdy^2 + yydx^3$.

Quatrième des nouvelles Spirales logarithmiques.

Donc $\frac{b}{dx} \times \frac{aadyddy + ydx^2 dy}{\sqrt{aady^2 + yydx^2}} = \sqrt{aady^2 + yydx^2}$; & en intégrant

(dx étant constante) $\frac{b}{dx} \sqrt{aady^2 + yydx^2} = \int \sqrt{aady^2 + yydx^2}$,

ou (en divisant le tout par a) $\frac{b}{dx} \sqrt{dy^2 + \frac{yydx^2}{aa}} =$

$= \int \sqrt{dy^2 + \frac{yydx^2}{aa}}$, c'est-à-dire (en prenant encore ds

pour l'élément de la Spirale) $\frac{bds}{dx} = s$, ou $\frac{ds}{s} = \frac{dx}{b}$ qui en

fera l'équation. D'où l'on voit que cette Courbe est encore une Spirale logarithmique d'une cinquième espece, dont les arcs (s) seront en progression géométrique pendant que les arcs correspondans (x) de révolution seront en progression arithmétique.

EXEMPLE X.

*Cinquième des
nouvelles Spirales
logarithmiques.*

LXI. Soit enfin $aabbdy^2 = ccbydydz^2 - cyydydz^2 +$
 $+ cchyydzddx$ l'équation de la Courbe génératrice

HHV . L'égalité générale $x = \frac{bx}{c}$ de l'art. 3. donnant

$dz = \frac{bdx}{c}$, & $ddz = \frac{b ddx}{c}$, la substitution de ces valeurs

de dz & ddz dans la précédente équation de la Courbe

proposée, la changera en $aabbdy^2 = bbydydx^2 - bbydydx^2$
 $+ bbyydxddx$, ou $aady^2 + yydydx^2 = bydydx^2 + bbyydxddx$.

Ce qui donne $\frac{dy}{b} \sqrt{aady^2 + yydx^2} = \frac{ydydx^2 + yydxddx}{\sqrt{aady^2 + yydx^2}}$: De sor-

te que si l'on integre en prenant dy constante, l'on aura

$\frac{dy}{b} \times \int \sqrt{aady^2 + yydx^2} = \int \sqrt{aady^2 + yydx^2}$, ou (en divisant

le tout par a) $\frac{dy}{b} \times \int \sqrt{dy^2 + \frac{yydx^2}{aa}} = \int \sqrt{dy^2 + \frac{yydx^2}{aa}}$: c'est-

à-dire, $\frac{ds}{b} = ds$ ou $\frac{ds}{b} = \frac{dx}{b}$ pour l'équation de la Spirale

cherchée, en prenant encore ds pour son élément. D'où l'on voit qu'en prenant les arcs (s) de cette Spirale en progression géométrique, ses ordonnées (y) seront en

progression arithmétique. Ainsi cette Courbe est encore une Spirale logarithmique d'une sixième espèce.

LXII. Telle est la construction des six Spirales logarithmiques promises cy-dessus, lesquelles comprennent toutes les combinaisons possibles de progressions arithmétique & géométrique entre leurs arcs (s), ceux de révolution (x), & leurs ordonnées (y). Car

Les six Spirales logarithmiques précédentes sont tous ce qu'il en peut résulter des combinaisons des progressions arithmétiques & géométriques de leurs ordonnées, de leurs arcs, & de ceux des révolutions.

1°. Si l'on prend les arcs (x) de révolution en progression arithmétique, la Spirale de l'art. 49. aura ses ordonnées (y), & celle de l'art. 60. ses arcs (s) en progression géométrique; Et réciproquement.

2°. En prenant les ordonnées ou rayons (y) de la Spirale en progression arithmétique, celle de l'art. 53. aura ses arcs (x) de révolution, & celle de l'art. 61. ses propres arcs (s) en progression géométrique; Et réciproquement.

3°. Enfin en prenant les arcs (s) de la Spirale en progression arithmétique, celle de l'art. 59. aura ceux (x) de révolution, & celle de l'art. 58. ses ordonnées (y) en progression géométrique; Et réciproquement.

Voilà beaucoup plus d'Exemples qu'on ne s'étoit d'abord proposé, de la formation générale des Spirales de l'article premier, & de l'usage qu'on doit faire de leur équation universelle trouvée dans l'art. 3. Mais la facilité avec laquelle la construction des six précédentes Spirales logarithmiques s'en déduit, m'a paru digne d'être observée. Voici présentement quelques usages de cette formation générale pour la description des Courbes dont les ordonnées concourent en un même point quelconque de leur plan.

U S A G E

De la Formation générale des Spirales de l'art. 1. pour la description des Courbes dont les ordonnées concourent en quelque point que ce soit de son plan.

LXIII. Une Courbe quelconque OEZ , dont les *Manière de tracer.*

ver les génératrices propres à décrire par le moyen de l'art. 1. & commentant de Spirales, les Courbes dans les ordonnées concourent en quelque point que ce soit.

FIG. XII.

ordonnées EC, eC , &c. concourent toutes en quelque point C que ce soit de son plan, étant proposée à décrire, soit cette Courbe imaginée comme une espèce de Spirale, dont C soit le centre ou le pôle, $ABYA$ le cercle de révolution décrit de tel rayon AC qu'on voudra, la circonférence duquel soit rencontrée en B, b , par deux rayons ou ordonnées CE, cE , de cette Courbe, infiniment proches l'une de l'autre; & tout le reste comme dans l'art. 1. Soient aussi les noms ici les mêmes que dans l'art. 2. Soient seulement de plus l'arc infiniment petit EF décrit du rayon CE , appelé dv , & AG ou BE appelée t ; & par conséquent $a - y = t$, ou $y - a = t$, selon que $AC (a)$ est plus grand ou moindre que $EC (y)$. Pour éviter cette variété de signes, nous supposons toujours dans la suite AC plus grand que EC ; si le contraire arrive, on substituera $y - a$ & dy aux places de $a - y$ & $-dy$, dans ce que nous allons dire. Cela posé.

1°. Si t & x , ou y & x , sont les variables de l'équation de la Courbe OEZ proposée à décrire; il n'y a qu'à considérer que l'équation générale $zc = bx$ de l'art. 3. donne $x = \frac{zc}{b}$, & $dx = \frac{c}{b} dz$. Car la substitution de ces valeurs de x & de dx à la place de ce qui s'en trouve dans l'équation donnée de la Courbe OEZ , changera cette même équation en une autre où il n'y aura de variables que t & z , ou y & z , avec leurs différences, si elle en a; & qui par conséquent sera l'équation de la Courbe génératrice HHV requise pour décrire la Courbe OEZ à la manière de l'art. 1.

2°. Si dv se trouvoit avec une ou plusieurs des variables précédentes (j'y comprend aussi leurs différences, s'il y en a) dans l'équation donnée de la Courbe OEZ proposée à décrire; il n'y auroit alors qu'à substituer dans cette équation la valeur de dv qui résulte de l'Analogie $CB (a). CE (y) :: Bb (dx). EF (dv) = \frac{y dx}{a}$.

Et

Et pour lors n'y restant plus de variables que t & x , ou y & x , cette équation sera dans le cas précédent (n. 1.); ainsi il n'y aura qu'à en chasser x & dx par la substitution de leurs valeurs $\frac{cz}{b}$, $\frac{cdz}{b}$, résultantes de l'équation générale $cx = bx$ de l'art. 3. pour avoir celle de la Courbe cherchée HHV génératrice de la Courbe OEZ qu'on veut décrire.

EXEMPLE I.

L'XIV. 1^o. Soit $px = tt$ l'équation de la Courbe OEZ Premier exemple des Courbes à décrire par le moyen de l'art. 1. proposée à décrire. Cette équation donnera $x = \frac{tt}{p}$. Mais l'équation générale $cx = bx$ de l'art. 3. donne aussi $x = \frac{zc}{b}$. Donc $\frac{zc}{b} = \frac{tt}{p}$, ou $\frac{cz}{b} = tt$ sera l'équation de la Courbe HHV génératrice de la Courbe OEZ à décrire à la manière de l'art. 1. Ce qui fait voir que cette génératrice HHV doit être ici une Parabole ordinaire touchée en son sommet A par la droite AC .

Cette Parabole ainsi trouvée, étant décrite, l'article premier fait voir que si l'on prend l'arc AMB à une ordonnée quelconque HG de cette Parabole, comme la circonférence entière $ABYA$ (c) est à la droite constante AD (b), & qu'après avoir tiré la droite CB , on fait (du centre C) l'arc circulaire GE qui rencontre cette droite CB en E ; ce point E sera un de ceux de la Courbe OEZ à décrire.

En effet puisque (constr.) $AMB(x). HG(z) :: ABYA(c) : AD(b)$. L'on aura $x = \frac{zc}{b}$. Donc en substituant x au lieu de cette valeur dans l'équation $\frac{cz}{b} = tt$ de la Parabole génératrice HHV , il en résultera $px = tt$ pour l'équation de la Courbe OEZ ainsi décrite par le moyen de cette Parabole génératrice HHV . Par conséquent cette équation $px = tt$ étant la même que celle de la

Courbe proposée à décrire, il s'ensuit que cette Courbe est aussi celle qui vient d'être décrite.

2°. Si au lieu de $px = tt$, on eût donné $px = a - y$ pour l'équation de cette même Courbe OEZ , l'on auroit eu $pdx = 2a - 2y \times -dy = 2ydy - 2ady$, ou $dx = \frac{2ydy - 2ady}{p}$ (à cause de $a - y = t$, ou $y - a = -t$, & $dy = -dt$) $= \frac{-2tx - dt}{p} = \frac{2tdt}{p}$. Mais l'équation générale $xc = bx$ de l'art. 3. donne aussi $dx = \frac{cdx}{b}$. Donc $\frac{cdx}{b} = \frac{2tdt}{p}$; & (en intégrant) $\frac{p^2 c^2}{b} = tt$ fera l'équation de la Courbe HHV , laquelle par conséquent sera encore la génératrice de OEZ à la manière de l'art. 1.

Il est à remarquer que cette Courbe OEZ est encore la Paraboïde hélicoïde de M. Bernoulli Professeur à Bâle, dont nous avons parlé cy-dessus art. 38.

EXEMPLE II.

*Second exemple
des Courbes à dé-
crire par le moyen
de l'art. 1.*

LXV. Soit de même $dx = \frac{adt\sqrt{at - ct}}{at - ct}$ l'équation de la Courbe OEZ proposée à décrire. L'équation générale $xc = bx$ de l'art. 3. donnant aussi $dx = \frac{cdx}{b}$, l'on aura tout d'un-coup $\frac{cdx}{b} = \frac{adt\sqrt{at - ct}}{at - ct}$, ou $dx = \frac{abdt\sqrt{at - ct}}{at - ct}$ pour l'équation de la Courbe HHV génératrice de OEZ à la manière de l'art. 1.

On décrira présentement cette Courbe comme l'on vient de faire celle du précédent exemple premier, article 64.

Il est aussi à remarquer que cette Courbe OEZ est la Paracentrique, elle-même, qu'on a démontrée dans les Memoires de 1703. pag. 146. &c. avoir son origine entre A & C sur AC , & devoir faire une infinité de revolutions autour du centre C avant que d'y arriver : il n'y a

de différence entre l'équation qu'on en donne ici , & celle qui s'en trouve dans la page 146. de ces Memoires , qu'en ce qu'on appelle ici x, y, t, a, e, c, b, z , ce qu'on appelle-là x, y, x, c, a, e, g, k . La substitution de ces dernieres grandeurs à la place des premieres qui leur répondent, dans l'équation de la Courbe génératrice HHV qu'on vient de trouver , la rendroit aussi la même que celle de la génératrice de la seconde description qui se trouve de la précédente Paracentrique dans la page 149, des Mémoires. dont on vient de parler.

EXEMPLE III.

LXVI. Soit aussi $dv = \frac{a - t x dx}{\sqrt{2at + 2pt - t^2}}$ l'équation d'une Courbe OEZ proposée à décrire. Il suffit de considérer que $CB(a)$. $CE(y) :: Bb(dx)$. $EF(dv) = \frac{y dx}{a}$. Et que l'égalité générale $xc = bx$ de l'art. 3. donnant $dx = \frac{cdx}{b}$, l'on aura $dv = \frac{y c dx}{ab}$ (art. 63.) $= \frac{a - t x dx}{ab}$. Car la substitution de cette dernière valeur de dv dans l'égalité proposée, la changera en $\frac{a - t x dx}{ab} = \frac{a - t x dx}{\sqrt{2at + 2pt - t^2}}$, ou en $dx = \frac{ab dt}{c \sqrt{2at + 2pt - t^2}}$, qui fera celle de la génératrice HHV propre à décrire à la manière de l'art. 1. la Courbe OEZ proposée : Cette description se fera encore comme celle de l'exemple 1. art. 64.

Troisième exemple des Courbes à décrire par la moyen de l'art. 1.

AVIS.

LXVII. Quelque facile que paroisse la méthode de l'art. 1. pour la construction des Courbes dont les ordonnées concourent en un même point , il faut cependant avouer qu'il y a des cas où il s'en trouve de beaucoup plus faciles : Par exemple, en voici une pour construire la

La méthode de l'art. 1. pour la description des Courbes dont les ordonnées concourent en quelque point que ce soit , est générale, mais

* Q ij.

elle n'est pas toujours la plus simple ni la plus facile. Courbe $O E Z$ du dernier exemple 3, beaucoup plus simple & plus facile que celle du précédent art. 66.

FIG. XIII. En effet l'équation $dv = \frac{a - r \pi dt}{\sqrt{2at + 2pt - tt}}$ de cette Courbe

$O E Z$, donnant $\frac{a dv}{a - r} (Bb) = \frac{a dt}{\sqrt{2at + 2pt - tt}}$, il est visible que

l'on aura aussi $Bb = \frac{a}{a + p} \times \frac{a + p \pi dt}{\sqrt{2at + 2pt - tt}}$. Or si l'on prend

$CR = p$; que du centre R , & du rayon $AR (a + p)$, on décrit le demi-cercle AVK , avec une de ses ordonnées quelconque GL ; & que de l'extrémité l de son élément Ll on suppose LN parallèle à AK , laquelle rencontre GL prolongée en N : l'on aura $GL (\sqrt{2at + 2pt - tt}) . LR (a + p) ::$

$Nl(dt) . ll = \frac{a + p \pi dt}{\sqrt{2at + 2pt - tt}}$. Donc $Bb = \frac{a \times ll}{a + p} = \frac{AC \times Ll}{AR}$;

& (en intégrant) $AB = \frac{AC \times AL}{AR}$. Ce qui donne enfin AL

$AB :: AR . AC$. c'est-à-dire, les secteurs correspondans ARL & ACB par tout semblables entr'eux. D'où l'on voit qu'en prenant deux angles quelconques ARL & ACB égaux entr'eux, si après avoir fait l'ordonnée LG , on décrit du centre C par G l'arc GE qui rencontre le rayon CB en E , ce point E sera un de ceux de la Courbe à décrire $O E Z$, dont on voit que le contour doit être $A O E Z C D K$ en forme de B . Ce qu'il falloit trouver.

On voit, dis-je, combien cette méthode est plus simple & plus aisée que celle de l'article premier, employée dans l'article 66. &c. Mais aussi en récompense celle de l'article premier est-elle beaucoup plus universelle en ce qu'elle peut servir à la construction de toutes les Courbes d'ordonnées concourantes, au lieu que celle du présent article 67. ne convient qu'à la Courbe de cet Article. Je finis par quelques Remarques sur cette méthode générale de l'article premier, & sur quelques autres qu'elle m'a fait encore imaginer pour la formation de toutes sortes de Spirales à l'infini.

R E M A R Q U E S

Sur différentes Formations générales de Spirales à l'infini.

LXVIII. On a vû cy-dessus (*art.* 38.) la maniere dont M. Bernoulli Professeur à Bâle, a formé sa Parabole hélicoïde dans les Actes de Leipsik de 1691. pag. 14. Il est visible qu'on pourroit aussi former autant d'autres Spirales qu'on peut imaginer d'autres Courbes au lieu de sa Parabole, roulées comme elle : c'est-à-dire, dont l'axe fut roulé en tant de révolutions qu'on voudroit sur la circonférence d'un cercle quelconque $ABYA$; ayant ses abscisses en AMB (x), dont l'origine est en A ; & ses ordonnées BE , tendantes toutes au centre C de ce cercle, ou directement à contre-sens. Il est, dis-je, visible que toutes les Spirales OEZ formées par les extrémités E de toutes ces ordonnées, seroient aussi différentes entr'elles que tout ce qu'on peut imaginer de Courbes ainsi roulées.

Moyen général de former des Spirales, différents de celui de l'art. 1.

FIG. XIV.

LXIX. Mais toutes ces Spirales se peuvent encore trouver aisément par la méthode de l'art. 1. en imaginant du centre C par tout ces points E , autant d'arcs de cercles EG , qui rencontrent AC prolongée vers X , x , en autant de points G , desquels soient élevées autant de perpendiculaires GH sur cet axe, Xx , lesquelles soient chacune à une droite constante AD , comme l'abscisse correspondante AMB ou $nc + AMB$ de tant de révolutions qu'on voudra, est à la circonférence (c) du cercle $ABYA$, sur laquelle circonférence on suppose que la génératrice, à la maniere de M. Bernoulli, a son axe roulé. Car il est manifeste que la Courbe HHV qui passera par tous les points H ainsi trouvés, sera la génératrice de toutes ces Spirales à la maniere de l'article premier.

Tout ce qui se peut former de Spirales, par ce moyen, se peut aussi former par celui de l'art. 1.

LXX. Il est aussi fort aisé de trouver l'équation de

Maniere de pas-

sur des génératrices du précédent art. 68. à celles de l'art. 1. pour la description des mêmes Spirales.

cette génératrice à la maniere de l'art. 1. par l'équation de l'autre génératrice à la maniere de M. Bernoulli. Car si outre les noms de l'art. 2. on appelle v , les ordonnées BE de cette seconde génératrice roulée, dont les abscisses sont (*hyp.*) AMB ou $nc + AMB = x$; on trouvera $v = \sqrt{a + y}$. Ainsi l'équation donnée de cette Courbe roulée, donnant v en x & en constantes, il en résultera une troisième équation de $\sqrt{a + y}$ avec cette valeur de v , dans laquelle équation il n'y aura plus de variables que des x & des y ; & qui par conséquent donnera de même x en y & en constantes, laquelle valeur de x étant substituée dans l'égalité générale $cx = bx$ (*art. 3.*) des Spirales engendrées comme dans l'article premier, la changera en celle de la Courbe HHV requise pour décrire à la maniere de l'article premier la Spirale proposée,

Exemple. Soit cette Spirale, la *Parabole hélicoïde* de M. Bernoulli; engendrée à la maniere par une Parabole ordinaire, laquelle ayant son axe roulé sur la circonférence du cercle $ABYA$, ait son sommet en A , $AMB(x)$ pour ses abscisses, $BE(v)$ pour ses ordonnées tendantes au centre C de ce cercle, & son parametre $= l$. L'équation de cette Parabole sera $xl = vv$, ou $v = \sqrt{xl}$. Ainsi ayant déjà (*hyp.*) $v = \sqrt{a + y}$, l'on aura aussi $\sqrt{a + y} = \sqrt{xl}$, ou $xl = a + y$, d'où résultera de même $x = \frac{a + y}{l}$. Donc ayant d'ailleurs (*art. 3.*) $cx = bx$, & par conséquent aussi $x = \frac{cz}{b}$, l'on aura enfin $\frac{cz}{b} = \frac{a + y}{l}$, ou $\frac{czl}{b} = a + y$ pour l'équation de la Courbe HHV propre à engendrer à la maniere de l'art. 1. la Parabole hélicoïde de M. Bernoulli: aussi cette équation est-elle la même que celle qui résulte de l'équation parabolique générale $a + y = xp^{m-1}$ de l'art. 38. qu'on a déjà vû dans ce même article, devoir engendrer cette Spirale à la maniere de l'art. 1. en faisant $m = 2$. En effet cette équation générale de la Courbe

HHV , se réduit-elle alors à cette particulière $\overline{a+y} = xp$, dont le parametre p doit être ici $= \frac{c^l}{b}$ pour avoir à la manière de l'art. 1. la même Spirale numériquement que M. Bernoulli a trouvée par la sienne. Et ainsi de telle autre Spirale qu'on voudra rapporter de la manière de M. Bernoulli à celle de l'art. 1.

LXXI. On a vu à la fin de l'art. 3. que cette manière de l'art. 1. quelque générale qu'elle soit, le peut encore devenir quelquefois davantage en faisant $xc = bx^r$ au lieu de $xc = bx$ dans cet art. 3. En voici quelques exemples.

Comparaison de deux équations de Spirales en général, résultantes de l'art. 1.

1°. L'équation $xc = bx^r$ donnant $x = \frac{bx^r}{c^r}$, si l'on introduit cette valeur de x dans l'équation génératrice circulaire $x = \sqrt{axy - yy}$ de l'art. 44. l'on aura $\frac{bx^r}{c^r} = \sqrt{2ry - yy}$, ou $bbx^{2r} = 2ryc^r - yyc^r$ pour l'équation des Spirales circulaires qui en doivent résulter à la manière de l'art. 1. qui donneroit alors $\overline{ABYA}^r (c^r)$. \overline{AMB}^r ou $\overline{ABYAMB}^r (x^r) :: AD(b). GH(x)$. De sorte qu'en prenant $r = 1$, il en résulteroit $\frac{bx}{c} = \sqrt{2ry - yy}$ pour l'équation de la Spirale circulaire particulière de l'article 44. comme dans cet Article.

2°. De même si l'on prend ici l'équation $\frac{dx}{b} = -\frac{dy}{y}$ de l'article 49. pour génératrice de la Spirale à trouver par le moyen de l'équation $xc = bx^r$, en s'en servant encore comme l'on a fait de $xc = bx$ dans cet article 49. Cette équation générale $xc = bx^r$ donnant $dx = \frac{r bx^{r-1} dx}{c^r}$,

l'on auroit ici $\frac{r bx^{r-1} dx}{b c^r} = -\frac{dy}{y}$ pour l'équation de la

Spirale cherchée, au lieu de l'équation $\frac{dx}{b c} = -\frac{dy}{y}$ à la Spirale logarithmique ordinaire, que $xc = bx$ donnoit là, & qu'on voit n'être encore qu'un cas de celle qu'on

vient de trouver ; puisqu'en faisant $\pi=1$, son équation $\frac{\pi b x^{\pi-1} dx}{b c^{\pi}} = -\frac{dy}{y}$ se changera en $\frac{b dx}{b c} = -\frac{dy}{y}$ qui est celle de cette Spirale logarithmique ordinaire.

Et ainsi de plusieurs autres Spirales où l'équation générale $z c^{\pi} = b x^{\pi}$ doit porter une universalité beaucoup plus grande que ne feroit $z c = b x$.

*Continuation de
la comparaison
précédente.*

LXXII. Il est pourtant à remarquer que cette équation générale $z c^{\pi} = b x^{\pi}$ substituée à la place de $z c = b x$, ne produit pas toujours ce surcroît d'universalité, ainsi qu'on en a averti à la fin de l'art. 3. & qu'on le vient encore d'insinuer au commencement & à la fin du précédent art. 71. par les mots de *quelquefois* & de *plusieurs*.

En effet 1°. si l'on prend encore la logarithmique génératrice du second exemple de cet article 71. n. 2. pour génératrice de celui-ci, en y prenant seulement son asymptote pour son axe, ainsi que dans l'art. 53. au lieu que cy-dessus (art. 71. n. 2) c'étoit une de ses ordonnées à son asymptote qu'on prenoit pour son axe, comme dans l'art. 49. En ce cas l'équation de cette logarithmique génératrice étant $\frac{dz}{z} = -\frac{dy}{b}$ comme dans l'art. 53. Et l'équation gé-

nérale $z c^{\pi} = b x^{\pi}$ donnant $z = \frac{b x^{\pi}}{c^{\pi}}$, & $dz = \frac{\pi b x^{\pi-1} dx}{c^{\pi}}$:

la substitution de ces valeurs de z & de dz dans l'équation

génératrice $\frac{dz}{z} = -\frac{dy}{b}$, donnera $-\frac{dy}{b} = -\frac{\pi b x^{\pi-1} dx}{b x^{\pi}} = -\frac{\pi dx}{x}$, ou $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{\pi b}$ pour celle de la Spirale cherchée,

laquelle on voit être encore une Spirale logarithmique de même nature que celle que la même génératrice a engendrée dans l'art. 53. par le moyen de $z c = b x$. Ainsi $z c^{\pi} = b x^{\pi}$ ne produit rien ici de plus général que $z c = b x$, l'inégalité des constantes b & πb n'y faisant rien.

Pareillement 2°. si l'on prend l'équation parabolique $z = \frac{y^m}{c^{m-1}}$ de l'art. 13. pour la génératrice de la Spirale à

trouver

trouver par le moyen de l'équation générale $zc^x = b \cdot x^x$; cette équation donnant $z = \frac{b \cdot x^x}{c^x}$, l'on aura $\frac{y^x}{a^x - 1} = \frac{b \cdot x^x}{c^x}$, ou $c^x y^x = b \cdot x^x a^{x-1}$ pour l'équation de cette Spirale. De sorte qu'en prenant $b = a$, comme dans l'art. 13. l'on aura $c^x y^x = x^x a^x$ pour l'équation de cette Spirale, laquelle on voit être celle de M. de Fermat, trouvée dans cet art. 13. par le moyen de $zc = b \cdot x$. Ainsi l'universalité de l'équation $zc^x = b \cdot x^x$ de l'art. 71. ne fait encore rien ici de plus que la simple $zc = b \cdot x$ de l'art. 3.

Je n'entrerais point dans un plus grand détail, ne m'étant déjà que trop étendu sur cette matière. Voici cependant encore une autre manière de former des Spirales à l'infini, qui me vient en pensée, laquelle est encore plus générale que celle de l'art. 1. Je n'en dirai que deux mots : me réservant à la traiter plus à fond dans une autre occasion.

LXXIII. Toutes choses demeurant les mêmes que dans l'art. 1. imaginons de plus une Courbe quelconque LLS mobile autour du centre C , avec la Règle CP qui en soit le diamètre ou l'axe, & dont les ordonnées soient EL qui fassent tel angle donné qu'on voudra avec cette Règle. Presentement après avoir trouvé chaque point E comme dans l'art. 1. au lieu d'y faire passer la Spirale cherchée, comme dans cet article, imaginons qu'elle passe par les extrémités L des ordonnées correspondantes EL de la Courbe LLS , que nous appellerons *seconde génératrice*, pour la distinguer de celle (HHV) dont nous nous sommes servis jusqu'ici, laquelle pour cet effet s'appellera *première génératrice*.

Troisième formation générale des Spirales à l'infini.

FIG. XV.

Il est visible que la Spirale $OLLZLR$, qui en résultera, sera aussi très-universelle, & ce d'autant plus que la seconde génératrice générale LLS se peut diversifier en autant de particulières que la première HHV , & avoir sur la Règle CP des positions aussi variables par rapport au centre C , que celles de HHV le sont sur CX par rapport à ce même point C .

Maniere de trouver les équations des Spirales formées de cette troisième façon.

LXXIV. Les noms demeurant aussi les mêmes que dans l'art. 2. soient de plus les ordonnées $EL = v$. Il est encore manifeste que l'équation générale $zc = bx$ de l'art. 3. ou celle $zc^x = bx^x$ de l'art. 71. doit entrer dans celle de la Spirale $OLZLK$ dont il s'agit ici, puisque cette équation sert à trouver les points E .

1°. Il en faut chasser x par la substitution de sa valeur en y & en constantes, laquelle valeur de x se tirera de l'équation donnée de la premiere Courbe génératrice HHV , comme l'on a fait cy-dessus pour trouver les équations particulieres des Spirales qu'on y a examinées. Ce qui donnera l'équation de celles qui passeroient par E à la maniere de l'art. 1. laquelle équation ne sera faite que de x , de y , & de constantes.

2°. Après cela l'équation donnée de la seconde génératrice LZS , donnant aussi y en v & en constantes, la substitution de cette valeur de y dans la dernière équation trouvée (n. 1) pour celle des Spirales qui passeroient par E , le changera enfin en celle des Spirales qui doivent passer par L , & avoir leurs raïons $CL = \sqrt{yy + vv}$. Ce qu'il falloit trouver.

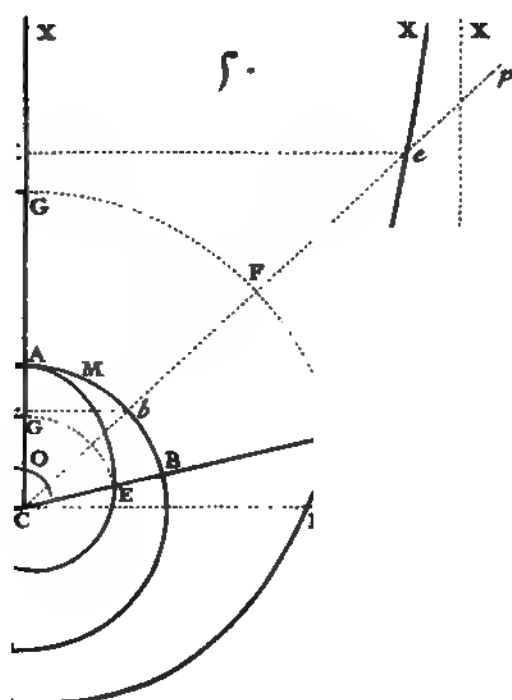
Exemple. Soit encore $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$ le lieu parabolique général de la premiere Courbe génératrice HHV , comme dans l'art. 13. & le circulaire $y = r \pm \sqrt{rr - vv}$ pour celui de la seconde LZS . La substitution de cette valeur de x dans l'équation $zc = bx$ de l'art. 3. la changera en $\frac{cy^m}{a^{m-1}} = bx$ qui est celle de la Spirale de l'art. 13.

de laquelle résulte $y = \frac{\sqrt{bx a^{m-1}}^{\frac{1}{m}}}{c^{\frac{1}{m}}}$, que la substitution

de la valeur de y , donnée par l'équation de la seconde Courbe génératrice LZS , changera en $r \pm \sqrt{rr - vv} = \frac{\sqrt{bx a^{m-1}}^{\frac{1}{m}}}{c^{\frac{1}{m}}}$, ou $rc^{\frac{1}{m}} \pm c^{\frac{1}{m}} \sqrt{rr - vv} = \sqrt{bx a^{m-1}}^{\frac{1}{m}}$,



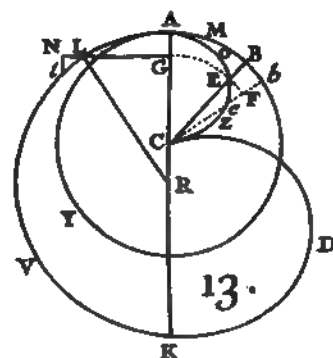
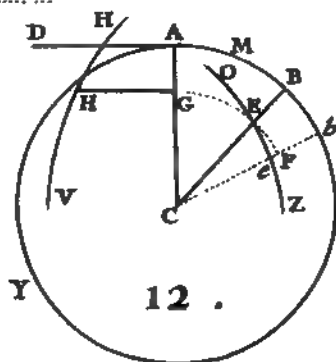
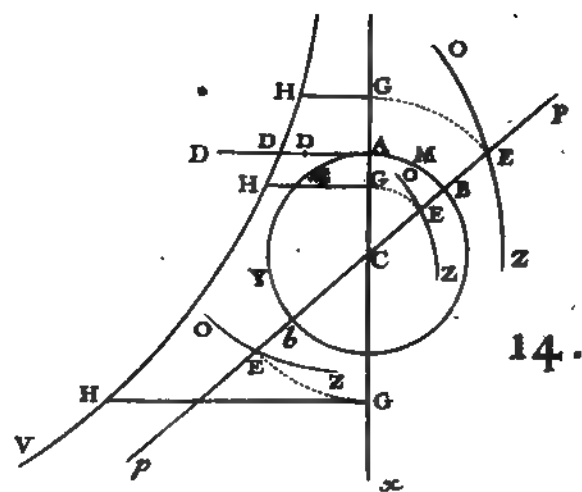
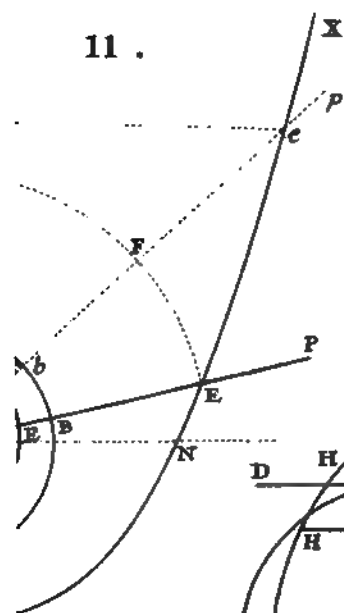
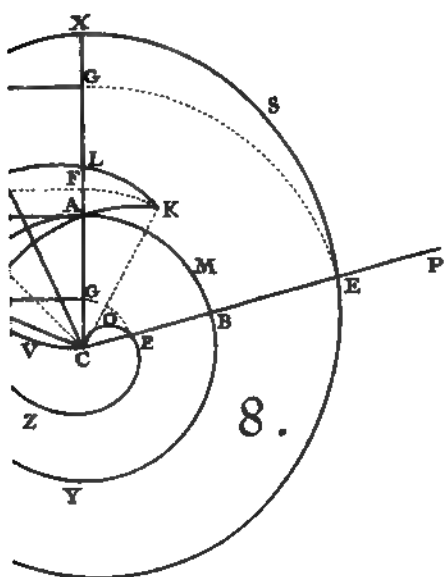
2.



6.

D

A



qui est l'équation cherchée de la Spirale O L Z L K. Et ainsi des autres.

J'aurois encore bien des choses à dire sur cette dernière génération de Spirales : ce sera pour un autre Mémoire , celui-ci n'étant déjà que trop long.

O B S E R V A T I O N D'UNE NOUVELLE TACHE DANS LE SOLEIL.

PAR M. MARALDI.

Outre les trois différentes Taches qui ont paru au mois de Janvier & de Février de cette année 1704, il en a paru une autre au mois de Mars. Nous commençâmes de la voir le 19 de Mars à 8 heures du matin proche du bord Oriental du Soleil. Nous déterminâmes aussitôt sa situation dans le Soleil par les fils qui se croisent au foyer de la Lunette, & qui font entr'eux des angles de 45 degrez. La différence d'ascension droite entre le bord Oriental & la Tache étoit de 15 secondes de temps, & la différence de déclinaison entre la Tache & le bord Septentrional étoit de 50 des mêmes parties. 1704.
1^{er} Avril.

La Tache vûë avec une Lunette de 18 pieds étoit composée de deux Taches obscures un peu distantes l'une de l'autre, & enveloppées dans la même nebulosité. Le 10 à 10 heures le Soleil s'étant découvert, la différence d'ascension droite entre le bord Orientale & la Tache fut de 27 secondes, & la différence de déclinaison fut de 53¹/₂. Le 11 à 8 heures & demi la différence d'ascension droite entre le bord Oriental & la Tache fut de 38", & la différence de déclinaison entre le bord Septentrional & la Tache de 57". La figure de la Tache étoit à peu près com-

R. ij

me les jours precedens , excepté qu'on voyoit une petite Tache adherante à la nebulosité qui n'avoit point paru le jour precedent. Le 22 & le 23 Mars le Ciel fut couvert. Le 24 la Tache étoit diminuée. A 2 heures $\frac{1}{4}$ la difference d'ascension droite entre le bord Oriental & la Tache fut 1' 20", & la difference de declinaison entre le bord Meridional & la Tache de 52" de temps. Par cette observation on trouve que la Tache passa par le milieu du Soleil le matin du 23 fort près de son centre apparent. Les jours suivans on ne pût plus voir la Tache , à cause qu'elle étoit diminuée , & que le Ciel ne fut pas bien clair. Cette Tache étoit dans l'hémisphere Meridional du Soleil où se trouvent presque toutes les Taches qui ont paru depuis trente ans : elle avoit aussi une latitude Meridionale de 10 degrez , comme la plupart des Taches qui paroissent depuis plusieurs années.

C O M P A R A I S O N

Des Observations de M. Manfredi avec les nôtres.

PAR M. MARALDI.

1704.
5. Avril

Monsieur Manfredi nous a envoyé les observations des Taches du Soleil qu'il a faites à Bologne les mois precedens , & ayant comparé ces observations avec celles que nous avons faites à l'Observatoire , on trouve qu'une Tache que M. Manfredi observa le 21 Decembre 1703 , & qui ne pût être observée à Paris à cause que le Ciel fut couvert depuis le 17 jusqu'au 25 Decembre , est la même Tache que nous observâmes proche du bord Oriental du Soleil le 7 de Janvier ; car si l'on compare la situation qu'avoit la moyenne des trois Taches qu'il observa proche du bord Occidental du Soleil , en supposant la révolution des Taches de 27 jours & demi , on trouve

que cette Tache après avoir parcouru l'émisphère supérieur du Soleil , devoit se trouver à l'endroit où nous observâmes celle qui parût près du bord Oriental du Soleil le 7 Janvier. M. Manfredi trouva à la Tache du 21 Decembre une latitude Meridionale de 10 à 11 degrez , qui est celle que nous trouvâmes à la Tache du 7 Janvier. C'est pourquoy ces deux déterminations étant les mêmes, il n'y a pas lieu de douter qu'elle ne soit la même Tache qui est retournée. C'est aussi ce que M. Manfredi supposa lorsqu'il la vit le 12 de Janvier fort près du milieu du Soleil , ne l'ayant pas pu voir auparavant à cause des nuages. Ayant continué les observations de cette Tache autant que le tems le permit, il cessa de la voir fort proche du bord Occidental du Soleil le 12 de Janvier, qui fut aussi le dernier jour que nous l'observâmes, étant passée le jour suivant dans l'émisphère supérieur du Soleil. Cette Tache retourna quatorze jours après au bord Oriental du Soleil ; mais elle étoit si fort diminuée qu'elle ne pût être observée à Paris & à Bologne avec des Lunettes ordinaires, que lorsqu'elle étoit éloignée du bord du Soleil , & approchoit du milieu de son disque. Elle fut encore observée à Paris & à Bologne le 9 de Fevrier, ayant passé le milieu du Soleil où elle disparut entierement, ayant fait presque deux révolutions entieres autour du Soleil depuis la premiere observation que M. Manfredi en fit le 21 Decembre 1703.

La Tache que M. Manfredi observa le 25 Janvier près du bord Oriental du Soleil, & que nous ne pûmes voir que le 26 à cause du temps couvert, est celle que nous avions observée le 7 de Janvier proche du bord Occidental. Les observations qu'il a faites jusqu'à sa sortie du Soleil s'accordent avec les nôtres, car par l'observation qu'il fit de la Tache le 31 Janvier à 10 heures du matin, on trouve qu'elle étoit arrivée 9 heures auparavant au milieu du Soleil, comme nous avons trouvé par l'observation du 30. Il donne aussi à la Tache une latitude Meridionale de 11 à 12 degrez, comme nous la déterminâmes par nos observations.

Nous observâmes aussi le 10 Fevrier à midi les nouvelles Taches que nous n'avions point vû le 9, ni le matin du 10, que nous observâmes le Soleil au travers des nuages rares. Le premier jour que ces Taches parurent il n'y en avoit que deux : les jours suivans on en remarqua trois. Nous avons trouvé ces dernières dans un parallèle qui décline de l'équateur du Soleil de 13. degrés vers le midy.

Ces Taches ont été aussi observées à Gennes par M. le Marquis Salvago, à Marseille par le P. de la Val Jésuite & Professeur d'Hydrographie, à Montpellier par M. Blantade Conseiller à la Cour des Aydes & par M. de Clapier, & à Lyon par les PP. Fulchiron & Thyoli, qui nous ont envoyé leurs observations.

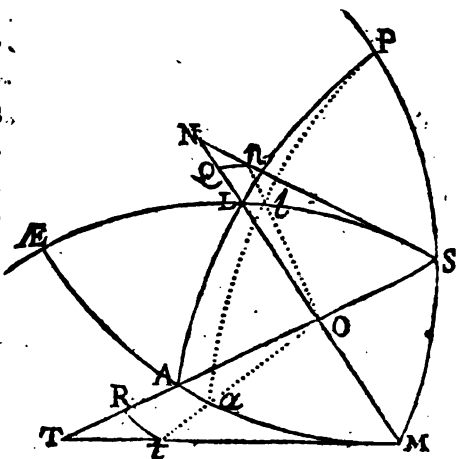
D É T E R M I N A T I O N

Du tems auquel le mouvement du Soleil en longitude est égal à son mouvement en ascension droite.

PAR M. PARENT.

1704.
9. Avril.

SOit P le pôle de la sphere, PSM un quart du colure des solstices, $ÆLS$ un quart de l'écliptique, $ÆAM$ un quart de l'équateur, $Æ$ l'équinoxe, S le solstice. Z le lieu du Soleil dans l'écliptique au tems de son mouvement médiocre en ascension droite qui est le tems désiré. PLA le quart d'un cercle de déclinaison mené du pôle P par le Soleil Z jusques à l'équateur en A , Pla le quart d'un pareil cer-



cle rencontrant l'écliptique au point l indéfiniment proche de L , & l'équateur en a ; soient conçûs aussi les tangentes SN , MT à l'écliptique & à l'équateur au solstice S , & au point M de 90^d de l'équateur, lesquelles rencontrent les rayons Ol , OL , Oa , OA , menés du centre O de la sphere & prolongés indéfiniment aux points n , N , t , T .

Soit nommé a le sinus de l'arc PS complément de l'obliquité SM de l'écliptique, r le rayon OS , OL , OA , OM de la sphere; x la tangente SN , & Nn , dx .

Menant donc encore nQ perpendiculaire à NO , on aura les triangles rectangles semblables nNQ , ONS ; ce qui donnera les analogies ($Nn | nQ || NO | OS || nO | lO || nQ | Ll$). Donc aussi ($Nn | Ll || NO^2 = OS^2 + NS^2 | OS^2$) ou ($dx | Ll || r^2 + x^2 | r^2$). D'où l'on tire ($Ll = \frac{dxr^2}{r^2 + x^2}$).

Menant de même la perpendiculaire tR sur OT en R , on aura l'analogie ($Tt | Aa || TO^2 = OM^2 + TM^2 | OM^2$). Or on sçait par les analogies des triangles sphériques rectangles que (le sinus de l'arc $PS = a$, est au sinus total $= r$, comme la tangente de l'arc LS , sçavoir $NS = x$, est à la tangente de l'arc AM , sçavoir TM). Ce qui donne ($TM = \frac{rx}{a}$), & ($Tt = \frac{rdx}{a}$), d'où l'on tire l'analogie ($Tt = \frac{rdx}{a} | Aa = Ll$ (par la supposition) $= \frac{dxr^2}{r^2 + x^2} | OM^2 + TM^2 = \frac{a^2 r^2 + x^2 r^2}{a^2} | r^2 = OM^2$), qui fournit l'égalité suivante ($ar^2 + ax^2 = a^2 r + rx^2$) qui se change en cette autre ($rx^2 - ax^2 = ar^2 - a^2 r$), en divisant le tout par ($r - a$) il reste enfin ($ar = x^2$).

D'où l'on conclut que la tangente x ou SN de la distance du solstice S au point L du mouvement mediocre en ascension droite, est moyenne proportionnelle entre le rayon de la sphere, & le sinus du complément de l'obliquité de l'écliptique.

Ajoûtant donc le logarithme du sinus de $66^d 31'$ complément de la plus grande déclinaison du Soleil, sçavoir

99624527 au logarithme du sinus total qui est 100000000, & prenant la moitié de la somme de 99624527, sçavoir 99812263½, on aura le logarithme de la tangente d'un arc qui est le complément de 46° 14'; ce qui fait voir que quand le Soleil a 46° 14' de longitude, son mouvement sur l'écliptique est alors égal à son mouvement en ascension droite.

Ceci peut donc servir à corriger quelques Tables Astronomiques qui pechent contre ce calcul, mettant le Soleil vers le 44 ou 45 degré de longitude au tems de son mouvement mediocre. Voyés les Tables du Traité de Navigation de M. Bouguer.

D É M O N S T R A T I O N

Du Principe de M. Hugen , touchant le centre de Balancement , & de l'identité de ce centre avec celui de percussion.

PAR M. B É R N O U L L I Professeur à Bâle.

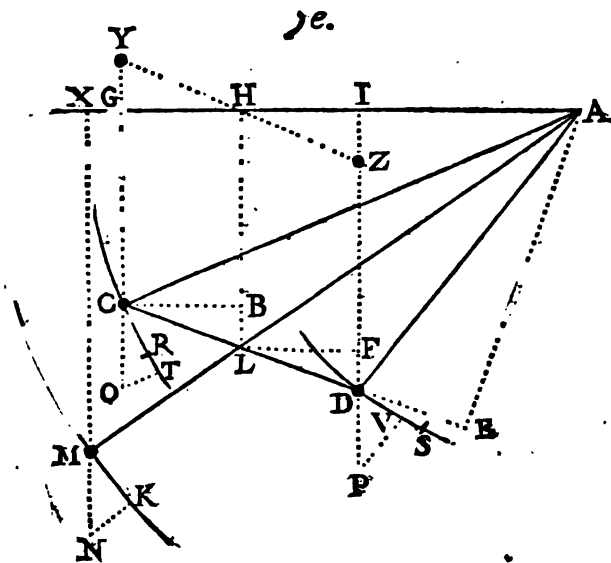
Lettre du 3. Avril 1704.

1704.
19. Avril.

* Voyez les
Mémoires de
1703 pag. 78.

A Près la démonstration de la doctrine du centre de Balancement que je donnai l'année passée à l'Académie, * par un principe incontestable tiré de la nature du Levier, il me sera presentement facile, en retournant sur mes pas, de démontrer la verité du Principe de M. Hugen, qui peut-être sans cette démonstration seroit plus sujet à être contesté : sçavoir que le centre commun de gravité des parties d'un Pendule, qui descendent conjointement & remontent ensuite séparément chacune avec sa vitesse acquise, doit remonter précisément à la même hauteur dont il est descendu.

Pour



Pour cet effet soit la Figure que voici répétée de mon
Mémoire du 13 Mars de l'année passée, présenté à l'Aca-
démie le 25 Avril de la même année. Soit, dis-je, encore A
l'axe horizontal du balancement ; AXM un plan vertical
droit à l'axe ; AM le diamètre de la figure qui balance, au-
quel on ait appliqué dans le même plan l'ordonnée CLD
à angle donné ALD , en sorte que CL soit égale à LD , &
dont C, D , soit deux petites parcelles de la figure, qui
décrivent dans leur balancement les arcs CT, DS ; soit
aussi AM la longueur du pendule simple qui fait ses vibra-
tions dans le même tems que la figure. Soient de plus les
verticales MX, CY, LH, DI , lesquelles rencontrent
l'horizontale AX en X, G, H, I ; & sur lesquelles pro-
longées de haut en bas, soient prises des parties infiniment
petites & égales MN, CO, DP , qui expriment chacune
ce que la pesanteur ajoute d'impulsion à chaque moment
à chacun des poids M, C, D . Ensuite après avoir mené
les droites NK, OT, PV , perpendiculaires aux arcs $MK,$
 CT, DV , soient CB, LF perpendiculaires sur LH, DI ,
& le reste comme on le voit dans la Figure.

1704.

S.

Quant aux noms, soient encore comme dans le Mémoire du 25 Avril 1703, pag. 83. $MN=CO=DP=a$ sinus total, le sinus de l'angle $LAI=z$, $AC=l$, $AD=m$, $AM=t$, $AL=x$, $LC=LD=y$, $c=D=dp$. D'où l'on a trouvé dans ce Mémoire $LE=\frac{zx}{a}$, $ll(\overline{AC^2})=xx+yy+\frac{2gxy}{a}$,

$$mm(\overline{AD^2})=xx+yy-\frac{2gxy}{a}, \text{ \& enfin } t=\frac{\sqrt{xx+yy+\frac{2gxy}{a}}}{\sqrt{x dp}}$$

Outre ces noms soient aussi $NK=c$, & le sinus de l'angle $LCB=e$.

Cela fait, supposons que le diamètre de la figure qui balance (ainsi que le pendule simple isochrone) soit descendu de AX en AM , & que les poids M, C, D , &c. s'étant ensuite détachés ensemble, remontent séparément chacun avec sa vitesse acquise. Il est clair que le poids M du pendule simple doit remonter à la même hauteur MX d'où il est descendu; mais que les poids C & D remonteront à des hauteurs différentes, comme CY , DZ , lesquelles se trouveront de la manière que voici.

$$MN(a). NK(c):: AL(x). LH=\frac{cx}{a}:: AM(t). MX=\frac{ct}{a}.$$

$$\overline{AM^2}(tt). \overline{AC^2}(ll):: MX(\frac{ct}{a}). CY=\frac{cll}{at}.$$

$$\overline{AM^2}(tt). \overline{AD^2}(mm):: MX(\frac{ct}{a}). DZ=\frac{ctm}{at}.$$

$$\text{Sin. tot. } (a). \text{ fin. ang. } LCB(e):: LC \text{ ou } LD(y). LB \text{ ou } DF=\frac{ey}{a}.$$

$$\text{Ce qui donne } \left\{ \begin{array}{l} CG=LH-LB=\frac{cx-ey}{a}. \\ DI=LH+DF=\frac{cx+ey}{a}. \\ GY=CY-CG=\frac{cll}{at}-\frac{cx+ey}{a}. \\ IZ=DI-DZ=\frac{cx+ey}{a}-\frac{ctm}{at}. \end{array} \right.$$

Donc le produit du petit poids C ou Y par GY sera = $\frac{clldp}{at}-\frac{cx dp+ey dp}{a}$, & celui du petit poids D ou Z par IZ = $\frac{cx dp+ey dp}{a}-\frac{ctm dp}{at}$. Et par conséquent la

somme de tous les produits de Y par GY (moment de tous les poids Y par rapport à la ligne AX) $= \int \frac{c l l d p}{a^2} - \int \frac{c x d p}{a}$
 $+ \int \frac{c y d p}{a} = \frac{c}{a^2} \int l l d p - \frac{c}{a} \int x d p + \frac{c}{a} \int y d p$; Et la somme de tous les produits de Z par IZ (moment de tous les poids Z par rapport à la même ligne AX) $= \int \frac{c x d p}{a}$
 $+ \int \frac{c y d p}{a} - \int \frac{c m m d p}{a^2} = \frac{c}{a} \int x d p + \frac{c}{a} \int y d p - \frac{c}{a^2} \int m m d p$.

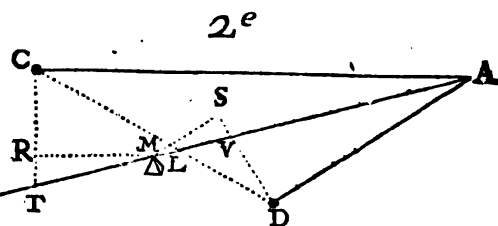
Or ces deux sommes sont égales entre elles ; ce qui se prouve par mon Mémoire du 25 Avril de l'année passée, en ce que j'y démontray $t = \frac{\sqrt{x x + y y x d p}}{\int x d p}$: Car si l'on multiplie les deux parties de cette équation par $\frac{2c}{a^2} \int x d p$, l'on aura $\frac{2c}{a^2} \times \int x d p = \frac{2c}{a^2} \times \int \frac{x x + y y x d p}{\int x d p}$ (à cause de $l l + m m = 2 x x + 2 y y$) $= \frac{c}{a^2} \times \int l l + m m \times d p$
 $= \frac{c}{a^2} \int l l d p + \frac{c}{a^2} \times \int m m d p$; & en ôtant de part & d'autre $\frac{c}{a} \times \int x d p - \frac{c}{a} \times \int y d p + \frac{c}{a^2} \times \int m m d p$, on trouvera (comme j'ay dit) $\frac{c}{a} \times \int x d p + \frac{c}{a} \times \int y d p - \frac{c}{a^2} \times \int m m d p$
 $= \frac{c}{a^2} \times \int l l d p - \frac{c}{a} \times \int x d p + \frac{c}{a} \times \int y d p$: c'est-à-dire, que le moment de tous les Z est égal au moment de tous les X par rapport à la ligne AX . Donc le centre commun de gravité de tous ces poids se trouve dans la même ligne AX ; Et par conséquent il est remonté aussi haut qu'il étoit descendu. *Ce qu'il falloit premièrement démontrer.*

La même chose se peut encore prouver d'une autre manière plus succincte, en faisant voir que la somme des produits de Y par GY (en comprenant aussi sous Y les Z de l'autre côté) est égale à zero ; ce qui est facile : on n'a qu'à substituer simplement $x x + y y$ au lieu de $l l$, & effacer entièrement $\frac{c}{a} \times \int y d p$; parce que toutes les $y d p$ positives d'une part sont détruites par autant de $y d p$ de l'autre.

tre : de cette manière l'on aura $\frac{c}{a} \times \int \sqrt{xx+yy} \times dp - \frac{c}{a} \times \int x dp$ pour la somme de ces produits, c'est-à-dire (en mettant $\frac{\int \sqrt{xx+yy} \times dp}{\int x dp}$ au lieu de t) $\frac{c}{a} \times \int x dp - \frac{c}{a} \times \int x dp = 0$. Car de là il suit encore que le centre commun de gravité de toutes les parties du pendule se trouve dans la ligne AX .

Identité des Centres d'oscillation & de percussion.

Pour démontrer l'identité des Centres d'oscillation & de percussion, soient conçus trois verges AC , AD , AT , inflexibles, sans pesanteur, & liées ensemble en un angle invariable CAD dans la seconde Figure, que les deux premières de ces verges soient chargées à leurs extrémités de poids égaux C , D , & que la troisième passe par L centre commun de gravité de ces poids. Il s'agit de trouver le centre de percussion M , qui doit être tel qu'ayant mû l'angle CAD autour du point A , les choqs ou les *momens* de percussion à l'égard du point M comme de l'appuy, soient égaux de part & d'autre. Pour cela soient menées CT , DS , perpendiculaires à AC , AD ; & MR , MS , perpendiculaires à CT , DS . Les droites CT , DS , seront les lignes de direction des poids, lorsque dans leur mouvement circulaire ils arriveront en C & en D : ainsi le produit du poids C par la vitesse AC & par la distance MR , & celui du poids D par la vitesse AD & par la distance MS , marqueront les choqs de ces poids, ou leurs *momens* de percussion par rapport à l'appuy M . Ayant donc marqué les quantités homologues à celles du Memoire du 25 Avril de l'année passée par les mêmes lettres repetées au commencement de cet Ecrit-ci, nous trouveront ce qui suit.



$AC(l)$. $LC(y) :: \sin. \text{ang. } ALC(\sqrt{aa-gg})$. $\sin. \text{ang.}$

$LAC = \sqrt{\frac{aa^2y-gg^2y}{ll}}$. Et $AD(m)$. $LD(y) :: \sin. \text{ang.}$

$ALD(\sqrt{aa-gg})$. $\sin. \text{ang. } LAD = \sqrt{\frac{a^2yy-gg^2y}{mm}}$. Donc

$\sin. \text{ang. } ATC = \sqrt{\frac{aa^2y+gg^2y}{ll}} = \sqrt{\frac{a^2ll-a^2yy+gg^2y}{l}}$,

& $\sin. \text{ang. } AVD = \sqrt{\frac{aa^2y+gg^2y}{mm}} = \sqrt{\frac{a^2mm-a^2yy+gg^2y}{m}}$;

c'est-à-dire (en mettant au lieu de ll & mm leurs valeurs)

$\sin. \text{ang. } ATC = \sqrt{\frac{a^2xx+2agxy+g^2yy}{l}} = \frac{ax+gy}{l}$, &

$\sin. \text{ang. } AVD = \sqrt{\frac{a^2xx-2agxy+g^2yy}{m}} = \frac{ax-gy}{m}$. Après

cela on trouve $\sin. \text{ang. } ATC(\frac{ax+gy}{l})$. $\sin. \text{tot. } (a) ::$

$AC(l)$. $AT = \frac{all}{ax+gy}$. Et $\sin. \text{ang. } AVD(\frac{ax-gy}{m})$. $\sin.$

$\text{tot. } (a) :: AD(m)$. $AV = \frac{amm}{ax-gy}$. Donc $TM = AT$

$-AM = \frac{all}{ax+gy} - t$, & $MV = AM - AV = t - \frac{amm}{ax-gy}$.

De plus $\sin. \text{tot. } (a)$. $\sin. \text{ang. } ATC(\frac{ax+gy}{l}) :: TM$

$(\frac{all}{ax+gy} - t)$. $MR = \frac{all-axt-gy^2}{al}$. Et $\sin. \text{tot. } (a)$.

$\sin. \text{ang. } MVS$ ou $AVD(\frac{ax-gy}{m}) :: MV(t - \frac{amm}{ax-gy})$.

$MS = \frac{axt-gyt-amm}{am}$. Donc $C \times AC \times MR = dp \times l \times$

$\frac{all-axt-gy^2}{al} = \frac{all-axt-gy^2}{a} \times dp$ (en mettant pour l

sa valeur) $= \frac{axx+ayy+2gxy-axt-gy^2}{a} \times dp$, & $D \times AD \times MS$

$= dp \times m \times \frac{axt-gyt-amm}{am} = \frac{axt-gyt-amm}{a} \times dp$ (en mettant

pour mm sa valeur) $= \frac{axt-gy^2-axx-ayy+2gxy}{a} \times dp$ Donc

aussi puisque la somme de tous les produits $C \times AC \times MR$

doit être égale à la somme de tous les produits $D \times AD \times$

MS , l'on aura $fx \times dp - fyy \times dp + \frac{2}{a} \times fgy \times dp - fxx \times dp$

$- \frac{t}{a} \times fgy \times dp = t \times fxx \times dp - \frac{t}{a} \times fgy \times dp - fxx \times dp - fyy \times dp$

+ $\frac{2}{3} \times \int gxy dp$, ce qui nous fournit $t = \frac{\int xx dp + \int yy dp}{\int x dp}$

= $\frac{\int xx + yy dp}{\int x dp}$. On trouvera encore la même chose en

ne considérant qu'une seule des deux sommes précédentes, en effaçant tous les termes où y n'a qu'une dimension, & en égalant le reste à zero : on trouvera, dis-je,

encore de cette maniere $t = \frac{\int xx + yy dp}{\int x dp}$, qui est la même

quantité que nous avons trouvée pour le centre d'oscillation dans le Mémoire du 25 Avril de l'année passée. Donc le centre d'oscillation & de percussion ne sont toujours qu'un seul & même point. *Ce qui est la seconde chose qu'il falloit ici démontrer.*

R E F L E X I O N S

Sur des Memoires touchant la Correction Gregorienne, communiqués par M. Bianchini à M. Cassini.

1704.
9. May.

Monsieur Bianchini Camerier d'honneur du Pape, a trouvé dans la Bibliothèque Vaticane des Memoires de ce qui s'est passé dans les Congregations tenus sur le Calendrier sous le Pape Gregoire XIII.

Il témoigne que l'abregé du Calendrier de Lylius, envoyé par le Pape l'an 1577 aux Princes & aux Academies principales, fut reçu avec de grandes louanges, & qu'il jugea de l'avis presque de tous qu'il devoit être préféré aux autres.

Cependant on ne laissa pas de tenir encore des Congregations sur le Calendrier l'an 1580. Le Cardinal Sirlet, le Patriarche d'Antioche, l'Evêque de Mont-Royal, M. Olivieri Auditeur de Rote, le Pere Clavius, Pierre Ciacconi, Antoine Lylius frere de Louis Auteur du Calendrier, & le Pere Ignace Dantes y arrêterent des hypotheses, parmi lesquelles il y en a de nouvelles, qui n'ont pas été suivies ni dans le Calendrier de Lylius, ni

dans celui de Clavius qui est en usage presentement , & d'autres qui sont dans l'usage commun.

Par la premiere hypothese , suivant l'usage de l'Eglise , le jour commence à minuit , & dure 24 heures.

Par la seconde hypothese , si la pleine Lune arrive aux six dernieres heures du jour , elle s'entend être du jour suivant.

Dans la troisieme , on attribué au Concile de Nicée le Decret de celebrer la Pâque le Dimanche qui suit immédiatement le quatorzieme du premier mois , que l'on reconnoît être celui dont le quatorzieme arrive dans l'Equinoxe du Printemps , ou le suit de plus près ; on suppose que le quatorzieme precede immédiatement la Lune pleine , qu'on dit être le quinzieme de la Lune.

Dans la quatrieme , on reconnoît que cet Equinoxe , par les observations , arrive tantôt au 20 , tantôt au 21 de Mars , & l'on veut que quand le quatorzieme de la Lune arrive au 20 Mars , il appartienne au premier mois , quoique la Pâque ne doive jamais être celebrée avant le 22 de Mars.

Dans la cinquieme , que la faute que l'on feroit en celebrant la Pâque au second mois , ne seroit pas si grande que si on la celebroit au douzieme mois.

La sixieme est , qu'à cause des heretiques Quartadecimains , il est défendu absolument de celebrer la Pâque le quatorzieme de la Lune.

La septieme , que s'il y a de l'erreur dans un Cycle , elle est plus grande lorsque le lieu de la conjonction ou de l'opposition du Soleil & de la Lune anticipe , que quand il suit les nouvelles & les pleines Lunes.

La premiere de ces hypotheses est commune & naturelle : le midy divisant le jour compose de 24 heures par la moitié , la premiere partie commence à minuit precedent , la seconde finit à minuit suivant.

La seconde hypothese qui attribué au jour suivant la pleine Lune qui arrive aux six dernieres heures du jour , ne paroît pas conforme à la premiere , qui ne finit le jour qu'à minuit suivant.

Pour ce qui est de la troisième, nous avons reconnu que la célébration de la Pâque fut autorisée immédiatement par le Concile de Nicée, & nous avons attribué aux Alexandrins, députés par le Concile de Nicée, la règle de la célébrer le Dimanche qui suit immédiatement le quatorzième de la Lune; d'autant que même après le Concile de Nicée les Latins soutenoient encore leur règle ancienne, de ne pas la célébrer que le Dimanche qui suit le quinzième, comme ils avoient pratiqué auparavant, jusqu'à ce que S. Leon Pape eut acquiescé à la détermination des Alexandrins.

Touchant le rapport du quatorzième de la Lune avec la Lune pleine, nous avons remarqué que le plein de la Lune arrivoit tantôt le 14, tantôt le 15 & tantôt le 16 du mois lunaire Ecclesiastique, & que cela est conforme à la pratique du Concile de Nicée.

La quatrième hypothèse: Que le quatorzième de la Lune qui arrive au 20 Mars, appartient au premier mois, à cause que l'Equinoxe Astronomique arrive tantôt au 21, tantôt au 20 de Mars, paroît être une hypothèse toute nouvelle, diverse de la pratique du Concile de Nicée ou de ses députés, qui ne pouvoient pas ignorer que l'Equinoxe véritable arrivoit en ce tems-là, tantôt au 21, tantôt au 20 de Mars. Et néanmoins ils prenoient toujours pour Equinoxe Ecclesiastique le 21 de Mars, & pour premier mois lunaire celui dont le quatorzième arrivoit au 21 ou après; ce qui s'est observé même jusqu'à la Correction Gregorienne, quand l'Equinoxe Astronomique arrivoit au dixième ou à l'onzième de Mars, d'où il fut remis au 21; cette hypothèse n'est pas non plus conforme à la Correction Gregorienne ni à la pratique d'aujourd'hui, qui tolère la différence d'un ou de deux jours entre l'Equinoxe Ecclesiastique & l'Astronomique, & règle la Pâque à l'Equinoxe Ecclesiastique fixé au 21 de Mars, le tenant autant d'accord avec l'Astronomique qu'il se peut par l'obmission de 3 jours en 400 années.

Il y a apparence que le Pape ne trouva pas bon qu'on se

se conformât à cette hypothèse nouvelle , pour ne pas préférer une subtilité plus grande à l'usage ancien des Saints Peres. Ainsi Clavius qui avoit signé cette hypothèse , n'y eut point d'égard dans l'exécution.

A l'égard de la cinquième & de la septième hypothèse , elles sont conformes à celles des anciens Peres contre l'usage de ceux qui en ce tems-là prenoient pour premier mois un mois d'hyver , & pour premier jour du mois lunaire un jour qu'on voyoit encore la Lune dans son decours. Ils parloient contre ces anticipations extraordinaires qui étoient tolérées de plusieurs , ainsi qu'il paroît par les Prologues de Theophile & de S. Cyrille.

Pour la sixième hypothèse , qui est qu'à cause des Quarta-decimans , il est défendu de célébrer la Pâque au quatorzième de la Lune. Il nous a paru que cette défense ne regarde point le concours accidentel de nôtre quinzième , dans lequel nous pouvons célébrer la Pâque avec la quatorzième des Quarta-decimans déterminée par une méthode différente de la nôtre , laquelle est la seule que nous devons reconnoître pour quatorzième legitime , quand elle est conforme à la détermination du Concile de Nicée , & à la Bulle de Gregoire XIII.

Il y a apparence que la raison que les Alexandrins avoient de ne pas célébrer la Pâque qu'après le quatorzième de la Lune , & celle que les Latins avoient de ne la célébrer qu'après le quinzième , étoit parce que la Resurrection de Nôtre-Seigneur que nous célébrons le jour de Pâque , n'arriva que le Dimanche après le quatorzième de la Lune.

M. Bianchini propose une Periode Paschale de 1184 années , qu'il appelle *Clementine* , dont il tire les Epâctes par une méthode particulière , & il les compare avec celles qui résultent de la Periode de 11600 ans , que j'ai proposée dans l'Astronomie Indienne , & avec celles que le Pere Bonjour a publiées.

DES EQUATIONS

DES MOIS LUNAIRES

ET DES ANNEES SOLAIRES.

PAR M. CASSINI.

1704.
31. May.

Les inventions excellentes du temps passé meritent d'être mises dans leur jour, afin qu'elles ne soient pas négligées faute d'être éclaircies.

Les Equations des mois Lunaires & des années Solaires proposées par les Gregoriens, sont aussi conformes aux Astronomiques qu'on le puisse souhaiter : leurs regles consistent en deux mors. Elles sont très-faciles à pratiquer, & aussi propres pour l'usage populaire, que pour l'Astronomique. Ceux qui auroient dû les employer n'en ont pas profité. Ils ont employé à leur place diverses Tables Astronomiques, qui ne sont pas si d'accord ensemble que ces Equations Gregoriennes le sont avec ces mêmes Tables : car elles sont comme moyennes entre celles qui sont employées indifferemment au même sujet. L'Auteur de l'Explication du Calendrier auroit été plus d'accord avec soi-même, sans s'éloigner de l'Astronomie, s'il se fût attaché uniquement à ces Equations qui lui étoient proposées.

Quoique les Astronomes calculent par leurs Tables les heures, minutes & secondes des nouvelles & des pleines Lunes, & même des Equinoxes, & ne les negligent pas même dans les observations, l'experience continuelle fait connoître que diverses observations ne s'accordent pas toujours dans les minutes dans les Eclipses de Lune qu'on employe à la construction des Tables Lunaires, ni à un quart-d'heure près dans les observations des Equinoxes que l'on employe à la construction des Tables du Soleil.

5



15



14



16

12



13



10



Dans la dernière Eclipsé de Lune totale, dont le temps étoit plus facile à déterminer à cause qu'elle entroit plus directement dans l'ombre que jamais, divers Observateurs très-habiles ne se sont accordés ensemble dans la durée de l'Immersion qu'à deux ou trois minutes près. On peut juger par là de la différence qu'il y aura eu dans les observations des anciens, qui n'avoient pas de Lunettes d'approche pour distinguer assez bien les termes de l'ombre de la Lune, ni d'horloges assez propres pour mesurer le temps à minutes d'heure.

Les Tables Astronomiques ne sont jamais plus exactes que les observations sur lesquelles elles sont fondées.

Quand les Tables ne diffèrent pas plus entr'elles que les observations sur lesquelles elles sont fondées, il n'y a point de raison de préférer les plus difficiles à construire & à pratiquer, aux plus faciles, ou à une méthode qui n'ait pas besoin de Tables ni de Livres pour être pratiquée, & qui donne comme le milieu entre les Tables les plus estimées.

Les Equations des mois Lunaires & des années Solaires ont été introduites dans la Correction Gregorienne pour les accorder de temps en temps avec les Astronomiques, quand elle s'en éloigne environ d'un jour. Dans l'usage Civil & Ecclesiastique on tient un milieu entre la facilité populaire, & l'exactitude Astronomique, en composant les mois & les années de jours entiers, & tolérant des excès & des défauts dans les heures & dans les minutes, qui se récompensent partie les uns les autres, & se réduisent enfin à l'égalité avec les Astronomiques par l'addition ou subtraction de quelques jours d'extraordinaire.

Au lieu de faire les mois Lunaires de 29 jours 12 heures & 44 minutes comme font les Astronomes, on est obligé de les faire d'abord alternativement de 30 jours, qui excèdent les Astronomiques de 12 heures 16 minutes, & de 29 jours qui diffèrent des Astronomiques de 12 heures 44 minutes : mais deux de ces mois se récompensent en sorte que leur somme ne diffère de deux mois Astronomiques

que d'une heure & 28 minutes, dont on tient compte en certains tems, interrompant cette alternative, & faisant deux mois de suite de 30 jours.

De même au lieu de faire les années Solaires de 365 jours & presque 6 heures comme les Astronomes le supposent, on en fait trois de suite de 365 jours, qui sont les communes, & la quatrième de 366 jours, qui est la Bissextile; de sorte que la somme de 4 années Civiles est à peu près égale à la somme de 4 années Astronomiques. Celle-ci est l'Equation Julienne des années Civiles, qui les rapproche plus des Astronomiques: mais parce que quatre années Civiles égalées par cette manière excèdent quatre années Astronomiques d'environ 43 minutes 12 secondes, qui en quatre cens ans font trois jours, on en retranche 3 jours en 400 années, qui est l'Equation Gregorienne du Soleil.

En comparant les mois Lunaires avec les années Solaires, on fait ces années de 12 mois Lunaires & onze jours. Ces onze jours sont l'Epacte Lunaire en une année Solaire supposée de 365 jours & un quart; quoique dans l'usage l'on ne fasse point reflexion à cette difference d'un quart de jour, attribuant la même Epacte indifferemment aux années communes & aux Bissextiles.

Une année portant l'autre Epacte Civile & Ecclesiastique excède d'abord l'Astronomique de quelques heures; mais quand les Epactes de plusieurs années excèdent 30 jours, on prend ces 30 jours pour un mois Embolismique, au lieu de prendre 29 jours & demi. Cette subtraction excessive rapproche l'Epacte Civile de l'Astronomique, de sorte qu'en 4 années qui en comprennent une Bissextile & une Embolismique, l'Epacte Civile & Ecclesiastique s'égale à l'Astronomique à une ou deux minutes d'heure près, ce qui arrive souvent deux fois de suite. Mais il y a aussi souvent deux Embolismiques en quatre années, qui troublent cette égalité par l'excès d'onze heures 20 minutes.

Les Anciens ont proposé pendant quelque tems, qu'en

quatre années Solaires il y ait 49 mois Solaires & demi, & par conséquent 99 mois en 8 années. Mais on n'y a depuis trouvé une différence qui monte à un jour & demi, ce qui a obligé de s'éloigner de cette hypothèse. On s'est plus approché de la précision Astronomique lorsqu'on a supposé que dix-neuf années Solaires Juliennes de 365 jours & un quart contiennent 235 mois Lunaires, & que 76 années Juliennes comprennent 940 mois Lunaires. Le Concile de Nicée se servit de cette hypothèse dans la détermination des quatorzièmes Paschales.

Mais les observations de 24 Siècles comparées ensemble, ont fait connoître que quatre Cycles de 19 années Solaires Juliennes, qui en font un de 76 années, excèdent 940 mois Lunaires de 5 heures 50 minutes, qui est l'Épacte & l'Equation Lunaire qui convient à ces 76 années.

Les Gregoriens ont déterminé cette Equation en raison de huit jours en vingt-cinq Siècles. La partie proportionnelle de cette Equation dûë à un Cycle de 19 années, est d'une heure 27' 33" 7" 12"; ainsi 235 mois Lunaires s'accomplissent en 6939 jours 16 heures 32' 26" 52" 48". Le mois Lunaire qui en résulte est de 29 jours 12 heures 44' 3" 10" 41" 34". On peut construire sur ce fondement une Table des mois Lunaires, & des Épactes Astronomiques qui serviront pour tous les Siècles.

La règle des Equations Lunaires Gregoriennes attribue donc des Épactes aux intervalles composés de Cycles de 19 années Juliennes, auxquels les Anciens n'en attribuoient point. Et c'est dans cette Épacte inconnue aux Anciens, distribuée proportionnellement aux années Solaires Juliennes en raison de 8 jours en 25 Siècles, que consiste l'Equation Gregorienne de la Lune.

Quoique les termes de cette Analogie Gregorienne soient des Siècles entiers & des jours entiers, elle se trouve très-conforme aux mois Lunaires moyens déterminés par des excellens Astronomes à jours, heures, minutes, secondes & tierces; & pour des intervalles encore plus grands que ceux qui sont échûs depuis le commencement du

monde jusqu'à présent, elle donne les Epactes qui s'accordent à deux ou trois minutes près avec celles que l'on trouve par les bonnes Tables Astronomiques.

En 7600 années Juliennes qui comprennent 400 Cycles de 19 années, on trouve par cette Analogie pratiquée par la regle Arithmetique des proportions, l'Equation Gregorienne de 24 jours 7 heures 40 minutes & 48 secondes, qui est l'Epacte Gregorienne de ces années Juliennes.

Par les Tables Astronomiques employées par Clavius, auxquelles sont assez conformes les Tables Rudolphines & celles de Riccioli, on trouve l'Epacte de 7600 années, au Chapitre 12 & 28 du Calendrier Gregorien, de 24 jours 7 heures 42' 27" 5", qui excède la Gregorienne d'une minute 19" 5". Au Chapitre 14 du même Livre on la trouve de 24 jours 7 heures 37' 53" 20" moindre que la Gregorienne de 2' 54" 40". Celle qui se trouve par l'Analogie Gregorienne sans Tables, qui est de 24 jours 7 heures 40' 48", est donc moyenne entre celle qui se trouve par ces différentes Tables employées par le même Auteur, qui sont si conformes à celles des autres Astronomes dont nous avons parlé, qu'elles n'en different tout au plus que de trois minutes dans un si grand intervalle, dans lequel cette difference est tout-à-fait insensible.

Cet intervalle excède de trois fois les plus grands intervalles qui se trouvent entre les observations modernes de la Lune & les plus anciennes que nous ayons, qui ne sont pas si précises qu'il n'y ait souvent de l'ambiguité de quelque quart-d'heure, d'autant que les Anciens avoient de la peine à répondre des heures précises de leurs observations. Ainsi la difference de quelque demie-heure qu'il y auroit dans un triple intervalle entre les Epactes trouvées par ces Equations & celles qui se tirent quelques Tables Astronomiques, passeroit pour insensible par rapport à la précision que l'on peut avoir jusqu'à présent, en comparant les observations les plus recentes avec les plus anciennes.

L'accord des Epâctes trouvées par l'Analogie Gregorienne sans les secours des Tables Astronomiques pour un si grand intervalle, est donc aussi précis que l'Astronomie d'aujourd'hui le puisse avoir avec certitude par la comparaison des observations que nous avons jusqu'à présent.

La facilité de trouver ces Epâctes par cette Analogie est grande : si l'on se contente de les avoir à heure pour de si grands intervalles, une operation par la regle ordinaire des proportions en très-petits nombres est suffisante.

Dans le cas proposé on fera comme 25 Siecles à huit jours. Ainsi 76 Siecles à 24 jours & $\frac{1}{17}$ qui sont un peu moins de 8 heures, un vingt-cinquième de jour ne differe d'une heure que de deux minutes 24". Les vingt-cinquièmes fractions ordinaires dans cette Analogie peuvent donc passer pour des heures dans les calculs, quand on ne cherche point les minutes, dont on n'a pas toujours de besoin. Si l'on ne veut pas negliger les minutes, on n'a qu'à en ôter autant de fois 2' 24" qu'il y a de vingt-cinquièmes, prenant le reste pour heures & minutes : huit fois 2' 24" font 19' 12", qui ôtrées de 8 heures font 7 heures 40' 48"; ainsi l'Equation dûë à 76 Siecles, qui est son Epacte Gregorienne, se trouve de 24 jours 7 heures 40' 48", & celle de 100 ans est de 7 heures 40' 48". Car 7500 années qui est le triple de 2500 demandent 24 jours.

Parmi 4 periodes de 19 années Civiles Juliennes, il y en a toujours une qui n'a que 4 années Bissextiles, mais les periodes de 76 années qui en comprennent 4 de 19 en ont toujours 19 Bissextiles, & sont égales entr'elles. Tous les intervalles composés de periodes de 76 années Civiles ont les Epâctes égales à leurs Equations ; car l'Epacte Lunaire d'une periode d'année Civile est l'excès de ces années sur les mois Lunaires entiers qu'elles comprennent, & cet excès dans le Cycle de 19 années & dans ceux qui en sont composés, est l'Equation Lunaire Gregorienne.

Par l'Analogie Gregorienne on trouvera l'Equation d'une periode de 76 années de 5 heures 50' 12" 28" 48",

qui est aussi son Epacte. La Table des Epactes Astronomiques de Clavius inserée au Chapitre 28 du Calendrier, qui parmi celles qu'il employe est la plus conforme à l'Analogie Gregorienne, la donne de 5 heures 50' 13" 20". Elle n'excede pas ici la Gregorienne d'une seconde entiere, mais seulement de 51" 12", qui sont des fractions insensibles, & elles s'accordent aussi dans les secondes avec celle qui est inserée au Chapitre 13, que Clavius donne comme conforme aux Tables calculées par Molelius, par Magini & par Paul de Middelbourg, & à celle qu'il rapporte encore au Chapitre 25 du Calendrier. Mais dans la Table inserée au Chapitre 8 & au Chapitre 14, Clavius calcule cette Epacte de 5 heures 50 minutes 10" 44". Celle qui se trouve par l'Analogie Gregorienne excède cette dernière d'une minute 44" 48". Cette plus grande difference ne monte qu'à une minute & trois quarts en 4560 ans. On pourroit refaire ces Tables sur l'Analogie Gregorienne, s'il en valoit la peine. Mais pour l'usage Civil, & même pour l'Astronomique, il est indifférent de quelle de ces Tables l'on se serve. Car la plus fine Astronomie d'aujourd'huy ne sçauroit répondre de cette difference en tout l'intervalle qui est échû depuis le commencement du monde jusqu'à présent; & pour des grands intervalles composés de periodes de 76 années, on a plutôt fait de trouver les Epactes Astronomiques par le calcul tiré de l'Analogie Gregorienne, que d'avoir recours à un Livre pour les calculer par les Tables mêmes.

C'est une chose digne de remarque que les intervalles composés de 25 années, donnent les Equations Lunaires précises à secondes sans autres fractions, & que les intervalles composés de periodes de 125 années, donnent les Equations précises à minutes. Que ceux qui sont composés de periodes de 625 années, donnent les Equations précises à jours entiers. En 25 années l'Equation Lunaire est d'une heure 55' 12", en 125 années elle est de 9 heures 36 minutes, & en 625 années elle est de deux jours entiers; ce qui facilite le calcul & la construction des Tables

bles des Equations Lunaires Gregoriennes & Astronomiques.

Ayant assigné à 2500 années l'Equation de huit jours , & prenant la moitié de ces nombres , il est aisé de voir qu'elle avoit augmenté de 4 jours entiers en 1250 ans qui étoient échus depuis le Concile de Nicée jusqu'au Pontificat de Gregoire XIII. tant suivant la regle , que suivant les Tables de Clavius , qui dans l'exécution ne les augmenta que de trois jours.

Cette Equation Gregorienne remet les nouvelles Lunes en 3400 années Juliennes au même jour & à la même heure , à une demie minute près sous le même meridien.

Viete reprochoit à Clavius de n'avoir pas fait mention dans son Apologie de cette periode de 3400 années. Clavius pouvoit lui répondre qu'on trouve cette periode marquée dans les Tables des Epâctes inserées dans son Apologie , où il ne donne à 3400 années qu'une minute & 12 secondes d'Epâctes ; & neanmoins Clavius lui répond qu'il ne scauroit faire mention de ce qui n'est pas , & qui ne se trouve point écrit d'aucun Auteur de merite , quoiqu'il ne nie point qu'elle n'approche beaucoup de la verité. Une minute & 11" de difference en 3400 années doit passer pour insensible dans l'Astronomie , & d'autant plus dans l'usage Ecclesiastique. Clavius même a calculé la Table des Fêtes mobiles pour une de ces periodes de 3400 années , qui commence par l'année 1600 , & finit par l'année 5000.

Des Epoques Gregoriennes.

Après avoir démontré la conformité de l'Analogie Gregorienne , qui regle les Equations des mois Lunaires & des Epâctes avec les Tables Astronomiques les plus celebres , il reste à examiner la conformité des Epoques de ces Equations , qui sont les principales d'où l'on peut tirer toutes les autres.

Les Astronomes prennent pour Epoque de leurs Tables

quelque année & quelque jour mémorable, & une heure commode sous quelque meridien celebre. Il n'importe pas quelle année ni quel jour ou heure l'on prenne, pourvu que l'on sçache le rapport qu'elle a avec l'Epoque usuelle. La plus celebre de toutes les Epoques est presentement l'année même de Jesus-Christ suivant l'usage vulgaire, qui dans le rang des années Juliennes est supposée Bissextile & premiere des Cycles de 19 années marquée du nombre d'Or I, suivant l'ordre qui s'observe presentement depuis le Concile de Nicée.

Il y a des Astronomes qui dans leurs Tables prennent pour Epoque des Epactes Astronomiques le midy qui précéda le premier Janvier de cette année de Jesus-Christ, & d'autres qui prennent le minuit qui précéda ce même jour; d'autres qui prennent le midy du même jour. Il y en a d'autres qui prennent le midy du dernier jour de la même année, d'autre le minuit suivant, & d'autres le midy du premier jour de Janvier suivant. Il y a enfin de ceux qui prennent pour Epoque des années Bissextiles le midy du premier Janvier, & des années communes le midy précédent, afin qu'entre les années communes & les Bissextiles, il n'y ait difference qu'en Janvier & Fevrier; au lieu que suivant les autres methodes, il n'y a point de difference entre ces deux mois: mais il y a la difference d'un jour aux autres dix mois de l'année Bissextile. Dans le Calendrier Gregorien on assigne la même Epacte au premier de Janvier & au premier de Mars, tolerant dans l'année Bissextile trois mois Lunaires de suite de 30 jours. Cet excès récompensant le défaut d'autres mois.

Il y auroit de la commodité & plus de justesse à prendre toujours pour Epoque des Epactes le premier de Mars qui suit toujours l'intercalation du jour dont le mois de Fevrier est prolongé aux années Bissextiles. C'est aussi le mois où arrive l'Equinoxe du Printemps, que l'on employe à déterminer le premier mois Lunaire dans lequel arrive la Pâque.

L'on voit assez que les Epoques des mois Lunaires Ec-

clesiastiques & de leurs Epâctes ne ſçauroient s'accorder ſans réduction avec les Epoques de divers Aſtronomes , qui ne s'accordent paſtous dans la même Epoque , ni dans le jour ni dans l'heure , ni dans le meridien , d'autant que le choix en eſt arbitraire.

Les Epâctes annuelles Eccleſiaſtiques , qui conviennent au nombre d'Or courant pendant un ou deux Siecles , ont particulièrement cette ſujerion, qu'il faut qu'elles ſ'accommodent aux Epâctes diſpoſées dans le Calendrier à chaque jour des mois , pour marquer la nouvelle Lune au jour du mois où elles ſont placées. Si l'on changeoit cette diſpoſition dans le Calendrier , il faudroit auſſi changer les Epâctes annuelles assignées au même nombre d'Or. dans le Cycle de 19 années. En changeant les Epâctes ſous les mêmes nombres d'Or ſans changer les Epâctes dans le Calendrier , on trouveroit les nouvelles Lunes en differens jours du même mois.

L'Epâcte d'une année trouvée par le nombre d'Or , peut être différente de l'Epâcte de la même année trouvée par les Tables Aſtronomiques , & s'accorder avec elle en montrant dans le Calendrier la nouvelle Lune au même jour que l'Epâcte Aſtronomique la donne ſuivant les préceptes des Tables.

Dans la Correction Gregorienne on assigna 7 jours d'Epâcte à la premiere année des Cycles des trois premiers Siecles des Jeſus-Chriſt. La Lune eut ſept jours accomplis d'Epâcte Aſtronomique le premier jour de Mars de l'année même de Jeſus-Chriſt Biſſextile premiere d'un Cycle de 19 années ſur le midy à un meridien plus Oriental que Rome d'une heure & 17 minutes , comme eſt à peu près celui de Nicée.

C'eſt une Epoque celebre des Epâctes Lunaires , qui moyennant le Cycle de 19 années & les Equations Gregoriennes , ſert à trouver aiſément toutes les autres Epâctes avant & après.

Suivant ces Equations l'Epâcte ordinaire augmente d'un jour en 312 ans & demi. Mais pour la commodité popu-

niere qu'elles concouroient au Siecle du Concile de Nicée, avec les differences qui résultent necessairement d'un Cycle à l'autre.

Il n'y a pas aucune regle Ecclesiastique de rapporter les nouvelles Lunes plutôt à un meridien qu'à l'autre, quoique dans leurs Epoques elles se trouvent assez proche du Meridien de Rome. Elles s'accommodent dans la suite à d'autres meridiens en diverses années du même Cycle aux mêmes années de divers Cycles. Cette variation est naturelle, on n'a pas entrepris de l'éviter dans la Correction Gregorienne, où pendant un ou deux Siecles on attribue la même Épacte à la même année de differens Cycles, quoique dans cet intervalle les heures des nouvelles Lunes varient beaucoup sous le même meridien, duquel on les rapproche, quand à la fin des Siecles elles s'en sont éloignées d'un jour ou environ.

Suivant le projet Gregorien l'an 1900 l'Equation de la Lune sera 13, & l'Equation du Soleil contraire sera aussi 13, & ainsi l'Épacte Gregorienne sera nulle. Cette année sera donc considerable non seulement pour finir le 19 Siecle, & être la premiere du centième Cycle de 19 années après l'Epoque de J. C. qui fut la premiere d'un Cycle, mais aussi principalement pour n'avoir point d'Épacte Gregorienne, & avoir par conséquent la nouvelle Lune Ecclesiastique & l'Astronomique au premier de Janvier & de Mars, où l'Épacte nulle est marquée dans le Calendrier.

Elle sera donc naturellement une nouvelle Epoque des Cycles & des Épactes, qui exemptera la posterité d'avoir recouru aux Epoques éloignées. C'est de là qu'on pourra prendre non seulement les Cycles de 19 années, comme on les prend presentement de l'Epoque de J. C. mais aussi les Equations de la Lune & du Soleil.

OBSERVATION

*Sur un battement de veines semblable au battement
des artères.*

PAR M. HOMBERY.

LE battement des artères suit à peu près les contrac-
tions du cœur, selon les portions du sang qui en sont 1704
poussées alternativement & par secousses dans les artères: 11 Juin.
mais ce sang étant resorti des artères par leurs extrémités
capillaires & pressé ensuite dans les veines, il y coule uni-
formément & sans secousses, perdant entièrement les pul-
sations dont on s'apéroçoit pendant qu'il couloit dans
les artères. Ceci s'observe ordinairement dans tous les
animaux, qu'ils soient malades ou en bonne santé. Je ne
me souviens pas d'avoir vu aucun Auteur qui ait remar-
qué un mouvement pareil aux veines que nous remar-
quons aux artères, j'ay eu le hazard d'en observer un que
je rapporte par la singularité du cas.

Une Dame âgée d'environ trente-cinq ans étant malade
de depuis quinze ou seize ans des poudrons, à ce qu'on
croyoit, me pria de l'assister de mes conseils dans le der-
nier temps de sa vie: les principaux symptômes étoient un
asthme cruel & fréquent, un très-grand mal de tête qui
ne la quittoit jamais, accompagné d'une insomnie perpe-
tuelle, des douleurs dans la poitrine très-vives & sans re-
lâche, & au moindre effort qu'elle faisoit son asthme la
prenoit avec une palpitation du cœur très-violente, qui
dureit quelquefois une heure ou une heure & demie, ou-
tre beaucoup d'autres accidens très-fâcheux, dont je ne
fais point mention, qui changeoient & qui se succédoient
les uns aux autres.

Tous ces symptômes redoubloient particulièrement son
asthme, & mettoient la malade à la mort à chaque fois

que les ordinaires étoient accoutumés de paroître, & qui avoient cessé peu de temps avant que je l'aye vû.

Je ne marqueray pas les remèdes que plusieurs personnes habiles lui avoient fait devant moy, ni ceux que je lui ay ordonné pendant deux ans que je l'ay traité avec grand soin, sans la pouvoir guérir, ne faisant rien à l'observation dont il s'agit.

La malade étant morte & ayant été ouverte, l'on a trouvé toutes les parties de la tête dans leur état naturel & sans aucun défaut, quoiqu'elle ait eu un coup violent à la tête à l'âge de douze ans dont elle a pensé mourir, & qu'on a toujours soupçonné être la première cause de la maladie. Les parties du bas ventre étoient extrêmement flétries, aussi bien que les poulmons, sans être autrement gâtées. Son estomac étoit très-petit, & ne paroissoit pas pouvoir contenir la valeur d'une chopine. Son cœur étoit une fois plus grand qu'il ne devoit être, & flétri comme une poche de cuir mollasse : les cavitez en étoient fort amples, & les parois fort minces : il y avoit dans chaque tronc des artères un polype attaché aux parois internes du cœur, dont celui qui bouchoit l'aorte, ayant été arraché, avoit plus de deux pieds de long sans les extrémités qui étoient restées dans les branches de cette artère : le tronc de ce polype étoit d'une chair fibreuse, vermeille & ferme comme de la vraie chair, de la longueur d'environ six ou sept pouces : le reste changeoit insensiblement, prenant la couleur & la consistance du sang caillé.

Dans le temps que cette Dame étoit le plus agitée des palpitations du cœur, qui accompagnoient toujours ses accès d'asthme, on sentoit aux veines des bras & du col un battement très-sensible, dont la fréquence étoit un peu différente de celle des artères, mais qui suivoit exactement les violentes secousses que l'on sentoit que le cœur se donnoit, & quand cet accès étoit fini, on ne s'ap percevoit plus du battement à ces veines. Ceci arrivoit ordinairement une fois ou deux en vingt-quatre heures, & quelquefois plus souvent. Je me suis imaginé que ce batte-

ment

ment de veines ait pû se faire de cette maniere : Le sang couloit sans aucun obstacle dans le cœur, parce qu'il n'y avoit pas de polype dans les veines : ce sang sortoit du cœur avec embarras, parce que les troncs des arteres étoient bouchés par les polypes : le cœur étoit donc continuellement rempli de sang, qui en dilatoit & ammincissoit les parois : cette dilatation étant douloureuse au cœur en a causé des contractions convulsives, ce qui faisoit sans doute la palpitation du cœur : ces contractions convulsives s'étant jointes aux contractions naturelles du cœur, ont comprimé le sang contenu dans ses cavitez plus violemment que par les seules contractions naturelles : ces violentes contractions ont repoussé par secousses le sang dans les veines, leurs valvules étant forcées par l'effort violent dont le cœur les pressoit : ce sang repoussé par secousses dans les veines les a gonflées par intervalles, en conservant fort sensiblement les impressions de ces secousses, ce qui a imité dans les veines les plus proches du cœur une pulsation approchante de celle que l'on sent aux arteres, & comme ces pulsations étoient seulement causées par les contractions convulsives du cœur, elles suivoient exactement ces contractions, en quoy elles étoient différentes des pulsations des arteres, qui m'ont toujours paru avoir des contractions propres & indépendantes du cœur. L'on pourroit comparer ce repoussement surnaturel du sang dans les veines au gonflement & au repoussement des eaux coulantes des Rivières par les hautes marées.

Le gonflement extraordinaire des veines qui s'observoit toujours dans cette malade, causé par les arteres bouchées, nous donne occasion d'expliquer facilement sous les symptômes dont elle étoit affligée.

Son asthme n'est provenu que de la trop grande quantité de sang qui occupoit les poudmons, & qui par conséquent n'admettoit pas une suffisante quantité d'air dont il avoit besoin.

Les veines du cerveau trop gonflées ont comprimé le

cerveau & en partie dérangé, ce qui a causé son mal de tête continuel; & comme la douleur toujours réitérée réveille continuellement, elle a souffert une insomnie perpétuelle.

Les douleurs aiguës dans la poitrine qui ne la quitoient jamais, ont été selon toutes les apparences l'effet de la dilatation douloureuse du cœur & des poulmons, produite par la trop grande quantité de sang qu'ils contenoient.

Le volume du sang qui occupoit douloureusement les parties qui étoient inondées, étant augmenté par les fermentations menstruales, redoubloit toutes les incommoditez de la malade dans le temps que ses ordinaires devoient paroître, & cela d'autant plus que les ordinaires étoient arrêtés, parce que le gonflement de la masse du sang, ordinaire dans cette occasion, le faisant mais non pas assez fort pour forcer les extremités des arteres, qui devoient en laisser échaper une partie, ne faisoit que presser davantage & augmenter les douleurs, lesquelles n'ont jamais été soulagées que par la saignée, & même la saignée ayant précédé ce gonflement, les douleurs ne se sont pas augmentées.

J'ay observé un fait particulier à cette Dame, qui est qu'elle ne prenoit presque pas de nourriture. Elle a vécu plusieurs mois sans prendre autre chose qu'environ un demi-septier de bouillon maigre par jour, c'est-à-dire, une décoction simple de quelque herbe potagere dans de l'eau avec un peu de sel, & elle ne buvoit environ qu'une chopine d'eau cuillerée à cuillerée pendant les vingt-quatre heures.

Il est étonnant qu'avec si peu de nourriture une personne ait pu vivre sans diminuer considérablement. Void comment je m'imagine que cela ait pu se faire: Nous ne sommes obligés de prendre de la nourriture que pour réparer ce que l'insensible transpiration separe de notre substance. La transpiration m'a toujours paru se faire plus ou moins, selon que le sang contenu dans les arteres

est poussé avec plus ou moins de force ou de quantité dans les parties qui doivent être nourries ; & que selon cette force la nouvelle matière nourricière se plaçant, elle pousse & chasse l'ancienne par tous les vaisseaux excrétoires.

Nous avons trouvé dans notre malade non seulement les embouchures, mais aussi tous les gros canaux des artères presque bouchés par des polypes, qui ont premièrement admis fort peu de sang dans les artères : secondement les artères étant remplies d'un corps solide comme le polype, n'ont pas pu se contracter librement, en sorte qu'il s'y est poussé faiblement fort peu de sang à la fois, ainsi l'ancienne matière nourricière n'étant déplacée que lentement & en petit nombre, il ne s'est presque pas fait de transpiration dans notre malade, & par conséquent elle n'a pas eu besoin de beaucoup de nourriture, c'est-à-dire de réparer la diminution de sa substance que la transpiration non empêchée auroit pu causer. Nous voyons à peu près arriver la même chose aux Vipères enfermées, qui vivent un an entier sans manger, & à certains animaux dans les pays froids, qui dorment presque tout l'hiver sans prendre de nourriture, & sans diminuer considérablement de substance ; parce que ne faisant aucun exercice, ils ne donnent pas d'occasion à la transpiration, & ils conservent par là la plupart de la graisse qu'ils avoient au commencement de l'hiver.

QUE TOUS LES BAROMETRES, tant doubles que simples qu'on a construits jusqu'ici, agissent non seulement par le plus ou le moins de poids de l'air, mais encore par son plus ou moins de chaleur; & le moyen de prévenir dorénavant ce défaut dans la construction des Barometres doubles, & d'en corriger l'erreur dans l'usage des Barometres simples.

PAR M. AMONTONS.

1704.
18 Juin.

IL est à propos avant toute chose de rapporter le détail de quelques Experiences pour en déduire ensuite, s'il est possible, une construction qui puisse remédier à l'alteration que la chaleur cause dans le poids du mercure dont les Barometres ordinaires sont remplis.

PREMIERE EXPERIENCE.

Les Thermometres dont il est parlé à la fin de la Connoissance des Tems de 1704 étant à 54 pouces 5 lignes, on a rempli de mercure un Areometre dans lequel il en est entré 18 onces 7 gros 63 grains pesant. Après avoir vidé l'Areometre on l'a rempli d'esprit de vin : il y en est entré 1 once 1 gros 28 grains. Le mercure, l'esprit de vin & le Thermometre avoient été un tems considerable, comme de plusieurs jours, dans le même lieu l'un proche de l'autre.

Il suit de cette experience que le poids du mercure est à celui de l'esprit de vin en masse egale environ comme 16½ à 1, lorsque nous n'experimentons ni un grand froid ni un grand chaud.

SECONDE EXPERIENCE.

Les mêmes Thermometres étant à 54 poüces 11 lignes, on a rempli un petit verre de Thermometre ordinaire plein de mercure, il y en est entré en tout 757 grains pesant : la grosseur du tube étoit telle que sur la longueur de 11 lignes il contenoit 18 grains pesant. Sur ce pied un tube de pareille grosseur & de 38 poüces 6 lignes $\frac{1}{2}$ de long auroit contenu les 757 grains pesant de mercure. Les Thermometres étant descendus à 50 poüces 11 lignes, le petit Thermometre à mercure étoit baissé de 2 lignes justes ; d'où l'on doit conclure que du grand chaud au grand froid de nôtre climat communément pris, c'est-à-dire, dans le tems que mes Thermometres parcourent depuis 50 jusqu'à 58 poüces de leur graduation, le mercure augmente son volume d'environ $\frac{1}{17}$ de celui qu'il avoit dans le grand froid, & qu'en volumes égaux il diminue de son poids dans le grand chaud aussi de $\frac{1}{17}$ de celui qu'il avoit dans le grand froid.

TROISIEME EXPERIENCE.

Les Thermometres étant à 54 poüces, on a mis de l'esprit de vin dans un tube de verre scellé par un bout : il occupoit dans ce tube 32 poüces 4 lignes en long ; on a ensuite scellé l'autre bout du tube, & on l'a laissé en expérience. Les Thermometres étant descendus à 50 poüces, l'esprit de vin du tube étoit baissé de 7 lignes $\frac{1}{2}$; d'où il suit que du grand froid au grand chaud de nôtre climat communément pris, l'esprit de vin augmente son volume d'environ $\frac{1}{7}$ de celui qu'il avoit dans le grand froid.

Il suit encore des trois Experiences ci-dessus, que dans le grand froid de nôtre climat le poids du mercure est à celui de l'esprit de vin environ comme 16 à 1.

Ceci établi, si nous supposons que dans le grand froid l'espace entre les surfaces du mercure des deux boîtes du Barometre double est de 28 poüces 8 lignes : un de ces

pouces contrebalancera ou fera équilibre à 16 pouces d'esprit de vin, & le dessus de ces pouces d'esprit de vin marquera pour lors dans son tube en cet endroit, que l'atmosphère égale les 27 pouces 8 lignes restans.

En prenant au dessus & au dessous de ce point des parties égales de 16 lignes, chacune de ces parties seront analogues aux lignes de mercure du Barometre simple, c'est-à-dire, que l'esprit de vin du tube étant à la premiere division au dessous de celle qui marque 27 pouce 8 lignes, marquera que l'air pesera alors 27 pouces 9 lignes, & seulement 27 pouces 7 lignes, lorsque l'esprit de vin sera à la premiere division au dessus de celle qui marque 28 pouces 8 lignes.

Il faut cependant observer que chacune de ces parties de 16 lignes doivent être diminuées de $\frac{1}{17}$ de ligne, si l'ouverture du tube qui contient l'esprit de vin est la moitié de celle d'une ligne, & que le diametre de la boîte soit d'un pouce, dont la raison est que l'esprit de vin qui entre dans ce tube ne sçauroit sortir de la boîte, qu'il ne fasse descendre le vis-argent d'une quantité qui égale $\frac{1}{17}$ de ligne, ce qui fait une différence de $\frac{1}{17}$ de ligne dans la hauteur du mercure pour chaque partie, & qu'il faut $\frac{16}{17}$ d'esprit de vin pour équilibrer $\frac{1}{17}$ de mercure.

Le froid étant supposé toujours le même, & le Barometre étant ainsi réglé, il est évident qu'il marquera précisément tous les changemens qui arriveront au poids de l'atmosphère, avec cet avantage sur le Barometre simple, qu'il les marquera au moins quatorze fois aussi sensiblement: mais dans les grandes chaleurs de notre climat ces 28 pouces 8 lignes de mercure, qui dans le grand froid faisoient équilibre avec le poids de l'atmosphère, peseront $\frac{1}{17}$ moins, & devroient par conséquent pour continuer à contre balancer la même pesanteur d'air, être augmentés d'environ 3 lignes, qui sont à peu près le $\frac{1}{17}$ de 28 pouces 8 lignes, sans quoy l'esprit de vin baisseroit dans son tube de 48 lignes moins $\frac{1}{17}$ de ligne, c'est-à-dire, d'un peu plus de 3 pouces $\frac{1}{2}$.

Cette augmentation de 3 lignes à la hauteur de la colonne de mercure, ne se fçauroit faire que la surface du mercure de la boîte inferieure ne baiffe d'une ligne & demie; car alors cette ligne & demie de mercure étant chassée dans la boîte superieure, fera une hauteur totale de mercure de 28 poüces 11 lignes entre les surfaces du mercure des deux boîtes. Or il faudroit pour empêcher que cet abaisement du mercure dans la boîte inferieure n'apportât aucun changement à la hauteur de l'esprit de vin du tube, que la partie de l'esprit de vin qui est dans la boîte inferieure se dilatât assez pour remplir cet espace d'une ligne & demie que le mercure abandonne, ce qui arrivera necessairement, si on donne à la partie de la boîte qui contient l'esprit de vin, une capacité égale à celle d'un cylindre de même diametre que la boîte, & de 40 lignes $\frac{1}{2}$ de haut, puisque ces 40 lignes $\frac{1}{2}$ contiennent 27 fois 1 ligne & demie, & que l'esprit de vin par la troisième Experience ci-devant rapportée augmente son volume de $\frac{1}{27}$ du grand froid au grand chaud.

Il reste maintenant à considerer les changemens que la chaleur peut apporter à l'esprit de vin contenu dans le tube, suivant qu'il s'y trouve à des hauteurs differentes, & que les degrés de chaleur varient.

Premierement, il est maintenant bien certain que tant que le poids de l'atmosphere arrêtera l'esprit de vin au bas du tube qui le contient, quelque changement qui arrive à la chaleur de l'air, l'esprit de vin dans le tube ne changera pas de situation, & que toute l'action de la rarefaction de la liqueur se fera du côté de la boîte superieure.

Il est encore bien évident que dans le grand froid, quelque hauteur qu'ait l'esprit de vin dans le tube qui le contient, il marquera toujours précisément l'augmentation ou la diminution du poids de l'atmosphere, puisque c'est dans l'état du grand froid qu'on suppose que le Barometre a été réglé.

Il n'y a donc uniquement que les differentes hauteurs

le l'esprit de vin dans le tube, hors le tems du grand froid, qui peut apporter quelque alteration dans la précision de ce Barometre; & quoyque cette alteration dans les plus grandes hauteurs de l'esprit de vin dans le tems des plus grandes chaleurs ne puisse aller au plus qu'à environ 14 lignes, & qu'elle est très-peu considerable dans tous les autres tems où la chaleur est moindre, voici cependant de quelle maniere on en pourra faire la correction lorsqu'il s'agira de précision dans les observations.

Si dans le tube qui contient l'esprit de vin il y étoit monté par le peu de pesanteur de l'atmosphere dans le tems des grandes chaleurs à la hauteur de 28 poüces, il y auroit alors sur cette hauteur de 28 poüces un poüce de correction à faire, parce qu'alors ces 28 poüces ne peseroient qu'autant que 27 poüces dans le tems du grand froid. C'est pourquoy si l'on prend ce tube de 28 poüces pour l'une des jambes d'autour l'angle droit d'un triangle rectangle, & qu'à cette hauteur de 28 poüces on tire une ligne d'un poüce perpendiculaire au tube qui fasse l'autre jambe de l'angle droit dudit triangle; cette dernière jambe étant divisée en autant de parties égales que le Thermometre contient de degrés de l'Hyver à l'Été, & numérotés de même, par exemple, en 8 avec les mêmes chiffres, & que de chacune de ces parties on mene des lignes droites à l'extrémité de l'autre jambe, en sorte qu'elles partagent le triangle en huit triangles égaux, il n'y aura plus que de toutes les divisions de cette première jambe mener des lignes paralleles à la seconde jambe: ces paralleles seront divisées chacune en autant de parties qu'elle par les lignes menées de ses divisions à l'extrémité de la première jambe, & toutes ces divisions seront analogiques aux degrés du Thermometre, & indiqueront la correction qu'on doit faire à la liqueur; c'est-à-dire, combien on doit retrancher de sa hauteur.

E X E M P L E.

Le Thermometre étant à 56 poüces, la liqueur du Barometre à 27, on retranchera de la hauteur de la liqueur

une

une quantité égale à la partie de la parallèle 27 comprise entre les lignes 50 *A* & 56 *A*, & ainsi des autres.

Pour ce qui est du Barometre simple, comme toute l'étendue de la marche est bornée en un trop petit espace pour qu'une échelle semblable à la précédente pût servir utilement à faire la correction nécessaire; on peut se servir de la Table suivante, qui marque de combien une colonne de mercure de 28 pouces 9 lignes s'allongeroit ou diminueroit à tous les degrés de chaleur indiqués par mon Thermometre.

Cette augmentation ou diminution est exprimée dans cette Table par des $\frac{1}{12}$ de ligne. Ainsi, par exemple, vis-à-vis 55 pouces 5 lignes, on trouve 65, ce qui veut dire que dans le tems que mes Thermometres marquent 55 pouces 5 lignes, il faut diminuer la hauteur du mercure du Barometre simple d'une quantité égale à 2 lignes $\frac{1}{12}$ de ligne.

Il est encore bon d'avertir icy, que quoique 28 pouces 9 lignes ne soient pas la hauteur moyenne du Barometre simple, cette hauteur étant le plus ordinairement de 27 pouces 6 lignes, on peut néanmoins se servir utilement de cette Table, sans craindre de tomber dans aucune erreur sensible.

TABLE DES HAUTEURS DE MERCURE
qu'il faut ajouter ou ôter de celle du Barometre simple, suivant les differens degrés de chaleurs indiquées par mon Thermometre.

Degrés du Thermometre.	Hauteurs à corriger.
49 pour. 0 lign. _____	ajoutez 12 $\frac{1}{12}$ de ligne.
49 — 1 _____	11
49 — 2 _____	10
49 — 3 _____	9
49 — 4 _____	8 ou $\frac{1}{12}$ de ligne.
49 — 5 _____	7
49 — 6 _____	6
49 — 7 _____	5
49 — 8 _____	4
1704.	• Y

170 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Degrés du Thermometre.

Hauteurs à corriger.

49 ^{pouc.}	9 ^{lign.}	ajoutez	3 ^e de ligne.
49	10		2
49	11		1
50	0		0
50	1	6rez	1
50	2		2
50	3		3
50	4		4
50	5		5
50	6		6
50	7		7
50	8		8 ou $\frac{1}{4}$ de ligne.
50	9		9
50	10		10
50	11		11
51	0		12
51	1		13
51	2		14
51	3		15
51	4		16 ou $\frac{1}{2}$ de ligne.
51	5		17
51	6		18
51	7		19
51	8		20
51	9		21
51	10		22
51	11		23
52	0		24 ou $\frac{1}{4}$ de ligne.
52	1		25
52	2		26
52	3		27
52	4		28
52	5		29
52	6		30
52	7		31
52	8		32 ou 1 ligne.
52	9		33
52	10		34
52	11		35
53	0		36
53	1		37
53	2		38

Degrés du Thermometre.

Hauteurs à corriger.

Degrés du Thermometre.	Hauteurs à corriger.
53 ^{pois.} 3 ^{li.} ————— ôtez	39 32 ^e de ligne.
53 — 4 —————	40 ou 1 ligne $\frac{1}{4}$.
53 — 5 —————	41
53 — 6 —————	42
53 — 7 —————	43
53 — 8 —————	44
53 — 9 —————	45
53 — 10 —————	46
53 — 11 —————	47
54 — 0 —————	48 ou 1 ligne $\frac{1}{2}$.
54 — 1 —————	49
54 — 2 —————	50
54 — 3 —————	51
54 — 4 —————	52
54 — 5 —————	53
54 — 6 —————	54
54 — 7 —————	55
54 — 8 —————	56 ou 1 ligne $\frac{3}{4}$.
54 — 9 —————	57
54 — 10 —————	58
54 — 11 —————	59
55 — 0 —————	60
55 — 1 —————	61
55 — 2 —————	62
55 — 3 —————	63
55 — 4 —————	64 ou 1 ligne.
55 — 5 —————	65
55 — 6 —————	66
55 — 7 —————	67
55 — 8 —————	68
55 — 9 —————	69
55 — 10 —————	70
55 — 11 —————	71
56 — 0 —————	72 ou 1 ligne $\frac{1}{2}$.
56 — 1 —————	73
56 — 2 —————	74
56 — 3 —————	75
56 — 4 —————	76
56 — 5 —————	77
56 — 6 —————	78
56 — 7 —————	79
56 — 8 —————	80 ou 1 ligne $\frac{3}{4}$.

Y. ij.

172 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Degrés du Thermometre.		Hauteurs à corriger.	
56 ^{pois.}	9 ^{lignes}	ôtez	81 ; 1 ^e de ligne.
56—	10	_____	82
56—	11	_____	83
57—	0	_____	84
57—	1	_____	85
57—	2	_____	86
57—	3	_____	87
57—	4	_____	88 ou 2 lignes $\frac{1}{2}$.
57—	5	_____	89
57—	6	_____	90
57—	7	_____	91
57—	8	_____	92
57—	9	_____	93
57—	10	_____	94
57—	11	_____	95
58—	0	_____	96 ou 3 lignes.
58—	1	_____	97
58—	2	_____	98
58—	3	_____	99
58—	4	_____	100
58—	5	_____	101
58—	6	_____	102
58—	7	_____	103
58—	8	_____	104 ou 3 lignes $\frac{1}{2}$.
58—	9	_____	105
58—	10	_____	106
58—	11	_____	107
59—	0	_____	108 ou 3 lignes $\frac{1}{2}$.

NOUVELLE STATIQUE

AVEC FROTEMENS

ET SANS FROTEMENS,

OU

*Règles pour calculer les Frotemens des machines dans
l'état de l'équilibre.*

PREMIER MEMOIRE,

Qui contient tout ce qui se fait sur des plans inclinés.

PAR M. PARENT.

*De l'angle que doit faire une ligne avec un plan
pour glisser dessus.*

1^o. Soit un plan rude FG contre lequel une puissance A 1704.
pousse la verge solide AB sous l'inclinaison ABG ; 25. Juin.
si l'on prend sur AB la partie CB pour exprimer la puis- FIGURE I.
sance A , & qu'ayant mené la parallèle CE & la perpen-
diculaire CD à FG , on divise l'effort fait selon CB dans
les 2 CE , CD ; ce dernier marquera la quantité d'effort
dont la puissance A presse le plan FG ; lequel effort cause
le frottement en B , & CE exprimera en même-tems la
quantité d'effort dont la puissance A agit parallèlement
à FG pour vaincre ce frottement. De sorte qu'on peut en-
visager si l'on veut l'effort CD comme un poids qui pèse
en B , & l'effort CE comme une force qui tirant ce poids
vers F le tient tout prêt à partir, en supposant l'angle
 ABG tel, que AB soit toute prête à glisser. Cela étant,
il est évident que la tangente CD de l'inclinaison de la
verge AB sur le plan FG , doit être au sinus total BD ou
 CE , comme le poids de la verge AB couchée sur FG à la

Y ij

force qu'il faudroit pour commencer à vaincre son frottement sur le plan FG , si on la tiroit parallèlement à ce plan. De sorte que si l'on fait l'angle ABG un peu plus grand, la verge ne pourra glisser, quelque effort que l'on fasse. Et si au contraire on fait cet angle ABG moindre, la verge AB ne pourra s'arrêter, quelque peu d'effort qu'on emploie. On appellera dorénavant ABC l'angle d'équilibre.

On peut dire si l'on veut pour le rapport du frottement de AB sur FG à la pesanteur celui de 7 à 10; que nous avons démontré dans cette Assemblée le 9 Janvier 1700, ou prendre tout d'un coup (pour abréger) celui de 1 à 3, à cause que les frottemens ne sont pas précisément les mêmes pour tous les corps, & que ce rapport est à peu près un milieu entre les plus grands & les moindres, puisqu'il convient au fer, au cuivre, au plomb & au bois enduits d'oing, & combinés entr'eux.

De l'angle que doit faire un plan avec l'horizon, afin qu'un corps posé dessus commence à glisser.

Fig. 11. 2°. De même lorsqu'on aura un corps DHE sur un plan incliné AB , ayant pris sur la direction PE de son centre de gravité B la partie arbitraire PE pour marquer son poids, mené la parallèle PG & la perpendiculaire PF à AB , & divisé l'effort PE dans les 2 PG , PF , ce dernier marquera la quantité dont le poids DHE presse ce plan, & PG l'effort qu'il fait pour glisser & vaincre le frottement causé par l'effort PF . De sorte qu'il est constant que quand l'angle ABC est tel que ce corps est prêt à glisser, l'effort PG doit être à l'effort PF , comme le frottement de ce corps sur AB supposé horizontal est à la pesanteur, en le supposant tiré parallèlement à AC . Or à cause des parallèles PE , AC , les angles PEF , BAC étant égaux, & les angles PFE , ACB droits, les triangles PFE , ACB sont semblables. Donc $PF : FE :: PG : BC :: CA$, c'est-à-dire, que pour que le corps DHE soit prêt à glisser,

il faut que le sinus total BC soit à la tangente CA de l'élevation du plan AB sur l'horizon BC , comme PF à PE ou PG , ou comme le poids de ce corps à son frottement sur AB supposé horizontal.

De sorte que pour peu que AB soit plus élevé, le corps DHE glissera aussi-tôt, & pour peu qu'il le soit moins, le corps DHE y demeurera en repos, comme sur un plan horizontal.

Nous appellerons le plan AB qui tient le corps prêt à glisser *plan d'équilibre*, & l'angle ABC l'*élévation d'équilibre*.

Il est évident que si l'angle ABC étant moindre que l'*élévation d'équilibre*, la direction PE du corps DHE sortoit hors de sa base du côté de E , il tomberoit en roulant seulement vers B ; mais si cette élévation étoit plus grande, la direction PE tombant sur la base HE du corps, il glisseroit seulement en bas. Enfin si la direction PE tomboit hors la base HE , le plan AC étant au-dessus de l'*élévation d'équilibre*; alors le corps DHE rouleroit, & glisseroit en même-tems vers le bas du plan.

De la Force nécessaire pour tirer selon quelque direction que ce soit un corps situé sur un plan qui soit incliné à son baïs.

3°. Si l'on a un corps pesant GDE à tirer sur un plan FIG. III.
 AC incliné sous un angle quelconque ACB , ayant pris sur la direction DF pour marquer son poids, & divisé cet effort dans une parallèle DG & dans une perpendiculaire DE au plan, comme dans les deux articles précédens, on prendra encore sur la direction DM de la force motrice M la partie DI pour marquer cette force; on mènera la parallèle IL à AC sur DE en L , & la perpendiculaire IH sur DG prolongée, & divisant l'effort DI dans les IL , IH ; $DL = IH$ marquera la quantité de force dont M presse le plan AC , & DH celle avec laquelle elle fait effort pour vaincre la force opposée DG du poids GDE , & le frottement qui naît des pressions DE , DL .

Appellant donc DF, p ; DI, f ; CB, b ; AB, b , & supposant que DM coupe AC en M , on aura DE pour la tangente de l'angle donné DME , & ME pour le sinus total; & l'on nommera DE, t , & EM, s . Or à cause des parallèles LI, EM , on aura ($DL \parallel LI \parallel DI \parallel DE \parallel EM \parallel DM$.) D'où l'on tirera les Analogies $AC = \sqrt{b^2 + b^2} \parallel$
 $CB = b \parallel DF = p \parallel (GI = \frac{pb}{\sqrt{b^2 + b^2}} = DE)$ Et $AC =$

$$\sqrt{b^2 + b^2} \parallel AB = b \parallel DF = p \parallel (DG = \frac{pb}{\sqrt{b^2 + b^2}} = EF):$$

$$\text{Et } DM = \sqrt{s^2 + t^2} \parallel ME = s \parallel DI = f \parallel LI = \frac{fs}{\sqrt{s^2 + t^2}} = DH.$$

$$\text{Et enfin } DM = \sqrt{s^2 + t^2} \parallel DE = t \parallel DI = f \parallel (DL = \frac{ft}{\sqrt{s^2 + t^2}}).$$

Faisant donc encore comme le poids π du corps GDE , est à son frottement ϕ sur le plan AC supposé horizontal; ainsi les deux pressions ensemble $DE, DL = \frac{pb}{\sqrt{b^2 + b^2}} +$

$$\frac{ft}{\sqrt{s^2 + t^2}} \text{ à un quatrième terme } \left(\frac{pb\phi}{\pi\sqrt{b^2 + b^2}} + \frac{ft\phi}{\pi\sqrt{s^2 + t^2}} \right),$$

on aura la force nécessaire pour vaincre le frottement qui naît des pressions DL, DE , en tirant parallèlement à AC ; mais il faut outre cela vaincre la force DG . Il faut donc 1°. Que le seul effort DH soit égal à ce frottement total, & à DG ensemble, ce qui donne l'égalité suivante:

$$\left(\frac{pb\phi}{\pi\sqrt{b^2 + b^2}} + \frac{ft\phi}{\pi\sqrt{s^2 + t^2}} + \frac{pb}{\sqrt{b^2 + b^2}} = \frac{fs}{\sqrt{s^2 + t^2}} \right). \text{ D'où l'on}$$

$$\text{tire en transposant cet autre } \left(\frac{\frac{pb}{\pi} + pb}{\sqrt{b^2 + b^2}} = \frac{fs - \frac{ft\phi}{\pi}}{\sqrt{s^2 + t^2}} \right); \text{ \&}$$

$$\text{enfin } \left(f = \frac{\frac{b^2}{\pi} + b\sqrt{s^2 + t^2}}{\sqrt{b^2 + b^2} \times s - \frac{ft}{\pi}} - \times p \right) = \left(p \times \frac{b}{\sqrt{b^2 + b^2}} \times \frac{\sqrt{s^2 + t^2}}{s} \right);$$

lorsque ($\phi = 0$):

2°. Si l'on suppose que DM passe entre DH , & EDN au dessus de DH ; alors $DL = \frac{ft}{\sqrt{s^2 + t^2}}$ auroit le signe — dans l'égalité précédente; ce qui donneroit dans ce cas.

$$(f =$$

$$(f = \frac{\frac{p}{s} + b \sqrt{s^2 + t^2}}{\sqrt{b^2 + b^2 \times s + \frac{p}{s}}} \times p). \text{ Ce qui est aisé à voir.}$$

3°. Si DM passoit entre DE & DG au-dessous de DE , la force DH s'unissant alors à la force DG , on auroit l'égalité $\left(\frac{\frac{pb\phi + ft\phi}{\pi \sqrt{b^2 + b^2 \times s + \frac{p}{s}}}}{\sqrt{s^2 + t^2}} = \frac{fs}{\sqrt{s^2 + t^2}} + \frac{pb}{\sqrt{b^2 + b^2}} \right)$ au lieu

de celle du premier cas; d'où l'on tireroit $\left(\frac{\frac{p}{s}b - pb}{\sqrt{b^2 + b^2}} = \frac{fs - \frac{p}{s}ft}{\sqrt{s^2 + t^2}} \right)$ qui donneroit $(f = \frac{\frac{p}{s}b + b \sqrt{s^2 + t^2}}{\sqrt{b^2 + b^2 \times \frac{p}{s} + \frac{p}{s}}} \times p).$

4°. Si DM passoit entre DG & DN au-dessous de DN en DP , le second terme de l'égalité précédente. $\left(\frac{ft\phi}{\pi \sqrt{s^2 + t^2}} \right)$ auroit le signe $(-)$ ce qui donneroit alors

$$(f = \frac{\frac{p}{s}b - b \times \sqrt{s^2 + t^2}}{\sqrt{b^2 + b^2 \times s - \frac{p}{s}}} \times p).$$

5°. Si dans le second cas cy-dessus DM tomboit sur DF prolongée en dessus en DO , prenant t pour sinus total & s pour tangente, les rapports $\left(\frac{\frac{p}{s}b + b}{\sqrt{b^2 + b^2}} \right)$ & $\left(\frac{\frac{p}{s}t + s}{\sqrt{s^2 + t^2}} \right)$ seroient alors les mêmes; ce qui donneroit seulement $(f = p)$ comme on le s  oit.

6°. Mais si DM tomboit sur DF vers le bas, on auroit dans le troisième cas encore $f = p$, c'est-à dire f arbitraire comme p , parce qu'alors les rapports $\left(\frac{\frac{p}{s}b - b}{\sqrt{b^2 + b^2}} \right)$ & $\left(\frac{\frac{p}{s}t - s}{\sqrt{s^2 + t^2}} \right)$, prenant t & s comme dans le cas précédent, $b \frac{p}{s}$, devant dans celui-ci être $= b$, $(\frac{p}{s}t = s).$

7°. Si dans le premier cas DM étoit parallèle à CB , les angles DMF , ACB , étant égaux, on auroit l'Analo-

gie : $b | b || s | t$. Ce qui donneroit ($f = \frac{\frac{2}{\pi} b - \frac{1}{\pi} b}{b - \frac{2}{\pi} b} \times p$) & ($= \frac{b}{b} \times p$), quand $\varphi = 0$.

8°. Mais dans le quatrième cas où la puissance tire selon DP , on auroit ($f = \frac{\frac{2}{\pi} b - \frac{1}{\pi} b}{b - \frac{2}{\pi} b} \times p$).

9°. Si dans le premier & second cas DM est parallèle au plan AC tirant selon DH , $t = DE$ sera $= 0$ par rapport à $EM = S$; ce qui donnera simplement

($f = \frac{\frac{2}{\pi} b - \frac{1}{\pi} b}{\sqrt{b^2 + h^2}} \times p$) & ($= \frac{b}{\sqrt{b^2 + h^2}} \times p$), quand ($\varphi = 0$).

Soit $b = 30$, $h = 1$, $\varphi = 5$, $\pi = 7$, & $p = 3000$ livres, on aura avec frottement $f = 2243$ livres, au lieu de 700 livres, comme on le trouve dans les Memoires de l'Academie des Sciences en 1699, page 207.

10°. Mais si dans le troisième & quatrième cas DM est parallèle à AC tirant vers le bas selon DG , on aura

($f = \frac{\frac{2}{\pi} b - \frac{1}{\pi} b}{\sqrt{b^2 + h^2}} \times p$).

11°. Si DM dans le troisième cas tombe sur DE tirant vers E , on auroit alors ($s = 0$) & t infinie; ce qui donneroit

($f = \frac{b - \frac{2}{\pi} b}{\sqrt{b^2 + h^2}} \times \frac{\pi}{\varphi} p$) ($=$ l'infini) lorsque ($\varphi = 0$).

12°. Si dans le quatrième cas DM tombe sur DN tirant vers N , on aura toujours ($s = 0$), & t infinie; ce qui donneroit

($f = \frac{-b + \frac{2}{\pi} b}{\sqrt{b^2 + h^2}} \times \frac{\pi}{\varphi} p$).

13°. Si $h = 0$, ou si le plan AC est l'horizon DM tirant en bas entre DH & DE comme dans le premier cas, on aura ($f = \frac{\varphi \sqrt{s^2 + t^2}}{\pi s - \varphi t} \times p$) ($= 0$, lorsque $\varphi = 0$).

14°. Si AC étant horizontal, DM passe au-dessus de

DH , comme dans le second cas, on aura ($f = \frac{\varphi \sqrt{v_s^2 + s^2}}{\pi s + \varphi s}$)
($= 0$, lorsque $\varphi = 0$).

15°. Si AC étant toujours horizontal, DM tombe sur DH , S étant alors infinie, on aura seulement ($f = \frac{\varphi}{\pi}$) comme on l'a supposé.

16°. Si AC est vertical, on aura dans le premier cas $b = CB = 0$; ce qui donnera aussi ($f = \frac{\pi \sqrt{v_s^2 + s^2}}{\pi s - \varphi s} \times p$)
($= \frac{\sqrt{v_s^2 + s^2}}{s} \times p$, lorsque $\varphi = 0$).

17°. Si AC étant toujours vertical, DM tire en bas comme dans le troisième cas, on aura encore ($b = 0$), ce qui donnera ($f = \frac{\pi \sqrt{v_s^2 + s^2}}{\varphi s - \pi s}$).

18°. Enfin si AC étant toujours vertical, DM tombe sur DE , on aura $s = 0$, ce qui donnera $f = \frac{\pi p}{\varphi}$, & f infinie quand $\varphi = 0$.

Une verge étant posée dans un angle, trouver le point où il faut suspendre un corps, pour commencer à la faire glisser d'un côté ou d'autre.

4°. Soient encore deux plans rudes inclinés CA, BA , FIG. IV. sur lesquels on ait posé la verge solide & rude GF , à laquelle il faut suspendre le poids N en H ; en sorte que cette verge soit prête à glisser d'un côté ou d'un autre, & cela sans avoir égard à son poids. Pour trouver le poids N , on le partagera par pensée en deux autres I & L , que l'on concevra suspendus en G & F , & qui soient entre eux réciproquement comme les distances PH, GH ; on prendra sur les directions FL, GI les parties FQ, GV qui expriment ces poids; on mènera les perpendiculaires FT, GAE , aux plans CA, BA , & sur ces plans & sur leurs perpendiculaires les perpendiculaires $QS, QT, VVK, VVAE$, afin de diviser les efforts FQ, GV , dans les efforts $FT, FS; GAE, GK$. On prendra aussi sur GF prolongée, si l'on veut, les parties FP, GX égales entr'elles, pour marquer

Z. ij.

l'effort que cette ligne fait selon sa longueur vers F & vers G ; & menant les perpendiculaires $PO, PV; XY, XZ$, sur les plans & sur leurs perpendiculaires, on divisera les efforts FP, GX , dans les efforts $FO, FV; GY, GZ$, & on considerera que quand le point H est tel que FG doit glisser vers B , demeurant cependant en equilibre, l'effort que G fait selon GY doit vaincre l'effort oppose de I selon GK plus le frottement qui naît des pressions GZ, GAE ; & l'effort de L selon FS doit vaincre l'effort contraire de FG selon FO plus le frottement qui naît des pressions FV, ET , d'où nous tirerons l'inconnue CH .

Mais quand le point h est tel que G doive glisser vers A , alors l'effort GK de I doit vaincre l'effort contraire GY , plus le frottement qui vient des pressions GZ, GAE ; & l'effort FO de G doit en même-tems vaincre l'effort contraire FS de L plus le frottement produit par les charges FV, FT du plan AC .

Soit donc appelée la base AD du plan AB, b ; sa hauteur BD, h ; le rapport du poids de FG à son frottement, en la tirant directement sur AB suppose horizontal, $(= \frac{\pi}{\phi})$ la base AE du plan AC, B ; sa hauteur CE, H ; le rapport du poids de FG à son frottement sur AC pris comme cy-dessus $(= \frac{P}{F})$. Soient aussi les longueurs arbitraires $AC, AB, = c$, menés les perpendiculaires FR, GM sur BA, CA , appellés $GM, T; FM, S; GR, s; FR, t; GF, q$; la force dans $GF, f; GH, x$, & le poids N, a ; on aura $HF = q - x$; ce qui donnera l'Analogie: $GF = q$ | $HF = q - x$ || $a = N$ | $I = (\frac{aq - ax}{q})$, d'où l'on tirera $(L = N - I = \frac{ax}{q})$. On aura aussi à cause des triangles rectangles semblables & des paralleles: $GF = q$ est à $FM = S$, comme la force $FP = f$, est à l'effort $(FO = \frac{fS}{q})$; & $GF = q$, est à $GM = T$, comme la force $FP = f$, est à l'effort $(FV = \frac{fT}{q})$. On aura aussi, comme $AC = c$,

est à $CE=H$; ainsi la force $FQ=\frac{ax}{q}$, à l'effort $FS=\frac{Hax}{cq}$,
 & comme $AC=c$, est à $AE=B$, ainsi la force $FQ=\frac{ax}{q}$,
 à l'effort ($FT=\frac{Bax}{cq}$). Faisant encore comme P est à F ,
 ainsi l'effort $FV+FT=\frac{fT}{q}+\frac{Bax}{cq}$, à un quatrième ter-
 me, on aura ($\frac{FTf}{qP}+\frac{BaxF}{cqP}$) pour tout le frottement en F .
 Ce qui donnera dans le premier cas l'effort FS égal à tout
 ce frottement plus l'effort FO , ou ($\frac{Hax}{cq}=\frac{FTf}{qP}+\frac{BFAx}{cqP}$
 $+\frac{fs}{q}$), d'où l'on tire ($\frac{PH-FB}{SP+TF} \times \frac{ax}{c}=f$).

Faisant de même comme $GF=q$ est à $GR=s$, ainsi
 la force $GX=f$ à l'effort $GY=\frac{fs}{q}$, & comme $GF=q$
 est à $FR=t$, ainsi la force $GX=f$ à l'effort $GZ=\frac{ft}{q}$, &
 comme $BA=c$ est à $BD=b$, ainsi la force $GVV=\frac{aq-ax}{q}$
 à ($GK=\frac{baq-bax}{cq}$); & comme $AB=c$ est à $AD=b$,
 ainsi $GVV=\frac{aq-ax}{q}$ à ($GAE=\frac{baq-bax}{cq}$); & enfin com-
 me π est à φ , ainsi les deux pressions ensemble $GZ+$
 $GAE=\frac{fs}{q}+\frac{baq-bax}{cq}$ à un quatrième terme ($\frac{fs\varphi}{\pi q}+$
 $\frac{baq\varphi-bax\varphi}{\pi cq}$), on aura tout le frottement en G . Egalant
 donc dans le premier cas l'effort GY à ce frottement total,
 & à GK , on aura l'égalité ($\frac{fs}{q}=\frac{fs\varphi}{\pi q}+\frac{baq\varphi-bax\varphi}{\pi cq}+$
 $\frac{baq-bax}{cq}$); d'où l'on tire ($f=\frac{+baq\pi+ba\pi\pi+baq\varphi+bax\varphi}{+s\pi+tc\varphi}$).

Enfin égalant ces deux valeurs de f , on en tire aussi
 ($x=\frac{b\pi+b\varphi \times SP+TF \times q}{PH-FB \times +s\pi+tc\varphi \times +b\pi+b\varphi \times SP+TF}$) ($=\frac{Shq}{sH+Sb}$)
 lorsque φ & F sont $=0$.

Pour le second cas on a au lieu de la première égalité
 cy-dessus : ($\frac{Sf}{q}=\frac{FBax}{Pcq}+\frac{FTf}{Pq}+\frac{Hax}{cq}$), d'où l'on tire

($x = \frac{HP + FB}{SP - ET} \times \frac{x^a}{c}$), & au lieu de la x ($\frac{haq - hax}{cq} = \frac{baq\phi - bax\phi}{\pi c\phi}$ + $\frac{fi\phi}{\pi q} + \frac{if}{q}$), d'où l'on tire ($f = \frac{\pi haq - bax\pi - baq\phi + bax\phi}{\pi\phi c + \pi\pi q}$); & comparant ces deux valeurs de f , on en tire la valeur de $Gh = \left(x = \frac{\pi h - b\phi \times SP - FT \times q}{HP + FB \times \pi\phi + \pi\pi \times SP - FT \times h\pi - S\phi} \right) \left(= \frac{Shq}{Hs + b\phi} \right)$; lorsque ϕ & F sont $= 0$, comme cy-dessus.

Il est évident que si l'on veut avoir la partie Hh (qu'on pourroit appeller *Aquinétique*, puisqu'un corps suspendu dans toute son étendue y demeure en repos), on n'a qu'à prendre les différences des deux valeurs GH , Gh , ou des deux x cy-dessus, qui sera $= 0$, lorsque ϕ & F sont $= 0$.

Lorsque AB est un plan horizontal, & AC un plan vertical, les lignes BD , AE étant alors $= 0$, $AE = AD = AC = CE$; $GR = S = GM = T$, & $FR = t = FM = S$, la première valeur de x se change en celle-cy; ($x = \frac{PS + TF}{T} \times \frac{\phi}{P\pi + F\phi} \times q$) $= HG = 0$, lorsque ϕ & F sont $= 0$; & toute cette partie GH est *Aquinétique* & $= 0$, lorsque ϕ & F sont $= 0$.

Trouver l'élevation d'une échelle, afin qu'un homme étant tout au haut, elle soit prête à glisser dans un plan vertical.

FIG. V. Si l'on suppose que GF soit une échelle appuyée contre un mur vertical CM , N le poids du corps d'un homme situé tout au haut en F , & qu'on veuille que cette échelle demeure stable dans la situation la plus droite qu'il se puisse, on supposera que cet homme étant en F , le centre de gravité tant de l'homme que de l'échelle soit en H . Ainsi prenant sur GF le centre de gravité ϕ de l'échelle, nommant $G\phi$, a , & $F\phi$, $q - a$, le poids de l'échelle e , & celui de l'homme h . On aura à cause du centre de gravité commun $e \parallel h \parallel FH \parallel H\phi$, & $e + h \parallel F\phi = q - a$. ($\frac{haq - ha}{e + h} = H\phi$); ce qui donnera $GH = \frac{ae + ab + qh - ab}{e + h} = \frac{ae + qh}{e + h}$, & cette valeur étant égale à x cy-dessus, donnera

l'égalité suivante: $(\frac{as+qb}{s+h} = \frac{PS+TF}{T} \times \frac{q}{P\pi+F\phi} \times q)$ Dans

laquelle substituant la valeur de $T=GM=\sqrt{q^2-s^2}$, il

vient cette autre égalité $(\frac{as+qb}{s+h} = \frac{F\phi q}{P\pi+F\phi} = \frac{P\phi q_1}{P\pi+F\phi\sqrt{q^2-s^2}})$

& $(\frac{as+qb}{s+h} \times \frac{P\pi+F\phi}{P\pi+F\phi} = \frac{P\phi q_1}{\sqrt{q^2-s^2}})$ & $(\frac{asP\pi+asF\phi+qbP\pi-F\phi q_1}{s+h}$

$= \frac{P\phi q_1}{\sqrt{q^2-s^2}}$, & quarrant le tout, & nommant qb^2 le pre-

mier membre de cette équation, on a $(qb^2 = \frac{P^2\phi^2 q_1^2}{q^2-s^2})$,

& $(b^2 q^2 = \frac{P^2\phi^2}{P^2\phi^2+b^2} \times s^2)$, & enfin $\frac{b^2 q^2}{P^2\phi^2+b^2} = s^2$, ou

$(s = \frac{b^2 q}{\sqrt{P^2\phi^2+b^2}})$ FM désirée, qui est le sinus de l'angle

FGM, GF étant prise pour sinus total. On a $FM=FG$ lorsque $\phi=0$, ce qu'on connoît d'ailleurs.

Trouver la situation d'une échelle, dans laquelle elle est prête à glisser, par sa propre pesanteur dans un plan vertical.

Si l'on veut avoir la situation dans laquelle l'échelle est prête à glisser par son seul poids, on supposera le poids N de l'homme $=h=0$; ce qui donnera $(qb^2 = aP\pi + aF\phi - F\phi q)$ dans l'égalité cy-dessus, & dans la valeur de s .

Enfin si l'on suppose en même tems que $a = G\phi = \frac{1}{2}$, $GF = \frac{1}{2}$, & toujours $h=0$, on aura $(qb^2 = \frac{qP\pi}{2} - \frac{qF\phi}{2})$ & $(b^2 = \frac{P\pi-F\phi}{2})$ & $(b^2 = \frac{P\pi-F\phi}{4})$; ce qui changera la

valeur de s cy-dessus en cette autre $(s = \frac{q \times \frac{P\pi-F\phi}{2}}{\sqrt{4P\phi + P\pi-F\phi}})$

qui donne $(s = \frac{1}{2}q)$, en supposant $(\pi | \phi || P | F || 3 | 1)$.

On a encore $(s=q)$ ou $FM=FG$ lorsque $\phi=0$.

Trouver la situation d'une échelle ou d'une poutre posée de travers contre un mur dans laquelle il est prêt à tomber.

5°. Soit encore AB une verge solide fixe par un de ses bouts sur le sol en B , & s'appuyant de l'autre A contre un

mur vertical $CEAF$. Soit BC une perpendiculaire au mur menée du point B dans le plan horizontal, & CE une verticale menée sur le plan vertical. Je suppose de plus que la droite solide AB soit mobile autour de CB comme axe, & qu'elle soit tellement panchée à l'égard de la verticale CE , qu'elle soit prête à glisser de E vers A , & à tomber; & je demande quelle est son obliquaire dans cet état à l'égard de CE .

Pour cet effet je décris du point C comme centre avec l'intervale CA un arc de cercle qui rencontre CE en E ; je mène la perpendiculaire AD sur CE , & je cherche quelle est la valeur de l'arc AE en degrés, ou quel est son sinus AD . Et afin d'y parvenir je considère que quelque poids O qu'on suspende à la verge AB , & en quelque endroit Q qu'on l'attache, il n'y apportera aucun changement; & lorsqu'elle sera une fois prête à tomber, elle le sera toujours, quoiqu'on y ajoute. Car en quelque endroit Q qu'on attache ce poids, il fera la même chose que s'il étoit partagé en deux autres F , P suspendus en A & B , qui fussent entr'eux dans le rapport réciproque de BQ à QA , puisqu'alors Q seroit le centre de la gravité de ces deux poids P & F . Or l'effort du poids P seroit entièrement anéanti par la résistance du point B . Donc en quelque endroit qu'on suppose Q , il ne fera pas un autre effet, que si on le suspendoit en A ; à l'égard du renversement de AB . Supposant donc une partie du poids de la verge, ou du poids de cette verge & du poids O considérés comme un seul F suspendu en A , menant le rayon CA & la tangente AI à l'arc EA , prenant sur AF la partie AG pour exprimer ce poids, menant sur AC , AI les perpendiculaires GH , GI , je divise l'effort AG dans les efforts AH , AI ; & élevant encore la perpendiculaire HM au plan CEA qui rencontrera BA comme en M , & divisant la résistance de la verge BA ou du point fixe B selon BA dans les deux efforts MH , HA , je considère que l'effort MH fait tout le frottement en A qui doit être vaincu par l'effort AI du poids F , puisque AI est la route du point A .

A l'égard

A l'égard de l'effort AH du poids F , il est égal & par conséquent anéanti par l'effort contraire HA de la résistance B , puisqu'on suppose que le point B est immobile.

Nommant donc F ou AG , p ; AB , l ; CB , d ; CE ou AC , r ; AD , x ; on aura $CD = \sqrt{r^2 - x^2}$; & $AC = r = \sqrt{l^2 - d^2}$, à cause des angles droits ADC , ACB . De plus les angles alternes ACD , CAF , dans les triangles rectangles ACD , CAF , donneront l'Analogie: $r = AC | CD = \sqrt{r^2 - x^2} \parallel AG = p | \left(\frac{p \sqrt{r^2 - x^2}}{r} = AH \right)$; & $AC = r | AD = x \parallel AG = p | GH = \left(AI = \frac{p x}{r} \right)$. De plus les triangles rectangles AHM , ACD , semblables à cause de l'angle commun A , donneront l'Analogie: $AC = r | CB = d \parallel AH = \frac{p \sqrt{r^2 - x^2}}{r} | \left(HM = \frac{p \sqrt{r^2 - x^2}}{r^2} \right)$.

Enfin supposant que le poids de AB est à son frottement sur le plan AEC supposé horizontal en la tirant parallèlement à ce plan, comme π est à ϕ , on multipliera la valeur de HM cy-dessus par le rapport $\left(\frac{\phi}{\pi} \right)$, ce qui donnera $\left(\frac{p d \phi}{\pi r^2} \sqrt{r^2 - x^2} \right)$ pour le frottement en A , qu'il faut égaler à l'effort AI du poids F ; ce qui donne l'égalité $\left(\frac{p d \phi \sqrt{r^2 - x^2}}{\pi r^2} = \frac{p x}{r} \right)$, d'où l'on tire $(d \phi \sqrt{r^2 - x^2} = \pi r x)$, & quarrant chaque membre on a $(d^2 \phi^2 r^2 - d^2 \phi^2 x^2 = \pi^2 r^2 x^2)$; & $\left(\frac{d^2 \phi^2 r^2}{\pi^2 r^2 + \phi^2 d^2} = x^2 \right)$, & enfin $\left(\frac{d \phi r}{\sqrt{\pi^2 r^2 + \phi^2 d^2}} = x \right)$ désirée; dans laquelle valeur substituant, si l'on veut, la valeur de $r = \sqrt{l^2 - d^2}$, on trouve $\left(x = \frac{d \phi \sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{\pi^2 l^2 - \pi^2 d^2 + \phi^2 d^2}} \right)$ ($= v$, lorsque $\phi = 0$), comme on le sçait d'ailleurs.

Si l'on suppose $\frac{r}{d} = \frac{1}{2}$, on aura $(-\pi^2 d^2 + \phi^2 d^2 = -2\pi^2 d^2)$, ce qui donnera $\left(x = \frac{d \sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{3l^2 - 2d^2}} \right)$, & $AC | AD \parallel \sqrt{l^2 - d^2} \parallel \frac{2 \sqrt{l^2 - d^2}}{\sqrt{3l^2 - 2d^2}} \parallel \sqrt{3l^2 - 2d^2} | d$, & $\left(AD = \frac{d \pi AC}{\sqrt{3l^2 - 2d^2}} \right)$.

On voit que la valeur du poids $F=p$ n'entre point dans la composition de x ; ce qui confirme ce qu'on a avancé au commencement de cette Analyse, que tel que fût le poids F l'arc AE seroit toujours le même, tandis que BC , BA , demeureroient les mêmes.

Si l'angle ABC étoit de 45° , on auroit ($\sqrt{l^2 - d^2} = d$) & ($2d^2 = l^2$), ce qui donneroit ($x = \frac{d^2}{\sqrt{1}l^2} = \frac{d^2}{\sqrt{4d^2}} = \frac{d^2}{2d} = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}AC = AD$), ce qui donneroit l'arc AE de 30° .

Si l'angle ABC est de 60° , & BAC de 30° , on aura ($BC = \frac{1}{2}AB$) & ($BC^2 = d^2 = \frac{1}{4}AB^2 = \frac{1}{4}l^2$), ce qui donnera ($\sqrt{l^2 - d^2} = \sqrt{\frac{3}{4}l^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$), & ($\sqrt{3l^2 - 2d^2} = \sqrt{\frac{10}{4}l^2} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$), ce qui donneroit ($x = \frac{d^2}{\sqrt{10}} = \frac{1}{10}d\sqrt{30}$) $\frac{AC}{\sqrt{10}} = AD$, & l'arc AE de $18^\circ 27$ minutes.

Enfin si l'angle ABC est de 30° ou BAC de 60° , on aura ($BC = d$, $\sqrt{\frac{1}{2}l^2} \times \sqrt{\frac{1}{2}l^2} = \sqrt{\frac{1}{2}l^2}$), & ($2d^2 = \frac{1}{2}l^2$) & ($\sqrt{3l^2 - 2d^2} = \sqrt{\frac{5}{2}l^2}$), & enfin ($x = AC \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{AC}{\sqrt{2}}$) : & ($\sqrt{2} \parallel AC$) $AD = x$) ou ($2 \parallel AC$) AD). Donc l'arc AE seroit alors de 45° .

On peut remarquer que si $d = CB = 0$, $AD = 0$; & que si $d = CB = l = AB$, alors ($AD = AC$, c'est-à-dire que le point A seroit alors sur la ligne horizontale CR).

SECONDE MEMOIRE.

Trouver la force avec laquelle il faut pousser un coin, pour séparer un corps ou directement, ou sur un point fixe, ou sur deux.

1704.
2. Juillet.

10. **S**I au lieu de concevoir que la puissance M (1. Fig.) tient le poids D en équilibre sur le plan incliné AC en tirant horizontalement, tandis qu'une autre puissance N arrête le plan incliné en le repoussant selon l'horizon-

rale NO , comme dans le premier Memoire ; on suppose que la puissance M retient seulement le poids D , tandis que la puissance N pousse le plan incliné ACB sous ce poids ; le plan incliné ACB s'appellera alors un coin rectangle. Or il est évident que les deux puissances M & N étant opposées doivent être égales, puisqu'elles sont en équilibre entr'elles. Donc les mêmes dénominations subsistant, comme dans l'article 3. du premier Memoire, on aura la puissance ($N = \frac{\varphi b + \pi b}{\pi b - \varphi b} = f$) comme dans le 7^e cas de cet article 3. A quoy il faudra ajouter le frottement causé par le poids D , & même par le plan ACB sur le plan horizontal PQ ($= \frac{D + ACB \times \varphi}{\pi}$).

2^o. Si l'on joint ensemble deux coins égaux semblables au précédent dans la droite BC pour en composer le coin scalene ACA (2. Fig.), que l'on introduise ce coin dans la fente TO , d'un corps TQP , dont on veut écarter les deux portions $TQAE$, & $TPAE$, en les faisant glisser sur le plan horizontal QP ; on cherchera premièrement la résistance que ces deux parties font à être séparées directement dans leur partie commune OE selon la droite YX , perpendiculairement à OE ; à quoy on ajoutera la résistance qui vient du frottement de la partie $TQAE$ sur le plan QP , lorsqu'elle s'écarte de la partie $TPAE$, (sçavoir $(\frac{\varphi}{\pi} \times TQAE)$), & on appellera ces deux résistances ensemble p , parce qu'elles font le même effet ici que le poids D du cas précédent. On partagera ensuite la force motrice M ou f en deux égales, qu'on appliquera à chaque moitié du coin ABC , ACB ; alors ce cas deviendra tout semblable au précédent, en regardant la surface dans laquelle les deux coins s'appuyent l'un sur l'autre comme le plan horizontal PQ du cas précédent ; ce qui donnera pour chaque force qui doit être appliquée aux moitiés ABC , ACB , du coin ($\frac{\varphi b + \pi b}{\pi b - \varphi b} \times p$). Donc la force totale M ou f désirée ($= 2p \times \frac{\varphi b + \pi b}{\pi b - \varphi b}$), ce qui donne aussi

$(p = \frac{f}{2} \times \frac{\pi b - \phi b}{\phi b + \pi b})$. On a aussi $(f = \frac{2pb}{b})$ & $(p = \frac{fb}{2b})$, lorsque $\phi = 0$.

3°. Mais lorsqu'il faut séparer les parties $TQ\mathcal{A}$, $tP\mathcal{A}$ (3. Fig.) sur un point fixe \mathcal{A} , l'effort M est très-différent du précédent ; & pour le trouver je le suppose partagé en deux parties égales, & chaque moitié appliquée à chaque demi-coin ABC , aBC , comme cy-dessus agissante selon les directions verticales ND , nd , qui passent par les centres de gravité D , d , des faces TI , ti , du coin. Je prends sur ces verticales les parties arbitraires ND , nd , qui marquent ces deux forces ou $\frac{1}{2}f$. Je mène les perpendiculaires HDL , hdl , à ces faces, & je divise chacun des efforts ND , nd , dans les perpendiculaires & parallèles NT , NH , nt , nh , aux faces AC , ac : je mène encore les perpendiculaires DE , de , à l'axe du coin BC , & je prends dessus les parties DE , de , qui expriment les résistances que ces deux coins rectangles se font l'un sur l'autre dans leur base commune BC . Je divise de même les efforts ED , ed , dans les parallèles & perpendiculaires EG , EF , eg , ef , aux faces du coin, & je considère que les efforts HD , GD , hd , gd , font tout le frottement en D , d , & que les efforts NH , nh , de M doivent vaincre ces frottemens, & outre cela les efforts contraires EG , eg , de la résistance BC .

Je réduis ensuite par pensée toutes les résistances des parties de $O\mathcal{A}$ dans leur centre X agissantes selon la perpendiculaire YXy à $O\mathcal{A}$, en supposant que ces parties sont au moins un peu extensibles (puisque l'expérience nous apprend qu'il n'y a point de corps qui n'ait du ressort, & que les filers de verre même sont fort sensiblement extensibles) ; & prolongeant les directions $HGDL$, $hgdl$, & TD , td , je mène dessus les perpendiculaires $\mathcal{A}L$, $\mathcal{A}l$, $\mathcal{A}R$, $\mathcal{A}r$; & je considère que l'effort NH diminué de l'effort contraire EG , & multiplié par son levier $\mathcal{A}ER$ se joint à l'effort de $O\mathcal{A}$ selon YXy multiplié par son levier $\mathcal{A}EX$ pour équilibrer l'effort HD plus l'effort GD mul-

multiplié par leur levier commun $\mathcal{A}EL$, les premiers agissant autour de \mathcal{A} du sens contraire des derniers, & de même pour l'autre face $\mathcal{A}C$ du coin.

Ceci étant établi, j'appelle p la résistance en YXy multiplié par $\mathcal{A}EX$; $\mathcal{A}EL$, a ; $\mathcal{A}ER$, d ; $\mathcal{A}M$, b ; MC , b ; $\mathcal{A}C$, c ; $ND = nd, \frac{1}{2}f$; & DE , x . Or les triangles rectangles NDT , $\mathcal{A}CM$, DEF , semblables en ce sens, donnent les Analogies: $\mathcal{A}C = c \mid CM = b \parallel ND = \frac{1}{2}f \mid \frac{f}{2} \frac{b}{c} = DT = NH$, & $\mathcal{A}C = c \mid \mathcal{A}M = b \parallel ND = \frac{f}{2} \mid NT = DH = \frac{bf}{2}$. On aura aussi: $\mathcal{A}C = c \mid \mathcal{A}M = b \parallel DE = x \mid DF = \frac{bx}{c} = EG$, & $\mathcal{A}C = c \mid CM = b \parallel DE = x \mid EF = DG = \frac{bx}{c}$, supposant aussi que π est à ϕ , comme le poids du coin $\mathcal{A}C$ à son frottement sur la face TO du corps à fendre supposée horizontale, en tirant parallèlement à cette face, on aura l'Analogie, comme π est à ϕ , ainsi les pressions DH plus DG ensemble $(= \frac{bf}{2c} + \frac{bx}{c})$ à un 4^e terme $(\frac{bf\phi}{2c\pi} + \frac{bx\phi}{c\pi})$ qui sera la valeur du frottement causé en D par les pressions DH , DG .

Egalant donc maintenant l'effort NH aux deux frottemens DH , DG , & à l'effort contraire EG , on a l'égalité $(\frac{\pi f b}{2c\pi} = \frac{bf\phi + 2bx\phi + 2bx\pi}{2c\pi})$. D'où l'on tire $(\frac{\pi f b - bf\phi}{2b\phi + 2b\pi} = x)$.

On aura aussi l'équilibre $(\overline{HD} + \overline{GD} \times \mathcal{A}EL = \overline{NH} - \overline{EG} \times \mathcal{A}ER + p)$; c'est-à-dire $(\frac{abf + 2abx}{2c} = \frac{fbd - 2bx d + 2cp}{2c})$. D'où l'on tire $(2abx + 2hd x = fbd + 2cp - abf)$, & $(x = \frac{fbd + 2cp - abf}{2ab + 2bd})$.

Enfin égalant le premier x avec le second, on aura l'égalité $(\frac{\pi f b - bf\phi}{b\phi + b\pi} = \frac{fbd + 2cp - abf}{ab + bd})$, & $(2cpb\phi + 2cpb\pi = \overline{ab^2\pi} + \overline{ab^2\pi} - \overline{cb^2\phi} - \overline{db^2\phi} \times f)$, & enfin $(f = \frac{2cp\pi b\phi + b\pi}{\pi c^2 - cb^2 - db^2\pi\phi})$ & $(f = \frac{2p\pi b\phi + b\pi}{\pi c - c\phi\pi c})$ en supposant $\mathcal{A}C = \mathcal{A}ER$, ce qui est libre.

On auroit donc aussi ($p = \frac{f^c}{2} \times \frac{a^2x - c^2q}{bq + h^2x}$), ce qui se réduit à ($f = \frac{2ph}{ac}$) & ($\frac{f^ac}{2b} = p$) lorsque $q = 0$.

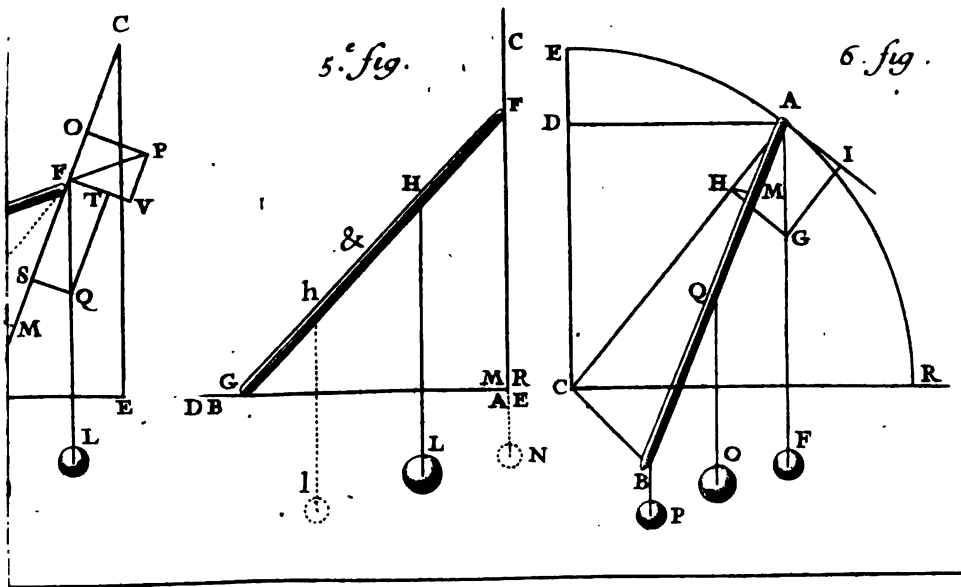
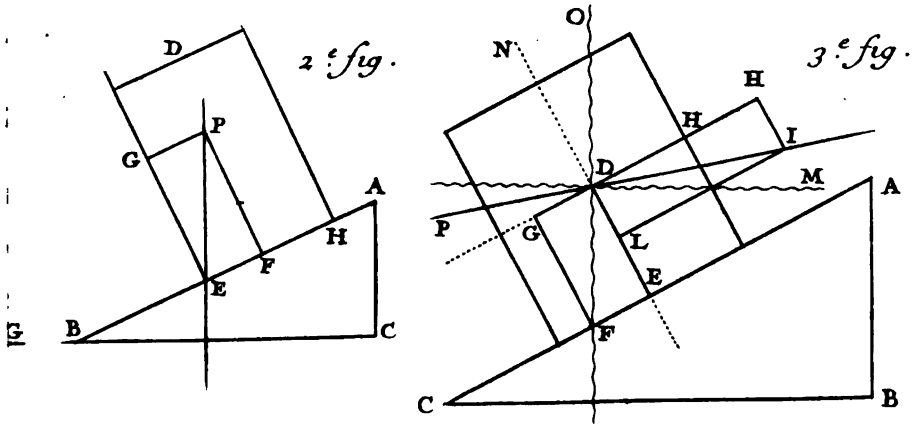
4°. Si au lieu d'un point fixe P , on supposoit que le corps à fendre fût situé sur le plan horizontal Qq (4. Fig.) sans pouvoir glisser, en sorte que ses deux moitiés dûssent s'écarter l'une de l'autre en tournant sur leurs extrémités Q, q , comme points fixes; ayant prolongé les directions HD, hd , des faces du coin, on meneroit dessus les perpendiculaires QE, qe , & ayant multiplié la résistance en X par la distance perpendiculaire QY, qy , des points Q, q , à la direction YXy , on meneroit encore les perpendiculaires QV, qv , aux faces du coin prolongées, & ayant nommé QE, e ; QV, d , & le produit de la résistance X par QY, r , & le reste demeurant comme cy-dessus, on auroit encore f & p des mêmes valeurs, comme il est évident.

SUITE DU SECOND MEMOIRE,

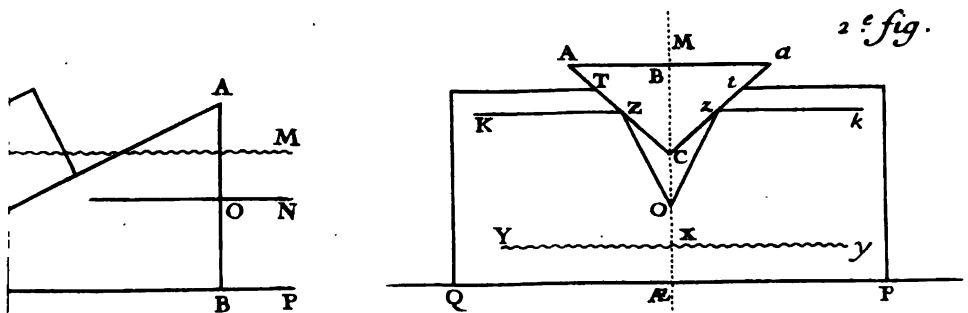
Qui comprend ce qui se fait ordinairement avec la vis: ancienne ou à écrou, & la vis-sans-fin.

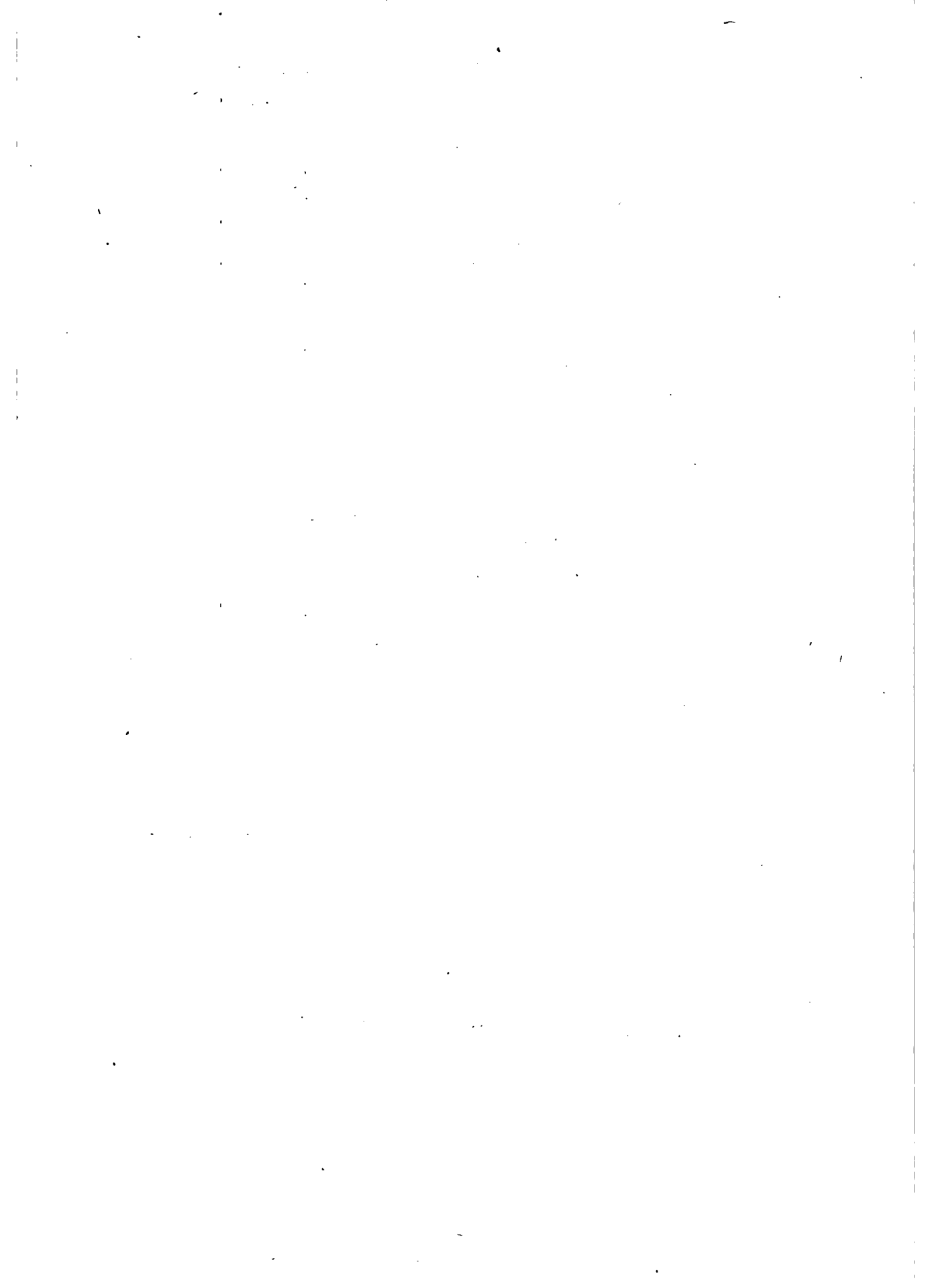
De la Force de la vis ancienne, y compris les frottemens: contre son écrou, & contre sa base.

5°. Soit encore un plan incliné (5. & 6. Fig.) dont AB soit la hauteur, & CB la base, & DCA un autre plan incliné tout semblable & égal au précédent, dont AD soit la base, & CD la hauteur, qui soit posé sur le premier en sens renversé, en sorte que leurs hypothenuses AC se couvrent. Si l'on met sur le plan ADC un poids E , on pourra le concevoir distribué à tous les points du plan AC ; & si l'on suppose qu'une puissance F pousse le plan incliné ACB selon la droite EG parallèle à la base CB , tandis qu'une autre puissance G égale à la première retient le plan incliné ACB selon la même GF , alors ACB sera seulement



Second memoire





regardé comme un plan incliné, & ADC comme un poids. Mais si l'on conçoit G poussante, & F seulement résistante, ACB sera alors regardé comme un coin. Et de même s'il s'agit de presser des corps E ou I , qui soient de côté ou d'autre des bases des plans inclinés AD , CB , alors ces plans sont simplement regardés comme des coins; les plans inclinés ne se disant qu'à l'égard des poids à élever, & non pas à l'égard de toutes sortes de pressions.

Si l'on tourne maintenant le rectangle $ADCB$ (5. Fig.) sur un cylindre droit, en sorte que les côtés CB , AD , soient parallèles aux circuits de ses bases, la droite AC sera changée dans une véritable hélice ou vis; de sorte que si CB est égale en longueur au circuit d'une des bases développée, AC formera la longueur d'un des pas de l'hélice, & AB la hauteur; ou si AB est égale à toute la hauteur du cylindre, telle qu'elle soit, AC sera égale à la longueur de l'hélice entière; & CB au circuit de la base pris autant de fois qu'il y a de pas dans la vis.

Supposant donc que la puissance F ou G agisse toujours selon une tangente à la surface du cylindre laquelle soit parallèle à sa base, la force sera la même ou pour faire monter le plan incliné ADC sur ACB , ou pour introduire le coin ACB sous le plan incliné ADC , que si ces deux plans étoient encore sur un même plan. De sorte que si la pression E ou I qu'il faut produire selon EI , c'est-à-dire selon l'axe de la vis, est donnée $= p$, & qu'on veuille trouver la force f nécessaire pour pousser le plan incliné ADC , ou le coin ACB , c'est-à-dire pour faire tourner ou la vis ou l'écrou, on aura selon le septième cas de l'article 3. du premier Memoire ($f = \frac{qb + \pi b}{\pi b - qb} \times p$). Ou si f est donnée, & qu'on veuille connoître l'effort p , qu'elle est capable de produire selon la longueur du cylindre de la vis, on aura ($p = f \times \frac{\pi b - qb}{qb + \pi b}$). Ou h signifie ou la hauteur d'un des pas, & b le centre de la base; ou b la hauteur entière de la vis, & b le cercle de la base multiplié

par le nombre des pas, ou enfin b la tangente de l'élevation de la vis sur le cercle de sa base, & b le sinus total, π & ϕ marquant toujours le rapport du poids de l'écrou à son frottement sur le plan incliné de la vis supposé horizontal. On aura $(\frac{b}{b} = f)$ & $(\frac{b}{b} = p)$ lorsque $\phi = 0$.

Où il faut remarquer que nous n'avons point égard au frottement causé par les résistances E ou I contre un des colets de l'écrou ou de la vis, selon que l'un des deux est mobile.

Et pour avoir égard à ce frottement, on considérera que le frottement du colet t B de la vis (par exemple) contre la sole GH ne se fait pas également dans tous ses points, comme si l'on tiroit ce colet en ligne droite sur GH ; mais chaque point de ce colet résiste plus ou moins, selon qu'il est plus ou moins éloigné de l'axe de la vis, & cela à l'égard de la force motrice qu'on suppose toujours appliquée au centre de gravité de la face de la vis ou de l'écrou. On pourroit penser aussi que les points de ce colet devroient résister encore à proportion de leurs vitesses particulières autour de l'axe. Mais on verra par les expériences suivantes que dans le commencement du frottement, ces vitesses n'ont nul effet. Il reste donc que le centre du frottement du colet soit le même que son centre de gravité g , en supposant ce colet développé sur la tangente ce en b & c (Fig. 7. & 8.).

Appellant donc d la distance du milieu de la face d'un des pas de la vis à son axe AB , e la distance ag du même axe au centre de frottement, & $(\frac{F}{P})$ le rapport du frottement de ce colet sur GH à la pesanteur, on aura pour son frottement comparé à la force motrice supposée au centre des pas $(\frac{P}{F})$, ce qui donnera enfin $(f = \frac{\phi b + \pi b}{\pi b - \phi b} + \frac{F}{P} \times p)$

& $(p = \frac{df \pi \pi \pi b - \phi b}{d P \pi \phi b + \pi b + F \pi \pi b - \phi b})$, & $(f = \frac{b}{b})$ ou $(p = \frac{f}{b})$ lorsque ϕ & F sont $= 0$, comme cy-dessus.

De la force de la vis-sans-fin, y compris les frottemens contre la dent de la rouë, contre son colet, & contre celui de la vis.

6°. Supposant encore que D (Fig. 9. & 10.) soit une dent de la rouë d'une vis sans-fin, qui est obligée de se mouvoir selon la droite DG tangente au cercle de cette rouë, par la pression que lui fait la partie AC de la vis. Soit CB (Fig. 9) une portion du circuit de la vis sans-fin qui répond à AC , & AB une parallèle à son axe; en sorte que ACB est un triangle rectangle dont AC est l'hypothénuse, & CB la base. Si l'on conçoit la force motrice appliquée au circuit de la vis sans-fin, la vis deviendra un coin ABC rectangle en B , poussé par une puissance selon sa base BC , ou selon sa parallèle OE , entre la dent D qui tient lieu de poids, & le colet de son arbre, dont la résistance contre son pallier est marquée par le corps solide QP , le long duquel on suppose le coin ABC glisser. De même la dent D ne sçauroit qu'avancer selon DG , étant retenue par la pression du colet de la rouë contre son pallier, que je représente par le corps solide EF contre lequel elle est obligée de glisser. De sorte que la puissance N a non-seulement le poids D à faire avancer selon DG , mais encore les frottemens en AC , en BC , & en EF à vaincre. C'est pourquoy on ne se trompe pas lorsqu'on croit communément que cette machine est une de celles où les frottemens sont les plus grands.

Nommant donc toujours le sinu-total BC , b ; la tangente AB de l'angle ACB de la vis & de sa base b ; l'effort avec lequel la dent est portée contre le coin ACB selon GD par le poids à vaincre p ; $\frac{\pi}{\phi}$ le rapport du poids de cette dent à son frottement sur AC supposé horizontal, & la force Nf le rapport du poids du plan ACB à son frottement contre $QB = \frac{P}{F}$, & enfin $\frac{P}{F}$ le rapport du poids de la dent à son frottement contre EF ; c le rayon de ce frottement pris comme ag dans l'article précédent, & g :

celui de la rouë DHI , x le frottement en CB multiplié par e , & divisé par d , comme dans la vis précédente.

Pour avoir en D le frottement contre EF , il est évident qu'il faudra prendre tout l'effort contre $EF = f - x$, & le multiplier par le rapport $(\frac{F_e}{P_g})$; & comme ce frottement est conçu résister selon GD , ou dans le même sens que la dent D , il faudra l'ajouter à l'effort de cette dent; sçavoir à p , afin d'avoir toute la pression contre $QP = f - x \times \frac{F_e}{P_g} + p = (\frac{fF_e - xF_e + pP_g}{P_g})$. Multipliant donc cette pression contre QP par le rapport $(\frac{F_e}{P_d})$, on aura le frottement contre CB ou à la circonférence de la vis $= (x = \frac{fF_e - xF_e + pP_g}{P_g P_d} \times F_e)$. D'où l'on tirera l'égalité $(P P \times d g = F f c - F x c + P p g \times F e)$, qui donne $(x = \frac{F f c + P g p}{P P d g + F F c e} \times F e)$.

Or l'effort N ayant à vaincre le frottement en $CB = x$, & le poids D plus son frottement sur AC , avec son frottement en EF ; si on retranche de l'effort f le frottement x , & qu'on regarde le poids D , & son frottement en EF , comme un seul poids agissant selon GD , l'effort $f - x$ devra être le même que le premier effort f de l'article précédent, sçavoir $(\frac{q b + \pi h}{\pi b - q b} \times p)$, en substituant au lieu de p la valeur $(f - \frac{x F_e}{P_g} + p)$, c'est-à-dire le poids D plus son frottement sur EF , ce qui donnera l'égalité $(f - x = \frac{q b + \pi h}{\pi b - q b} \times \frac{F f c - F x c + P p g}{P_g})$. D'où l'on tire $(P g f \times \frac{\pi b - q b}{\pi b - q b} = \frac{q b + \pi h}{\pi b - q b} \times \frac{F f c - F x c + P p g}{P_g})$, en substituant la valeur de x cy dessus.

Or on tire de là cette autre égalité $(P g f \times \frac{\pi b - q b}{P P d g + F F c e} = \frac{q b + \pi h}{\pi b - q b} \times \frac{F f c - F x c + P p g}{P_g})$, en substituant la valeur de x cy dessus.

D'où l'on tire en réduisant ($F^2Pg^2df \times \pi b - \pi h - PPFcdg \times \pi b + \pi h = \pi b + \pi h \times P^2Ppg^2d + \pi b - \pi h \times P^2Fpg^2e$), qui donne enfin divisant ($f = \frac{\pi b + \pi h \times Pd + \pi b - \pi h \times Fe}{Pg \times \pi b - \pi h - Fe \times \pi b + \pi h} \times \frac{Ppg}{Pd}$) qui se réduit à ($\frac{\pi b + \pi h}{\pi b - \pi h} + \frac{Fe}{Pd} \times p$) quand $F = 0$, comme dans l'article précédent.

On aura aussi ($p = \frac{Pfd}{Pg} \times \frac{Pg \times \pi b - \pi h - Fe \times \pi b + \pi h}{Pd \times \pi b + \pi h + Fe \times \pi b - \pi h}$), lorsque f sera donnée.

SUITE DU SECOND MEMOIRE.

Experiences pour les frotemens des corps dont les parties se meuvent avec différentes vitesses, lûes le 7. Juillet 1703.

7°. J'ai pris 2 planches $ABCD$, $FGHI$, (Fig. II) de 4 pouces en quarré, & tirées d'une même piece, que j'ai fait raboter tout du long avant de la couper.

1°. Chacune de ces pieces étant chargée d'un poids de 6 livres NL , & tirée avec un ressort MP sur un tapis fort uni, résistoit de 11 quarterons, la table qui portoit le tapis étant fort horizontale; & lorsqu'on mettoit les deux ais l'un sur l'autre, comme en X , & les 2 poids par dessus, il falloit 22 quarterons de force pour commencer à les mouvoir sur le même tapis en tirant de même.

2°. Lorsqu'on mettoit les 2 ais à côté l'un de l'autre, en sorte qu'ils se touchoient, avec un des poids N dessus, comme en Y , il falloit 13 quarterons pour les mouvoir sur un plan incliné en tirant parallelement à ce plan, & en les mettant l'un sur l'autre, & le même poids N par dessus, comme en Z , il ne falloit précisément que le même poids de 13 quarterons. Ce qui prouve que le grandeur de la surface qui frote ne change pas le frottement, mais seulement le poids dont elle est chargée.

3°. J'ai appliqué les 2 mêmes ais contre un levier AB , EG , soutenu contre le point fixe E , & ayant posé sur

chacun les mêmes poids N & L de 6 livres, j'ai tourné une fisselle OM autour d'un des ais, que j'ai tiré avec le même ressort MP toujours parallèlement à la table qui étoit alors horizontale & couverte du même tapis. De plus les milieux O & Q de AB , & FG étoient d'abord également éloignés de l'appui E , & j'ai trouvé que pour commencer à mouvoir ces 2 poids, il falloit encore précisément 22 quarterons, comme quand les ais étoient l'un sur l'autre, ou l'un à côté de l'autre, & les 2 poids par dessus.

4°. Ayant ensuite divisé la distance QO du levier en 3 parties égales, j'en ai donné 2 à QE , & une à EO , afin que les vitesses de ces 2 ais fussent entr'elles comme 2 à 1, & j'ai trouvé qu'il falloit 34 quarterons pour commencer à les mouvoir. au lieu de 33 qu'il auroit fallu trouver, en prenant 11 pour N , & 22 pour L , selon la proportion de leurs distances à E ; ce qui étoit presque insensible avec le ressort dont je me servois.

Et ayant ensuite donné 2 parties à EO , & une seulement à EQ , il a fallu 16 quarterons pour commencer à les mouvoir, au lieu de $16\frac{1}{2}$, en prenant toujours 11 pour N , & $5\frac{1}{2}$ pour L , selon le rapport des distances au point fixe E .

5°. J'ai ensuite divisé OQ en 4 parties égales, & en ayant donné 3 à QE , & 1 à EO , il a fallu 46 quarterons pour les mouvoir, au lieu de 44, en prenant toujours 11 pour N , & 33 pour L , selon la proportion des parties QE , EO .

Et ayant donné une seule partie à QE , & 3 à EO , j'ai trouvé qu'il falloit 14 quarterons $\frac{1}{2}$, au lieu de $14\frac{1}{2}$, prenant toujours 11 pour N , & $3\frac{1}{2}$ pour L , selon la proportion de 3 à 1, ou de EO à EQ .

6°. Enfin j'ai divisé QO en 5 parties, & en ayant donné 3 à QE , & les 2 autres à EO , il a fallu 17 quarterons pour commencer à faire le mouvement, au lieu de $17\frac{1}{2}$, donnant 11 quarterons à N , & $16\frac{1}{2}$ à L , selon le rapport $\frac{3}{2}$.

Et ayant donné au contraire 2 parties à QE , & 3 à EO , il a fallu 18 quarterons pour commencer à les mouvoir, au lieu de $18\frac{1}{2}$, en donnant 11 à N , & $7\frac{1}{2}$ à L , selon le rapport de EO à EQ , ou de 3 à 2.

figure 1.^{re}

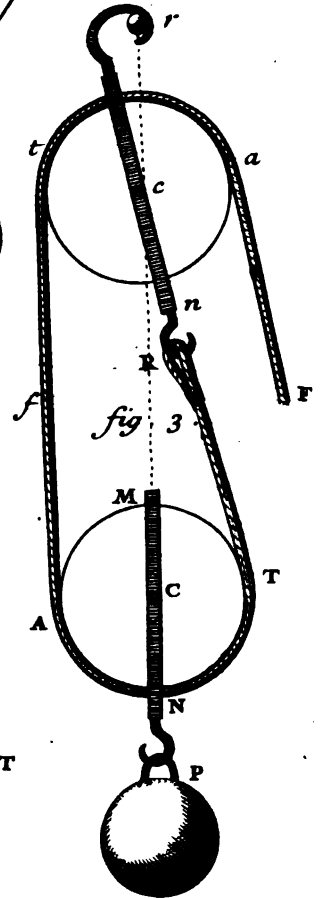
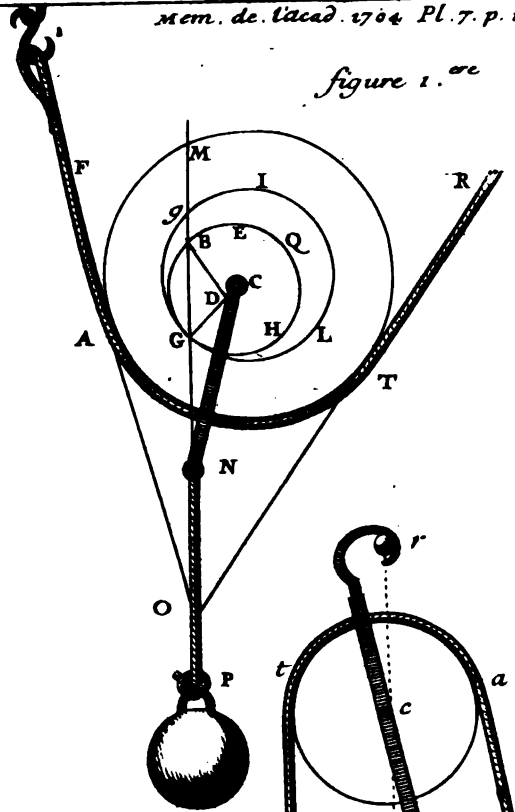
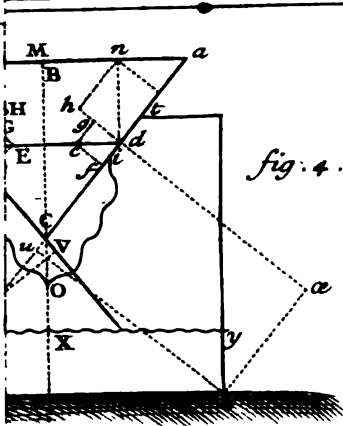
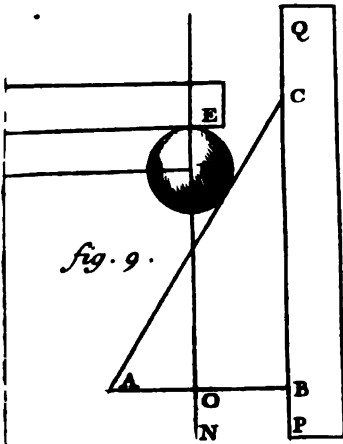
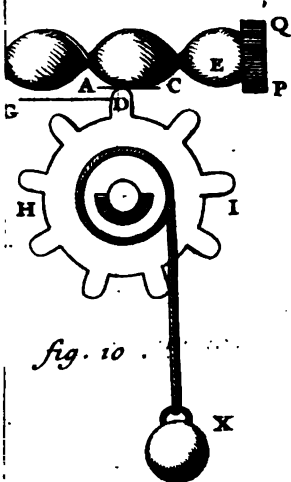
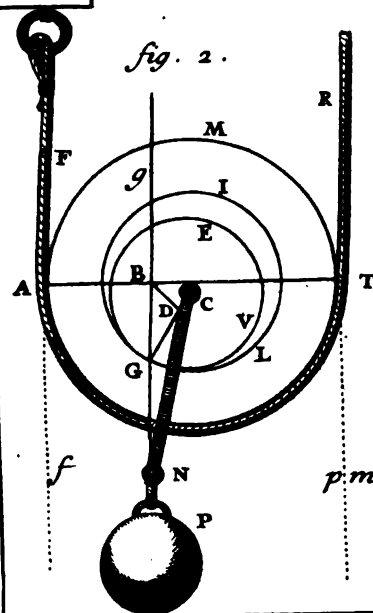


fig. 2.



Or toutes ces experiences font voir que les differentes vitesses insensibles n'alterent point le rapport des distances.

OBSERVATIONS

DE LA

DERNIERE ECLIPSE DE LUNE.

PAR M. CASSINI.

LA derniere Eclipsé de Lune qui est arrivée le 17 de ^{1704.} Juin de cette année 1704, n'a pas été observée à Pa- ^{5. Juillet.} ris, parce que l'horizon étoit couvert de nuages à l'endroit où la Lune se leva, lorsqu'elle étoit prête de sortir entierement de l'ombre.

Nous en avons deux observations, une qui a été faite à Modene par le Pere Fontana Theatin très-versé dans les Observations Astronomiques. Les nuages ne lui permirent pas de l'observer aussi-tôt que la Lune fut levée. Il la vit entre les nuages à heures 3 minutes pendant un très-petit espace de temps lorsqu'elle recouvroit sa lumiere, & qu'il y restoit environ 9 doigts d'Eclipsé. Il la vit vers la fin de l'Eclipsé, lorsqu'il étoit difficile de distinguer l'ombre de la penombre, & autant que cette difficulté le lui permit, il jugea que la fin arriva à 8^h 53'. Il lui resta encore quelque scrupule sur l'horloge dont il se servoit, qu'il ne verifia point après l'observation.

L'autre observation de cette Eclipsé a été faite par Messieurs de Plantade, Bon, & de Clapies à Montpellier.

Elle s'accorde avec celle de Modene dans la grande difficulté qu'il y avoit à distinguer l'ombre de la penombre; ce qui empêcha de déterminer la grandeur des phases.

Autant qu'il fut permis par les nuages qui interrom-

198 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
poient l'observation, on la vit pendant 19 minutes & demie; au lieu qu'à Modene on la vit pendant 50 minutes.

La fin à Montpellier fut marquée à $8^h 15' 6''$. La fin de la penombre à $8^h 18' 40''$.

Il seroit inutile de comparer ensemble ces temps des Observateurs, puisque le Pere Fontana ne donne pas la sienne pour assurée, tant par la difficulté de distinguer le terme de l'ombre, que pour n'avoir pas rectifié l'horloge par la hauteur d'une étoile fixe.

On peut plus compter sur celle de Montpellier, où l'horloge avoit été réglée par les observations correspondantes du Soleil, & rectifiée deux fois après l'Eclipse par les hauteurs de la Lire, qui donnoit l'heure dans la même seconde que la pendule.

Cette dernière Eclipsé de Lune est arrivée six mois & demi après la dernière Eclipsé du Soleil, dont nous observâmes le commencement à l'Observatoire Royal le 8 Décembre 1703 à 4 heures précises du soir. Les autres circonstances de cette observation ont été rapportées distinctement dans le Livre de la Connoissance des Temps de l'année 1704.

EXTRAIT D'UNE LETTRE

DE M. MANFREDI,

*Sur une Eclipsé de Venus par la Lune observée à
Bologne le 30 Juin 1704, & rapportée
par M. Maraldi.*

1704.
19, Juillet.

Hier le 30 Juin après midy, je finis une observation assez singulière de l'occultation de Venus par la Lune en plein jour, & dans une distance du Soleil d'environ 17 degrez. La Lune la toucha selon mon observation avec une Lunette de 10 pieds à 4 heures 30' 15'', & elle

la couvrit toute entière à 4 heures 30' 33". Mais suivant l'observation de M. Stancari, le centre de Venus fut caché par la Lune à 4^h 30' 18", & toute Venus fut couverte à 4^h 30' 33" avec une Lunette de 8 pieds. Comme l'on ne voyoit point la Lune même par des Lunettes qu'avec une grande peine, & par rapport à Venus qu'on sçavoit lui être fort voisine; aussi-tôt que Venus fut cachée l'on ne vit plus la Lune, aussi il ne fut pas possible d'en observer l'Emerfion.

OBSERVATION

*De l'Eclipsé de Lune faite à Bologne le 17 Juin 1704,
par Messieurs Manfredi & Stancari, &
rapportée par M. Maraldi.*

L Es observations des Taches ont été faites avec une excellente Lunette de 10 pieds. Le temps est marqué à l'heure vraie après midy. 1704. 19. Juillet.

- 8 40 47 La Lune commence à sortir des nuages, & Proclus est sorti de l'ombre.
- 8 41 2 Mare Crisum commence à sortir de l'ombre.
- 8 42 0 L'ombre à la moitié de Mare Crisum.
- 8 42 22 Hermes se découvre.
- 8 43 0 Messale se découvre.
- 8 43 42 Cleomedes se découvre.
- 8 44 31 Mare Crisum se découvre entièrement.
- 8 47 15 La fin de l'Eclipsé.

*Observations des doigts avec une Lunette de 12 pieds,
qui avoit un Micrometre à son foyer.*

- 8^h 2' 20" La Lune est éclipsée de 8 doigts 35, & la Lune se cache aussi-tôt.
- 8 39 57 La partie éclipsée de la Lune est de 1^{doigt} 45'
- 8 41 17 elle est de 1 17'

$8^h 42' 17''$ 1^{20e} $9'$
 $8 43 42$ $0 50$
 $8 47 \frac{1}{4}$ Fin de l'Eclipse.
 $9^h 0$ Le diametre de la Lune passa par un cercle horai-
 re, en $2' 33''$.

Occultation de l'Etoile β dans le Scorpion faite par la Lune le 15 Juin 1704, & observée par M. Stancari.

$9 19 0$ Temps vrai après midy, le diametre de la
 Lune étoit de $32' 33''$.
 $9 49 42$ L'étoile est cachée par la Lune.
 $10 59 2$ L'étoile sort du bord de la Lune en ligne
 droite avec Prostharchus & la partie supe-
 rieure de Langrenus.

REPONSE DE M. DE LAGNY

AUX REMARQUES

DE M. CHAZELLES

Sur son Memoire Hydrographique.

1704.
1. Août.

LEs Remarques de M. Chazelles ayant été imprimées dans les Memoires de l'Academie de 1702, & mon Memoire ne l'ayant été qu'avec ceux de 1703 en mon absence & sans ma participation, je n'ai pu y répondre plutôt.

Voicy par où il commence.

1^{re}. *La supposition de la rondeur de la terre dans la construction des Cartes & dans l'usage de la Navigation que M. de Lagny veut abandonner, fondé sur les observations de sa mesure faite par Snellius, par Riccioli, & par M. Picart, me paroit suffisamment prouvée par l'apparence de son ombre dans les éclipses de Lune, & par la figure spherique de toutes les Planetes. Ce sont les propres termes de M. Chazelles.*

Je

Je réponds premièrement que dans la construction des Cartes réduites & dans l'usage de la Navigation, j'ai supposé la rondeur de la Terre. Cela est évident par le Theorème géométrique sur la construction de ces Cartes rapporté dans les Memoires de 1703, pages 99 & 100. Car j'y suppose pour meridien un cercle & non pas une ellipse. Ce Theorème est la seule chose essentielle de mon Memoire, & c'est la seule dont il n'a point parlé. Comment M. Chazelles peut-il donc supposer que j'abandonne l'hypothese de la rondeur de la Terre? J'ai seulement touché en passant les raisons qui paroissent prouver la spheroidité.

Je réponds en second lieu, que l'apparence de son ombre dans les Eclipses de Lune prouve plutôt pour que contre la figure elliptique. Hevelius dans sa Selenographie a remarqué qu'un diametre de l'ombre étoit beaucoup plus petit qu'il n'auroit dû l'être suivant l'hypothese ordinaire. Et dans les Journaux de Leipzig de 1686, page 51, & de 1687, page 157, on rapporte des observations sur cette ombre qui prouvent au contraire la spheroidité de la Terre.

Enfin la figure spherique de toutes les Planetes n'est qu'un simple préjugé pour la sphericité de la Terre; & cela seulement dans l'hypothese de Copernic, où la Terre est elle-même une Planete. C'est une Analogie, une pure vraisemblance qui ne peut rien prouver contre des observations exactes qui établiraient le contraire. D'ailleurs nous ne sommes assurés qu'à peu près de la sphericité des Planetes: elles sont si éloignées & nous paroissent si petites, qu'elles pourroient être elliptiques & nous paroître spheriques, parce que les deux angles sous lesquels nous verrions leur grand & leur petit axe ne differeroient pas sensiblement.

2°. M. Chazelles prétend qu'on peut aisément accorder Snellius & le P. Riccioli, quoique la différence de leurs observations aille à neuf milles Italiques par degré. Il n'y a, dit-il, pour cela qu'à faire quelques petites corrections tant dans leurs mesures actuelles que dans les operations Tri-

gonometriques & Astronomiques, telles que l'inégalité du terrain, & la petitesse ou le défaut des instrumens peuvent laisser supposer. Le P. Riccioli a pris la peine de le faire par le moyen de quelques suppositions & corrections qu'on n'a pas de peine à lui accorder.

Il faut être bien prévenu pour raisonner de cette manière. Il n'y a qu'à faire quelques suppositions, &c. M. Chazelles peut voir la réfutation de cette prétendue conciliation dans la Dissertation de M. Eisenclimid *De figura telluris Elliptico-spheroidica*, pag. 27 & 28.

3°. Après avoir tâché de concilier ces deux Auteurs, M. Chazelles veut aussi concilier Riccioli & M. Picart. Il rejette la différence qui se trouve entre leurs observations sur l'erreur que peut avoir causé la refraction dans la hauteur apparente des deux termes, & sur la finesse des divisions des instrumens de M. Picart. Il seroit, je crois, assez difficile à M. Chazelles de prouver que les instrumens de Riccioli n'étoient pas divisés avec autant de finesse que ceux de M. Picart. M. Chazelles auroit pu dire avec plus de raison que les instrumens de M. Picart avoient un avantage considérable sur ceux de Riccioli, parce que M. Picart avoit ajouté des Lunettes à ses instrumens. A l'égard de la refraction, c'est une supposition purement arbitraire. Mais à quoy aboutissent toutes ces conjectures sur les erreurs de Snellius & de Riccioli, puisqu'il n'en veut conclure que l'égalité des degrés de latitude, & que suivant les dernières observations de M. Cassini que M. Chazelles approuve, si M. Picart lui-même avoit fait des observations à Boulogne & en Hollande, il auroit dû trouver des grandeurs sensiblement différentes ? M. Chazelles veut-il que ces degrés soient égaux & inégaux tout ensemble ?

4°. Il s'attache ensuite à faire l'éloge des observations de M. Picart, & en cela je suis tout-à-fait de son sentiment. Mais quand il ajoute : *Tout cela fait sentir que la grandeur trouvée d'un degré de la Terre est à cent toises près la véritable*, il me permettra de lui demander ce qu'il entend par ces mots *tout cela fait sentir*. Ce n'est point par sentiment qu'on

juge de ces sortes de choses , comme on juge d'une piece d'eloquence ou de poësie. Il faudroit par un calcul exact fixer des limites d'erreur fondées sur l'experience des plus habiles observateurs : Par exemple , de tant de secondes sur chaque angle observé , tant de pieds sur tant de toises mesurées actuellement , & prendre ensuite toutes ces erreurs par excès & par défaut , on auroit de cette maniere des limites justes de la certitude des observations. Mais encore une fois la grandeur trouvée d'un degré de latitude terrestre par M. Picart , ne peut être la veritable qu'entre les paralleles où il a observé.

5°. M. Chazelles se repentant en quelque maniere de l'approbation qu'il avoit donné aux observations de M. Cassini , ajoute qu'on peut attendre avant que de prendre son parti , que les observations pour le meridiem aient été achevées du côté du Nord , comme elles le sont du côté du Sud. Si l'on avoit des observations faites en Afrique ou en Amerique proche de l'Equateur , on auroit raison de dire qu'elles sont achevées du côté du Sud. C'est là où la difference doit être plus sensible , en comparant ces observations avec celles qu'il faudroit faire proche du pole en Suede ou en Laponie , &c.

6°. Les secantes augmentent autant les unes sur les autres que les sinus des complémens de latitude. Si l'on prend ces termes à la rigueur , c'est un paralogisme , & la proposition est évidemment fautive. Il confond la raison & la proportion geometrique avec la raison & la proportion arithmetique. Les secantes augmentent beaucoup plus , & indéfiniment plus les unes sur les autres que les sinus de complémens. Il falloit dire , les secantes croissent en même raison que les sinus de complémens.

7°. M. Chazelles se donne beaucoup de peine pour prouver qu'il faut s'accommoder à la portée des Pilotes : que leurs calculs ne sont pas capables de l'exatitute geometrique : qu'il est inutile de rechercher cette exatitute dans une partie du calcul , lorsque les autres parties ne peuvent pas l'avoir. Je soutiens au contraire , & c'est une maxime de la dernière évidence , que lorsqu'on ne peut pas être exact en tout , il

faut l'être du moins dans la *partie qui est susceptible de cette exactitude*. C'est même un motif pour redoubler notre attention & notre exactitude.

Je conviens avec M. Chazelles de l'incertitude de l'estime, de celle du rhumb de vent, de la dérive, &c. Mais que conclut tout cela contre la plus grande exactitude des Cartes réduites ? Je veux bien supposer avec lui que la construction que je propose passe la portée ordinaire des Pilotes : mais l'usage n'en sera en rien plus difficile pour eux, & c'est uniquement de quoi il s'agit. Mon Theorème en est-il moins vrai, ou moins digne de l'attention de Geometres ? C'est plus en Geometre qu'en Hydrographe que je l'ai proposé. Je dis plus, l'erreur des Cartes réduites peut devenir très-sensible proche des poles, parce que la raison des deux sommes du nombre infini de secantes comprises entre chaque deux arcs prochains y differe très-sensiblement de la raison simple des deux secantes de ces mêmes arcs, & l'erreur pourra être du simple au double, au triple & au centuple, & à l'infini.

8°. *L'Arbalestrille est le meilleur instrument qu'on emploie à la mer.* Je ne vois pas pourquoi M. Chazelles, contre le sentiment des plus habiles Hydrographes, préfere l'Arbalestrille au Quartier Anglois.

9°. *Les meilleurs Pilotes abandonnent les Tables des Sinus, les Tables Loxodromiques, &c.* Il devoit dire : *Le commun des Pilotes* ce n'est pas habileté, c'est ignorance ou paresse.

10°. *L'on seroit trop heureux si toute l'erreur se trouvoit dans la supposition qu'on fait en se servant du Quartier de réduction, que le chemin du Vaisseau est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, &c.* Les erreurs du Quartier de réduction sont si considérables, que dans quelques exemples rapportés par certains Auteurs qui sont entre les mains de tous les Pilotes, elles vont à dix ou douze degrés de différence en longitude. Après cela peut-on dire qu'on seroit trop heureux, &c.

11°. Ma Remarque sur les sondes de haute comme de basse mer ne paroît praticable à M. Chazelles que dans les Cartes particulieres & Topographiques, & dans les

Cartes generales, on doit, dit-il, se contenter de celles de basse mer. C'est déjà quelque chose que ma Remarque puisse être utile pour les Cartes particulieres. Mais peut-on nier que même dans les Cartes generales où l'on marque un si grand nombre de sondes de basse mer, il ne fût très-facile & très-utile d'y marquer une seul fois en chiffre romain dans chaque Port & à l'embouchure des Rivières la sonde de haute mer ? Où est l'embarras, & l'utilité n'est-elle pas évidente ?

12°. *On peut marquer les courans par des traits.* M. Chazelles remarque que cela ne se peut à l'égard des courans qui ne sont pas réglés. Hé qui en doute ! La comparaison que je fais des vents alisés qui sont marqués de même dans des Cartes Angloises, ne fait-elle pas voir que je n'ai entendu parler que des courans réglés ? On ne sçauroit marquer sur une Carte le cours des vents irréguliers ; on ne peut pas non-plus y marquer ceux des courans qui varient : mais on le pourroit & on le devoit faire à l'égard des courans réglés & sensibles. M. Chazelles ne niera pas qu'il n'y en ait, les uns en tout tems, les autres par rapport à l'heure, à l'âge de la Lune ; & on pourroit les marquer tous, les premiers absolument suivant leur direction, les autres avec des marques respectives au tems où ils arrivent. Ce que M. Chazelles rapporte de l'irrégularité des courans sur la côte de Poitou, ne prouve donc absolument rien contre moy.

Je conclus que mon Theorème sur la construction des Cartes réduites, & toutes mes Remarques sur les Cartes marines en general subsistent en leur entier.

Il faut remarquer par rapport à ce Theorème que dans les pages 99. & 100. des Memoires de 1703. il faut entendre par le mot d'hyperbole équilateré, une hyperbole formée par la somme des secantes du quart de cercle, de même que l'hyperbole ordinaire est formée par les secantes du triangle rectangle. C'est la Courbe $AQRS$ &c. qui est l'hyperbole dont j'entends parler, & la Courbe $AKLM$ &c. est l'hyperbole ordinaire.

TROISIÈME MEMOIRE

Des Poulies & de leurs Tourillons.

PAR M. PARENT.

1704.
1. Août.

19. **S**Oit une poulie AMT (Fig 1.) soutenue sur la corde $FATR$, GIL un trou autour du centre de la poulie qui sert du paillier, GEH le tourillon fixe avec la chape CN dont G soit le centre, P le poids suspendu à la chape par la corde PN , G le point d'atouchement du tourillon & du paillier lorsque la puissance motrice F tirant la corde AF a mis le tourillon GEH en état de commencer à glisser, de sorte que G soit le plan d'équilibre du tourillon; il est évident que la verticale PN étant continuée passera par G , puisque G est le point de suspension de P . On ne doit pas douter non plus qu'ayant prolongé les directions FA , RT , elles ne se coupent sur NP comme en O , puisqu'autrement le poids P ne seroit pas soutenu par les puissances F & R , & ne demeureroit pas en repos, comme on le suppose. L'équilibre étant donc ainsi établi entre PF & R , & entre P & le frottement du plan G , il est évident que si l'on prend sur ON prolongée la partie BG pour marquer le poids P , que l'on mène le rayon CG , & sur CG la perpendiculaire BD ; BD sera à DG , comme le frottement du tourillon sur le paillier IGL est à sa pesanteur.

De plus le poids P étant soutenu par les deux puissances F , R , il est évident que la verticale GP est leur direction composée. Puis donc que dans l'état de l'équilibre tout est fixe, si l'on veut regarder le tourillon GEH comme immobile & fixe, & la puissance F comme vaincane la puissance R autour du point fixe G , on tombera dans le cas où les deux puissances F & R appliquées à la circonférence d'une même roue, sont équilibres entr'elles autour d'un tourillon GEH immo-

bile, qu'on examinera dans le Memoire suivant.

Mais comme en tirant la corde AF pour amener le tourillon GEH sur le plan d'équilibre G , les directions FA, RT , qui d'abord faisoient des angles égaux en O avec NP , changent continuellement pour en faire d'inégaux ; cela pourroit apporter quelque difficulté à déterminer la force F , qui ne seroit pas récompensée par le peu de fruit qu'on en retireroit. C'est pourquoy nous supposerons maintenant les directions AF, RT , toutes deux verticales ou paralleles à GP (Fig. 2.) qui est le cas le plus d'usage, réservant le cas general pour le Memoire suivant.

Menant donc la droite AT qui sera parallele à l'horizon, comme il est aisé de le voir, & prolongeant la verticale PG sur AT en B , menant BD perpendiculaire à CG , on aura les triangles rectangles semblables CGB, BGD , à cause de l'angle commun G . C'est pourquoy supposant que BD soit à DG , comme f à p ; appellant AC ou CT , a ; CG , b ; F , x ; & P , m ; on aura l'Analogie $BG | BD || \sqrt{p^2 + f^2} | f || CG = b \left(CB = \frac{bf}{\sqrt{p^2 + f^2}} \right)$, d'où l'on tirera $\left(BT = \frac{a\sqrt{p^2 + f^2} + bf}{\sqrt{p^2 + f^2}} \right)$. Mais on a par les principes de Statique l'Analogie: $AT = 2a | BT = \frac{a\sqrt{p^2 + f^2} + bf}{\sqrt{p^2 + f^2}} ||$

$P = M \left(\frac{am\sqrt{p^2 + f^2} + mbf}{2a\sqrt{p^2 + f^2}} = F \right)$, qui devient $\left(F = \frac{m}{2} \right)$ quand $(f=0)$ comme on le voit.

Si l'on veut avoir R , on aura par les mêmes principes de Statique l'Analogie: $AT = 2a | AB = \frac{a\sqrt{p^2 + f^2} - fb}{\sqrt{p^2 + f^2}} ||$
 $P = M \left(R = \frac{am\sqrt{p^2 + f^2} - mfb}{2a\sqrt{p^2 + f^2}} \right)$, qui devient $\frac{m}{2}$ lorsque $f=0$.

Donc $F | R || a\sqrt{p^2 + f^2} + fb | a\sqrt{p^2 + f^2} - bf$.

On aura donc aussi $\left(m = \frac{2aF\sqrt{p^2 + f^2}}{a\sqrt{p^2 + f^2} + bf} \right) = P$, lorsque F sera connue, & m inconnue; ou $\left(m = \frac{2a\sqrt{p^2 + f^2} R}{a\sqrt{p^2 + f^2} - fb} \right)$.

2°. Si l'on veut supposer au contraire que la puissance f tirant de haut en bas soutienne le poids p ou m au moyen de la corde fMp passé par-dessus la poulie AMI (Fig. 3.), on aura $\left(F = \frac{mbf + \sqrt{p^2 + f^2}}{a\sqrt{p^2 + f^2} - fb} \right)$, qui se réduit à m lorsque $(f=0)$.

Et si l'on veut comparer cette valeur avec celle de F du premier cas de cet article, on verra que F dans le premier cas est à F dans le second réciproquement, comme $(a\sqrt{p^2 + f^2} - fb)$ est à $2a\sqrt{p^2 + f^2}$, c'est-à-dire, comme 1 à 2 lorsque $f=0$.

On aura donc aussi dans ce 2^d cas $\left(\frac{aF\sqrt{p^2 + f^2} - fFb}{a\sqrt{p^2 + f^2} + bf} = m \right)$ lorsque F sera connuë, qui donne aussi $t = m$, quand $(f=0)$.

3°. Lorsque le tourillon GEH (Fig. 1.) sera fixé avec la poulie (ce qui réussit toujours mieux dans la pratique), le seul changement qui arrivera est que l'attouchement g sera sur la partie opposée du pallier de la chape au point où la direction PN la rencontre, à cause que PNG fait des angles égaux en G & g , avec la circonférence du pallier $GgIL$. Donc puisque les angles des directions FAO , RAO , avec GPO seront les mêmes, & P le même que dans le premier cas, il est évident que les puissances F & R seront encore les mêmes.

Au reste nous avons supposé le diamètre du tourillon à fort peu près égal à celui de son pallier comme dans l'usage ordinaire, laissant le reste aux curieux Geometres.

Des Mauffles ou Poulies composées à plaisir.

4°. Enfin si l'on a un poids P (Fig. 30.) suspendu à une poulie AMT par la chape MCN au moyen de la corde fAT , qui passant par dessous AMT va s'attacher d'un bout à la chape mtn d'une seconde poulie amt suspendue en r , & qui tournant ensuite par-dessus amt , est tirée par la force F , en telle sorte que les tourillons C & c de ces

ces deux poulies soient prêts à glisser, on trouvera la force F , en cherchant d'abord celle qu'il faut mettre en f pour soutenir le poids P donné, comme dans le premier cas. Regardant ensuite la force connue f comme un poids à soutenir par la force F , par dessus la poulie ams , on aura comme dans le second cas la force F capable de soutenir f , & par conséquent P ; & ainsi d'un plus grand nombre de poulies tant supérieures qu'inférieures.

Au reste il est évident que les tourrillons Cc doivent être les moindres qu'il soit possible, puisque si dans quelque une des valeurs de F cy-dessus on suppose ($b=0$), les frottemens s'évanouiront.

Il resteroit d'examiner la résistance causée par la dureté des cordages; mais nous remettrons ceci à un autre Mémoire, comme étant d'une autre nature.

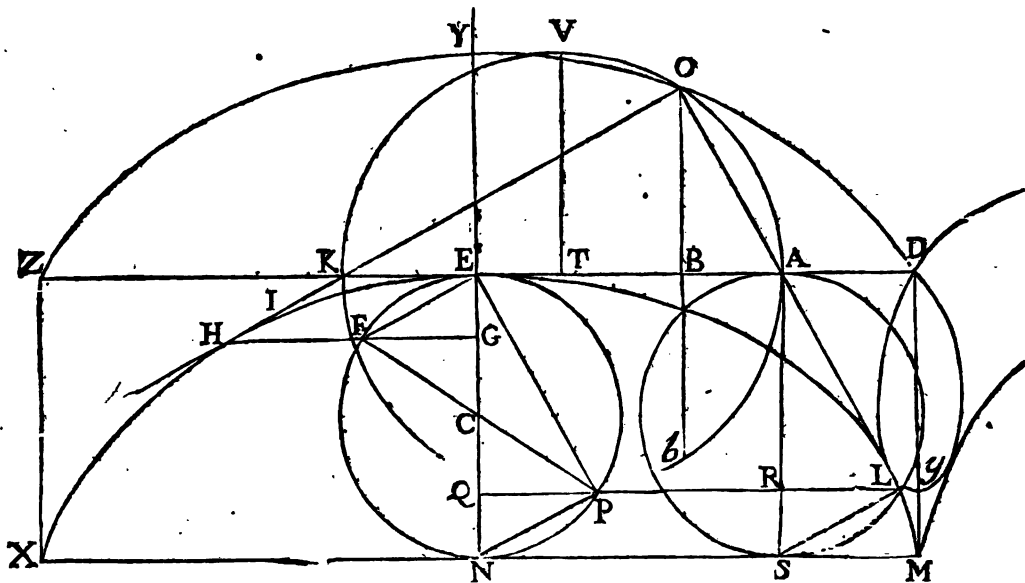
DESCRIPTION D'UN LIEU GEOMETRIQUE,

*Où sont les sommets des angles égaux formés par
deux Touchantes d'une Cycloïde.*

PAR M. DE LA HIRE.

Soit une Cycloïde $XELM$ dont le cercle générateur ^{1704.} ^{26. Juillet.} soit EPN , la base XM , & l'axe EN . Soit achevé le rectangle XD sur la base XM . De quel point A on voudra de la ligne ED soit mené AL touchante de la Cycloïde en L ; & sur ED soit pris AK égale à ED ; & sur AK pour diamètre soit décrit le cercle $BAOK$. Ayant prolongé LA jusqu'au cercle AOK en O ; du point O soit abaissé Obb perpendiculaire sur ED , & du point A soit aussi abaissé AS perpendiculaire sur NM . Si l'on décrit sur AS le demi-cercle générateur ALS , on sait par les propriétés de la Cycloïde, que ce cercle passera par le

point touchant L , & que la partie de la base SM sera égale à l'arc SL , qui sera aussi égale à AD . Mais ayant mené LS & LR \parallel à MN , le triangle LRS sera semblable au triangle ARL & au triangle OBA .



Il s'ensuit donc de là que l'arc AO ou Ab du cercle AOK est semblable à l'arc SL du demi-cercle SLA , & par conséquent il y aura même raison du diamètre AS au diamètre AK , que l'arc SL ou de la ligne droite AD , à l'arc AO , ou que de la corde SL à la corde AO .

La ligne $LRPQ$ étant parallele à la base XM , rencontrera au point P le cercle generateur EPN dont le diametre est placé sur l'axe de la Cycloïde, & EP sera parallele à AL , & PN parallele à LS .

Mais si par le point P du cercle generateur & par son centre C on mene le diametre PCF qui rencontre le cercle en F , & qu'on tire ensuite la corde EF ; & que par le point F on mene la ligne GFH parallele à NM qui rencontre la Cycloïde en H , on sçait que la ligne HF parallele à EF touchera la Cycloïde en H .

Je dis maintenant que cette ligne HI étant prolongée

passera par le point K , & ensuite par le point O du cercle AOK .

Par la construction AK est égale à DE , & par conséquent EK sera égale à AD qui est égale à l'arc SL ou NP ou EF . Mais l'arc EF est égal, à FH ; donc EK est égal à HF : mais HI & FE sont parallèles; donc HI passe en K en formant le parallélogramme $EFHK$. HK doit aussi passer en O ; car les deux lignes HIK , LAO sont parallèles aux deux lignes EP , EF qui forment un angle droit dans le demi-cercle PEF , elles formeront donc aussi un angle droit par leur rencontre, & comme elles passent par les extrémités du diamètre KA du cercle AOK , elles se rencontreront nécessairement en O sur la circonférence.

Il s'ensuit donc de là que les deux touchantes OL , OH de la Cycloïde menées du point O , feront un angle droit dans ce point O .

Je dis maintenant que tous les points comme O d'où deux touchantes menées à la Cycloïde contiennent un angle droit, sont dans la courbure d'une Cycloïde $ZYDy$, qui est le lieu de ces angles droits qui sont faits par les touchantes de la Cycloïde proposée.

Je dis de plus que cette Cycloïde a pour cercle generateur le cercle AOK dont le diamètre KA est égal à la circonférence du demi-cercle generateur de la Cycloïde proposée; mais que cette Cycloïde est une Cycloïde raccourcie, & qu'il n'y que la portion DTZ qui est au-dessus de la ligne DE , qui passe par le centre de son cercle generateur, dont tous les points servent à mener deux touchantes à la Cycloïde proposée.

Par la démonstration précédente il est évident que tous les points comme O seront tous dans la circonférence du même cercle AOK ; mais dans des différentes positions de son diamètre KA sur la ligne DE .

Nous avons vu que la ligne AD , où, l'arc SL sera toujours à l'arc AO dans une même raison, qui est celle des diamètres AS à AK , ou EN à NM , ou ED .

Si l'on place donc le diamètre du demi-cercle AOK sur

D d ij

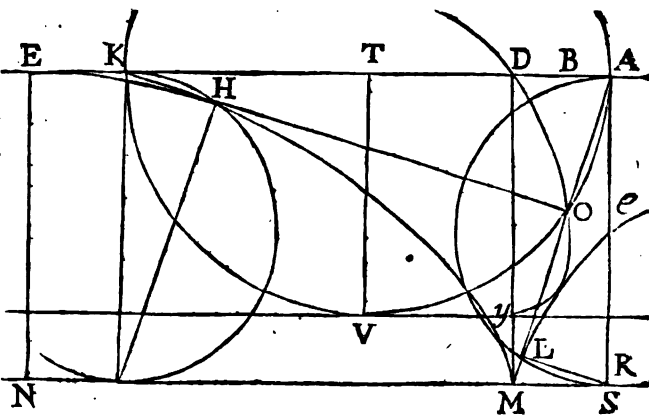
DE, & que le point décrivant *O* étant en *D*, le diamètre & le centre se meuvent sur *DE* d'un mouvement égal à celui que le point décrivant de la Cycloïde proposée feroit sur son cercle generateur si elle commençoit en *M* en allant par *L* en *E*, ou égal à celui qui feroit le centre du cercle *ALS*; car dans la Cycloïde de *MLE*, le mouvement du centre du cercle generateur sur une ligne parallele à sa base, est égal à celui du point décrivant, en sorte que quand le point décrivant de la Cycloïde *MLE*, aura parcouru l'arc *SL*, l'extrémité de son diamètre qui étoit en *M* aura parcouru la partie *MS* de sa base, laquelle est égale à l'arc *SL*, & de même l'extrémité *A* du diamètre *AD* du cercle generateur du lieu *DOY* aura parcouru la partie *DA* égale à *SM*; mais le point décrivant *O*, qui étoit d'abord en *D* aura parcouru l'arc *AO* qui aura même raison à *DA* ou à l'arc *SL*, que son diamètre *AK* au diamètre *EN*; alors la ligne menée du point *O* au point *L* qui passera par *A*, touchera la Cycloïde proposée en *L*, ce qui est évident par ce qui a été démontré cy-devant. Mais si dans le même tems que le demi-cercle generateur s'est mû de *M* en *S*, le demi-cercle generateur *EFN* dont le diamètre étoit posé sur l'axe, s'est mû de *E* en *K* sur *EK* égale à *SM*, le point décrivant ayant parcouru l'arc *EF* égal à l'arc *SL*, ou à *SM*, ou à *EK*, ce point décrivant sera sur la Cycloïde en *H*, & la ligne menée du même point *O* au point *H* sera aussi touchante en *H*, & ce sera par-tout de même. Ce qu'il falloit démontrer.

On voit par là que lorsque le point décrivant *O* de la Cycloïde *DOY* sera venu en *T* sur l'axe *NE* de la Cycloïde proposée; alors le point décrivant *S* & le point décrivant *E* de la Cycloïde proposée chacun sur leur demi-cercle, seront venus dans la ligne parallele à la base, laquelle passe par le centre *C*; & les deux touchantes menées du point *T* rencontreront la Cycloïde dans ces points, & feront un angle droit en *T*.

Mais comme la Cycloïde n'est point une ligne terminée; & qu'on peut l'imaginer continuée à l'infini, en sup-

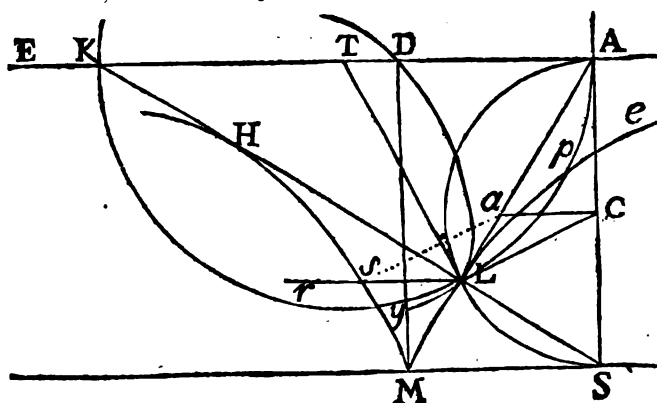
posant que le cercle generateur se meuve toujours d'un même mouvement, & le point décrivant aussi; ce qui à la vérité ne sera qu'une même Cycloïde repetée, dont l'une recommencera sur la base commune où la précédente finira: aussi si l'on acheve la Cycloïde du lieu, qui est une Cycloïde raccourcie, car elle aura sa demi-base égale à son axe; ce qui sera en achevant son cercle generateur, & supposant que son diamètre AK se meuve toujours sur ED , pendant que le point décrivant O parcourt le cercle, & l'un & l'autre dans les mêmes raisons qu'auparavant, il arrivera que de tous les points de la partie du lieu qui est au-delà de MD , on pourra mener deux touchantes, l'une à une des Cycloïdes, & l'autre à celle qui la suit immédiatement, lesquelles touchantes feront un angle droit dans ce point du lieu d'où les touchantes sont menées, ce qui se démontrera comme le cas précédent, & qu'on peut voir dans cette Figure, où l'on a fait le même construction au-delà de la ligne DM qu'on avoit fait de l'autre côté, & où le point y est le commencement de la Cycloïde du lieu sur sa base: car du point O on peut mener la touchante OH à la Cycloïde MHE , & la touchante AOL à l'autre Cycloïde MLa .

Mais comme la Cycloïde du lieu peut être continuée ou repetée comme l'autre, il arrivera qu'il y aura toujours deux points sur le lieu, d'où l'on pourra mener la même touchante à la Cycloïde proposée; & du point y , qui est le commencement de la Cycloïde du lieu sur sa base, on peut mener une touchante à chaque Cycloïde, laquelle sera la même que celle qui est menée du point T ,



où le lieu rencontre l'axe de la proposée.

Enfin l'on doit remarquer que la Cycloïde du lieu touchera la Cycloïde proposée; car les deux cercles gene-



rateurs ayant toujours le point A commun sur la ligne DE dans toutes leurs différentes positions en se mouvant, comme il paroît par la generation: aussi la ligne KS demeurera toujours la même; & cette li-

gne KS passant en L où deux cercles se coupent, lorsque le point L sera sur la Cycloïde proposée, il sera aussi sur celle du lieu; car les arcs SL , AL des generateurs seront semblables, & ce sera ce point L dans cette position qui formera le point touchant des deux Cycloïdes, & la ligne AL les touchera aussi toutes deux dans ce même point; ce que je démontre comme il suit.

Lorsque le point décrivant de la Cycloïde proposée MLE sera arrivé en L , c'est-à-dire lorsque l'arc SL sera égal à la partie de la base SM , & que le cercle generateur sera en ALS , & son diamètre en AS , on sçait que la ligne AL touche la Cycloïde MLE au point L . Mais alors le cercle generateur du lieu LD sera dans la position ALK ; si l'on mene donc les rayons TL , CL au point commun L , l'angle TLC sera droit, & puisque le point décrivant du lieu étant en L se meut d'un mouvement composé des deux autres, l'un par LC touchante de son cercle generateur, & l'autre par Lr parallèle à KA ; pendant que le mouvement par Lr sera égal à AD ou à l'arc SL par la generation du lieu, le mouvement par LC doit être égal à l'arc LpA . Mais l'arc SL est à l'arc LpA qui lui est semblable, comme leurs rayons, ce qui est comme

LC à LT , ou comme leurs cordes semblables SL , AL . Enfin si par le centre C on mène Ca parallèle à AK qui rencontre AL en a , on aura à cause des triangles semblables ACa , ALS , aC ou sL son égale sur Lr , à CA ou CL son égale, comme SL à LA ; donc AaL est touchante de la Cycloïde du lieu au point L .

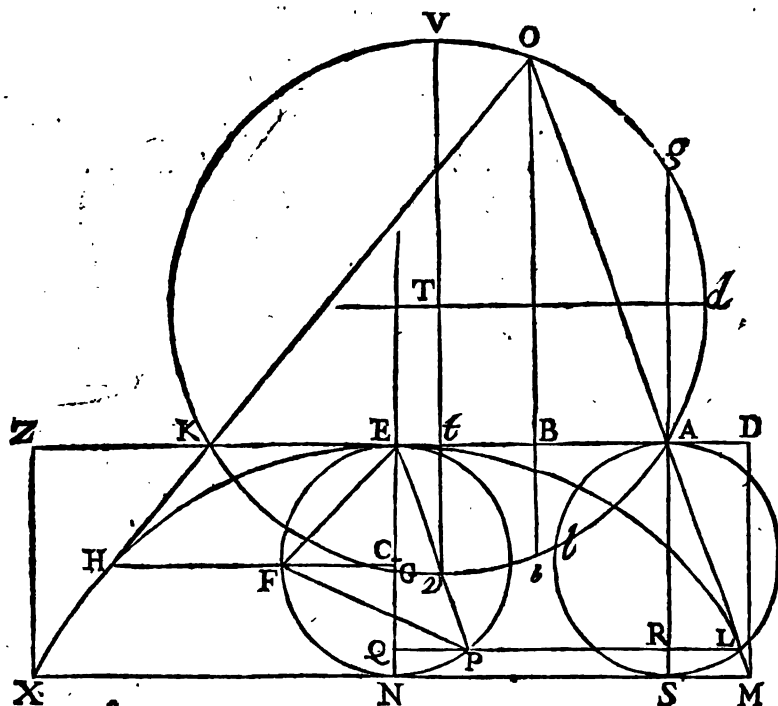
Il me reste maintenant à chercher le lieu des sommes de tous les angles aigus & obtus égaux entr'eux, lesquels sont formés par les touchantes d'une Cycloïde.

La Cycloïde XEM étant décrite comme cy-devant par le moyen du cercle générateur $EPNF$, dont le diamètre est posé sur l'axe de la Cycloïde EN , & le rectangle DX étant achevé; si de quel point L on voudra de la Cycloïde on mène la ligne LQ parallèle à la base, laquelle rencontre l'axe en Q , & le cercle générateur en P ; du point E ayant mené la corde EP , on sçait que la ligne LAO parallèle à EP , touchera la Cycloïde en L . *Voyez la Figure suivante.*

Mais du point A ayant abaissé AS perpendiculaire sur la base NM , & sur cette ligne ayant décrit le cercle générateur ALS , il est évident aussi qu'il rencontrera la Cycloïde en L , & que l'arc SL ou NP , ou bien les lignes SM ou AD seront d'une même grandeur, & par conséquent la ligne EA sera égale à l'arc EP .

Soit maintenant l'angle PEF dans le cercle générateur, lequel soit proposé pour celui que les touchantes de la Cycloïde doivent faire, soit qu'il soit obtus ou aigu, comme il est représenté dans la Figure, & soit pris sur DZ la grandeur AK égale à l'arc PEF du cercle générateur, & sur AK soit décrit le cercle AVK , dont l'arc AVK reçoive des angles égaux à l'angle proposé PEF .

Il est évident que par le point F on mène la ligne FH parallèle à la base MX qui rencontre la Cycloïde en H , & que par le point H on mène HK parallèle à FE , laquelle touchera la Cycloïde en H , cette ligne HK étant prolongée, rencontrera la touchante LAO sur le cercle en O ; & par conséquent ces deux touchantes HK , LA contiendront un angle LOH égal à l'angle proposé



PEF. Car les deux touchantes HK , LA doivent faire un angle égal à l'angle PEF , puisqu'elles sont parallèles aux deux lignes PE , FE qui font ce même angle, & de plus cet angle doit être sur le cercle en O , puisque les lignes AO , KO s'appuient sur la corde d'un arc AOK qui doit recevoir cet angle.

On voit donc par là que toutes les touchantes de la Cycloïde qui contiendront un angle égal à l'angle proposé, seront toutes à la circonférence d'un même cercle AOK , dont la même corde AK sera toujours placée sur DZ ; car cette corde sera toujours égale à un arc égal à PEF , quelque disposition que puissent avoir ces touchantes, puisque l'angle PEF , en quelque endroit qu'il soit dans le cercle generateur, sera toujours à une circonférence égale à PEF , ou appuyé sur une corde égale à PF .

Maintenant si l'on abaisse Obb perpendiculaire sur AK , l'arc

L'arc Ab dans le cercle KOA sera semblable à l'arc PN ou LS du cercle generateur ; c'est pourquoy dans toutes les différentes positions de la corde KA sur ZD , & à proportion que le point A s'approchera de D , le point O descendra sur l'arc OVA , en sorte qu'il y aura toujours même raison du mouvement du point O sur son cercle KVA , que du mouvement du point décrivant L de la Cycloïde sur son cercle generateur, & les arcs de ces mouvemens seront entr'eux en même raison que les cordes semblables qui soutiennent ces arcs, comme la corde SL à la corde Ab ou Og , ou bien comme le diametre du cercle generateur EN , au diametre Vv du cercle KOA .

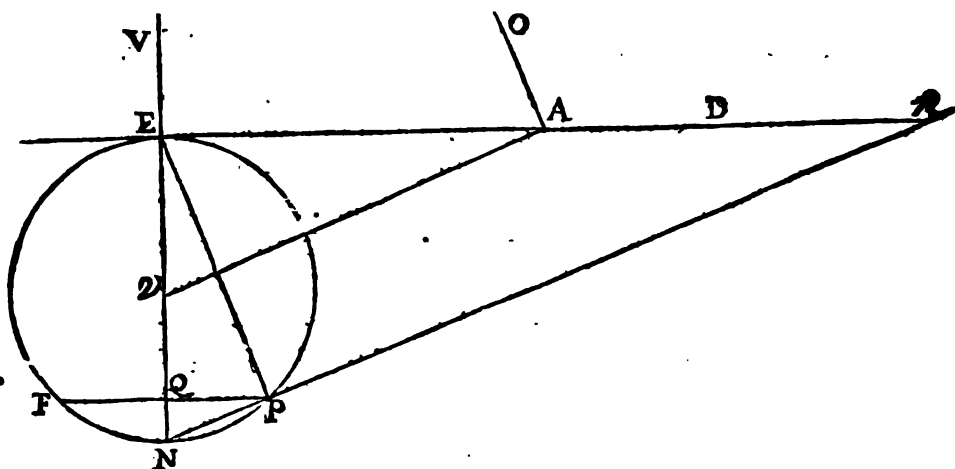
Il s'enfuit donc de là que le point O se meut par la composition des deux mouvemens, l'un par le transport du point A de la corde KA du même cercle KOA sur la ligne ZD prolongée tant qu'on voudra, & l'autre par le mouvement du point O sur la circonference du cercle KOA . Et les mouvemens de ces deux points étant toujours en même raison ; sçavoir celui du point A comme les arcs SL , & celui du point O comme les arcs semblables Ab , la Courbe que décrit le point O sera une Cycloïde qui est le lieu cherché.

Il est facile à voir par ce qui a été démontré de l'angle droit, & par la generation de cette Cycloïde, qu'elle est toujours raccourcie, soit que l'angle proposé soit obtus ou aigu ; puisque la corde AK étant égale à l'arc PEF du cercle generateur, elle sera toujours plus grande que la corde semblable PF qui soutient l'angle PEF , & par conséquent le cercle generateur du lieu KOA sera toujours plus grand que le cercle generateur de la Cycloïde proposée ; & le mouvement du point O sur son cercle par des arcs en même raison que celui du point A sur ZD , qui est celui du point L par des arcs semblables à celui du point O , sera plus grand que celui du point A sur ZD , ou que celui du centre T du cercle KVA sur Td parallèle à ZD , ce qui fait la Cycloïde raccourcie ; car dans la simple ces deux mouvemens sont égaux.

On démontrera aussi que la Cycloïde du lieu doit toucher la Cycloïde proposée & répétée dans un point qui sera formé par le point l , qui est la rencontre des deux cercles generateurs, & où se rencontrent les deux points décrivans, & la corde Al sera la touchante commune des deux Cycloïdes, comme pour l'angle droit.

Il ne me reste plus qu'à démontrer que le cercle generateur du lieu ne rencontrera jamais la base XM de la Cycloïde proposée, quelque angle que les touchantes puissent faire, & qu'il s'en approchera de plus en plus à proportion que l'angle proposé sera plus obtus; car lorsqu'il vient égal à deux droits, la Cycloïde du lieu se confond avec la Cycloïde proposée, & les cercles generateurs sont les mêmes.

Par la construction on voit que le diamètre Vv du generateur du lieu, aura même raison au diamètre EN du generateur de la Cycloïde proposée, que la corde KA ou l'arc PEF à la corde FP , ce qui sera aussi comme les rayons des cercles TV à CE .

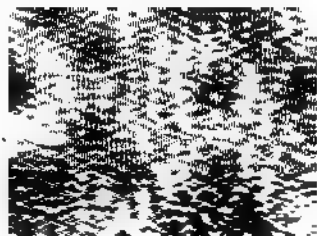


Mais si le diametre Vv du cercle generateur du lieu, est posé sur l'axe NE de la Cycloïde, & si la corde FP dans le generateur de la Cycloïde soutient en E l'angle proposé, on aura toujours pour tous les angles la partie

EA égale à l'arc EP . Si l'on mene donc NP prolongée jusqu'à ED en p , je dis que Ep sera toujours plus grande que EA , ce que j'ai démontré dans le troisieme Lemme de mon Traité des Epicycloïdes page 16, en considérant la ligne ED comme un cercle infini, & par conséquent la ligne Nv parallèle à NP ou perpendiculaire à AO qui est parallèle à PE , donnera toujours le point v sur EN non prolongée, pour l'extrémité du diamètre du cercle $POAO$ generateur du lieu.

Il s'ensuit donc de là que le commencement de la Cycloïde du lieu sera toujours sur la ligne parallèle à ED , laquelle passera par le point v , & dans le point où elle rencontrera la ligne DM ; & comme le diamètre du generateur du lieu est donné, on pourra décrire ce lieu.

J'ai démontré dans mon Traité des Sections Coniques *in-folio*, quel étoit le lieu qui étoit formé par les sommets des angles droits que faisoient les touchantes des trois Sections Coniques, & celui des angles aigus & obtus de la Parabole; & j'avois seulement averti qu'on trouveroit celui des angles aigus ou obtus de l'Ellipse & de l'hyperbole en se servant de la même methode; mais au mois de May 1694, j'ai lu dans l'Assemblée de l'Academie une démonstration generale de tous ces lieux, laquelle je donne ici à cause qu'elle n'a point été imprimée, & qu'elle est entièrement différente de la première.



C O N S T R U C T I O N
G E N E R A L E

*Des lieux où sont les sommets de tous les angles égaux
droits, aigus ou obtus, qui sont formés par les
Touchantes des Sections Coniques.*

PAR M. DE LA HIRE.

A

1704.
2. Août.

LE cercle $SBDH$ étant donné, & la position de la
ligne droite EFN par rapport au cercle, & ayant
pris deux points EM tels qu'on voudra sur cette ligne,
d'où l'on mène les touchantes EBA , MHA au cercle,

lesquelles se rencontrent en A , on cherche la position du point A .

Du point A soit la perpendiculaire AI sur le diamètre ICD du cercle donné, & que ce diamètre ICD soit perpendiculaire à la ligne donnée EN , laquelle il rencontre en G .

Soit le rayon du cercle CB ou $CS = r$. $CI = y$. $IA = x$. $CG = d$.

A cause des touchantes AB , AH , & du diamètre AC & de sa rencontre P avec BH qui joint les points touchants, on aura CP , CQ , CA continuellement proportionnelles; mais $CA = \sqrt{yy + xx}$, donc $CP = \frac{rr}{\sqrt{yy + xx}}$.

On connoît par les propositions du premier Livre de mes Sections Coniques *in folio*, que toutes les lignes comme BH qui joignent les points touchants des touchantes qui sont menées de chaque point de la ligne AI , passeront par le point T du diamètre IC , en sorte que les points $DTSI$ diviseront la ligne ID harmoniquement; & par conséquent CT , CS , CI seront trois lignes en proportion continuë: c'est pourquoy $CT = \frac{rr}{y}$.

Maintenant à cause des angles droits CIA , CBA , on aura $AB = \sqrt{yy + xx - rr} = AH$.

On aura aussi $CI | IA || CP | PT = \frac{xrr}{y\sqrt{yy + xx}}$.

Mais pour abréger soit posé $zz = yy + xx$.

On aura donc le quarré de BP égal au quarré de CB moins le quarré de CP , ce qui est $\sqrt{rr - \frac{r^2}{zz}}$, ou bien $BP = \frac{r}{z} \sqrt{zz - rr}$.

Et par conséquent $BT = \frac{r}{z} \sqrt{zz - rr} - \frac{xrr}{yz}$, ou bien $\frac{r}{z} \times \sqrt{zz - rr} - \frac{rx}{y}$.

A cause des triangles semblables CTP , BTB , on a $CT | BT || CP | BR$, ce qui est en termes analytiques $\frac{rr}{y} | \frac{r}{z} \times \sqrt{zz - rr} - \frac{rx}{y} || \frac{rr}{z} | \frac{r}{z} \times \sqrt{zz - rr} - \frac{rx}{y} = BR$, ce

qui se réduit à $\frac{rz}{zz} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}} = BR$.

Mais aussi $CT \parallel PT \parallel BT \parallel TR$, ce qui est en termes analytiques $\frac{rz}{j} \parallel \frac{rs}{jz}$, ou bien $z \parallel x \parallel \frac{r}{z} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}}$
 $\frac{rs}{zz} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}} = TR$.

De plus à cause des triangles semblables BRC , AOE , on a $BR \parallel CR \parallel AO$ ou $IG \parallel OE$, ce qui est en termes analytiques $\frac{rz}{zz} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}} \parallel \frac{rr}{j} + \frac{rs}{zz} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}}$, ou bien ayant divisé par $\sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}}$, on réduit ce premier rapport à $\frac{rz}{zz} \parallel \frac{rr}{j\sqrt{zz-rr-rs}} + \frac{rs}{zz}$; ou bien multipliant par zz , & divisant par ry , on a $1 \parallel \frac{rz}{jy\sqrt{zz-rr-rs}} + \frac{x}{j}$
 $y + d \parallel \frac{jrz + drzz}{jy\sqrt{zz-rr-rs}} + \frac{jx + dx}{j} = OE$, & delà on tirera la valeur de $GE \frac{jrz + drzz}{jy\sqrt{zz-rr-rs}} + \frac{xd}{j} = GE$.

Maintenant si du point H on mène HK perpendiculaire à IG & qui coupe CA en X , on aura les triangles semblables HKT , CPT , & par conséquent $CT \parallel PT \parallel HT \parallel TK$, ce qui est $z \parallel x \parallel \frac{r}{z} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}} \parallel \frac{rs}{zz} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}} = TK$.

Mais aussi on aura $CT \parallel CP \parallel HT \parallel HK$, ce qui est $\frac{rz}{j} \parallel \frac{rs}{jz}$ ou bien $z \parallel y \parallel \frac{r}{z} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}} \parallel \frac{rs}{zz} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}} = HK$.

Et à cause des triangles semblables CHK , MAO , on a $HK \parallel CK = CT - TK \parallel AO \parallel OM$, ce qui est $\frac{rz}{zz} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}} \parallel \frac{rr}{j} - \frac{rs}{zz} \times \sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}}$, ou bien en divisant ce rapport par $\sqrt{\frac{zz-rr-rs}{j}}$, & le divisant encore par ry , & multipliant ensuite par zz , on aura $1 \parallel \frac{rz}{jy\sqrt{zz-rr-rs}} - \frac{x}{j} \parallel y + d \parallel \frac{jrz + drzz}{jy\sqrt{zz-rr-rs}} - \frac{jx - dx}{j} = OM$.

& si l'on ajoute à OM , $GO = x$, on aura $\frac{3rzz + dzz}{2\sqrt{zz - rr + rnz}}$
 $-\frac{dx}{2} = GM$.

On a fait toute l'opération précédente pour trouver les valeurs de GE & de GM : mais il faut remarquer que si la ligne EFN passoit au dedans du cercle, ou si elle le touchoit, il y auroit quelque changement dans les valeurs trouvées & dans les signes, comme aussi suivant les différentes positions des points EM par rapport à IG ; mais ces cas differens ne changent pas l'opération ni les dimensions des inconnues.

Maintenant si l'on fait un produit de GE par GM , & qu'on le pose $= pp$, on aura une équation qui se réduira à $3yrrzz + 2ydrzz + ddrzz - 2xxrrdz - xxdrr - xxdyy = ppy^2 - ppryy$.

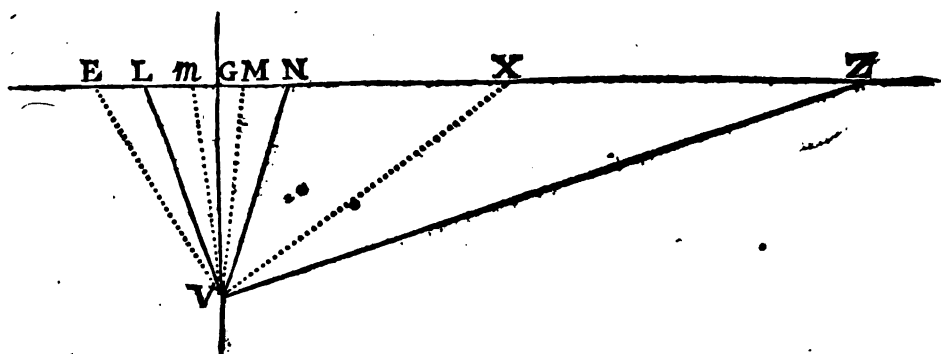
Et si l'on restitue la valeur de $xz = yy - xx$, on aura enfin $\frac{rrrs - ddx + rryy + 2rrdz + rdd}{yy - rr} = pp$.

Ce qui fait aussi connoître que le produit de GE par GM est égal à la premiere partie de cette équation; car pp a été posée égale à ce produit.

On remarquera que l'on peut encore mener des points M & E deux autres touchantes au cercle, lesquelles par leur rencontre donneront un point semblable au point A de l'autre côté du cercle pour lequel on aura la même valeur que celle qu'on vient de trouver, & l'on tirera de ces touchantes & de leurs rencontres, les propriétés qui sont expliquées dans le premier & le second Livre de mes Sections Coniques.

Mais comme on peut trouver sur EN une infinité de points comme EM , en sorte que le produit des GE par GM soit toujours égal à une même quantité que j'ai appelée pp , & qui sera déterminée; on aura aussi une infinité de points comme A , lesquels formeront un lieu dont l'équation vient d'être trouvée, & ce lieu sera une des Sections Coniques ou une ligne droite, puisque les dimensions des inconnues n'y surpassent pas le plan.

LEMME.



Soit la ligne droite EZ & GV qui lui soit perpendiculaire en G ; soit aussi l'angle LVN tel qu'on voudra dont le sommet est en V , & que cet angle soit coupé en deux également par VG ; & par conséquent GL est égale à GN .

Du point V ayant mené VZ perpendiculaire à VL qui rencontre EZ en Z , & soit coupé LZ en deux parties égales entr'elles au point X .

Soit aussi du point V les lignes VE , VM , qui fassent l'angle EVN égal à l'angle LVN ; si le point M tombe au-delà de G vers Z , on portera la grandeur GM en Gm , d'où il est évident que l'angle LVm sera égal à l'angle LVE ; & par les propositions du premier Livre de mes Sections Coniques , la ligne ZE sera coupée harmoniquement aux points $ELmZ$, & les lignes Xm , XL , XE seront en proportion continuë ; d'où il suit que le carré de XL sera égal au rectangle des parties Xm , XE .

Ce sera la même chose pour tous les angles égaux à l'angle LVN , dont les sommets seront en V ; car le carré de XL demeurera toujours le même pour toutes les différentes parties Xm , XE .

Il s'ensuit de là que si l'angle proposé LVN étoit droit , le point Z tomberoit en N , & le point X en G ; en sorte que XL seroit égale à GV . Mais de quelque grandeur que soit l'angle LVN ou aigu ou obtus , XL sera toujours

jours plus grande que GV , puisque le point X seroit le centre d'un cercle qui passeroit en V , & dont le diametre seroit ZL , à cause de l'angle droit ZVL ; mais XV égale à XL , & qui est l'hypothénuse du triangle rectangle XGV , sera toujours plus grande que le côté GV ; car dans le cas de l'angle aigu ou obtus, le point X sera toujours hors du point G .

Il s'ensuit aussi que le même point X servira pour les angles obtus & aigus, dont les uns sont les supplémens des autres. Car LVG étant la moitié de l'angle aigu proposé, on aura à cause de l'angle droit LVZ , l'angle GVZ qui sera la moitié de l'angle obtus complément de l'angle LVG . C'est-pourquoy VZ est perpendiculaire au côté VZ , comme VZ est perpendiculaire au côté VL , & la même ligne ZL sert pour ces deux angles & par conséquent le point X leur sera aussi commun.

On doit remarquer que dans les différentes positions de l'angle proposé autour du point V , si l'une de ses jambes est parallèle à la ligne EZ , l'autre jambe VM tombera au point X , & le rectangle de XM infiniment petite par XE infiniment grande, quoique ce ne soient que des quantités imaginaires, doit être considéré égal au carré de XL qui est une quantité déterminée. Ces sortes de cas & d'autres semblables ne changent rien aux démonstrations que nous venons de donner.

Applications aux Sections Coniques.

Que le cercle $SBDH$ soit la base d'un cone, & que la ligne EFN soit *Directrice* de la section de ce cone, c'est-à-dire, la rencontre du plan de la base avec le plan par le sommet du cone, lequel est parallèle au plan de la section. C'est le nom que j'ai donné à cette ligne dans mon *Traité des Sections Coniques*. Enfin que le sommet du cone droit ou oblique soit placé dans un plan perpendiculaire à la base, lequel il rencontre dans la ligne ICG , qui est perpendiculaire à la *Directrice*, & qui passe par le centre de la

base Soit aussi imaginé que le plan par le sommet du cone EVN soit couché sur la base pour s'en servir aux demonstrations suivantes, la directrice demeurant commune à la base & à ce plan, en sorte que le point V soit le sommet du cone, & la ligne GV la distance du sommet V au point G de la Directrice.

Mais si le même sommet V du cone est aussi le sommet d'une autre espece de cone ou pyramide qui ait pour base le lieu des points A , il s'ensuit par ce que j'ai démontré dans mes Sections Coniques que la section de cette pyramide sera une courbe de la même nature que celle de la base, ce qui est facile à démontrer; car la section étant faite sur un plan perpendiculaire au plan par le sommet & par ICG , la courbe de la section aura pour axe la rencontre de ce plan aussi bien que la Section Conique, ce qui suit de la position de la Directrice.

J'ai démontré dans mon Traité des Sections Coniques, que l'angle que font deux touchantes de la section, est toujours égal à celui qui est fait sur le plan par le sommet, par les verticales ou les lignes menées du sommet aux points de la Directrice, où les touchantes du cercle qui forment les touchantes de la section rencontrent la Directrice, comme dans la Figure, les touchantes de la section formées par les touchantes du cercle EB , MH , feront un angle égal à l'angle EFM . Et si tous les points, comme E & M , sont placés sur la Directrice, en sorte que les angles EFM soient toujours égaux entr'eux; aussi les angles des touchantes de la section formées par les angles EAM seront tous égaux entr'eux, & par conséquent la ligne formée sur le plan de la section par le lieu des points A de la base, sera le lieu de tous les angles égaux à l'angle EFM .

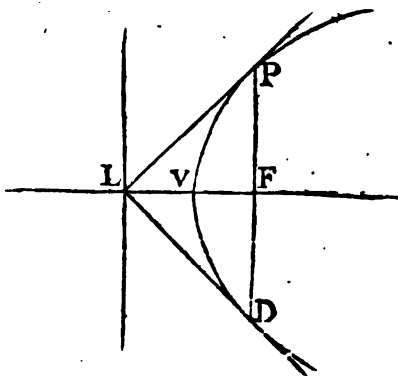
Pour les Angles droits.

Par le Lemme tous les points comme EM de la Directrice, qui sont donnés par des angles droits autour du

sommet V , feront que les rectangles des GE par les GM , seront chacun égaux au quarré de GV ; & par conséquent l'équation qu'on a trouvé d'abord servira pour tous les angles droits en posant $p = GV$.

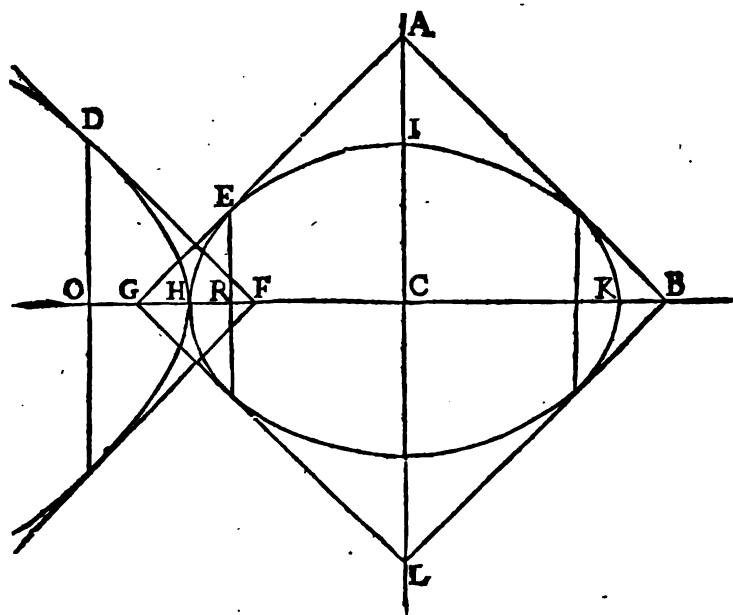
1°. Si la directrice touche le cercle de la base, ce qui donne la parabole sur la section, alors CG sera égale à CD , & dans l'équation en substituant $r = CD$ à la place de d , on la réduit à $rryy + 2r'y + r^2 = ppyy - ppr$, qui est un lieu à la ligne droite, où les x deviennent infinies. Mais ce lieu sur la base étant perpendiculaire à l'axe IG , il sera aussi sur la section perpendiculaire à l'axe de la parabole, & ce sera le lieu des angles droits faits par les touchantes de la parabole.

Pour ce qui est de la position de cette ligne sur la section, soit l'axe LF de la parabole PVD , & que ses touchantes qui viennent du point L de l'axe, fassent un angle droit PLD dans ce point L , & par conséquent PD qui joint les points touchants PD , sera perpendiculaire à l'axe, & l'angle PLF étant demi-droit, l'angle LPF sera aussi demi-droit; c'est pourquoy



FP & PL seront égales. Mais j'ai démontré dans le Livre des foyers de mes Sections Coniques, que si l'angle PLF que fait une touchante de la parabole avec l'axe est demi-droit, l'ordonnée PF passera par le foyer F ; c'est pourquoy le point L par où passe le lieu, & qui est autant éloigné du sommet V de la parabole, qu'en est le foyer F , en sera éloigné de la quantité du quart de parametre de l'axe.

2°. Puisque dans l'équation du lieu des points A qu'on a trouvé d'abord, on a supposé le produit des GE par les GM toujours égal au quarré des GV , & que ce lieu est une des Sections Coniques, aussi le lieu qu'il formera sur



le plan de la section par toutes les lignes menées du sommet V du cône aux points de ce lieu sur la base, sera une section Conique, suivant ce que j'ai démontré de ces sortes de sections dans mon Traité; & par conséquent les points de ce lieu sur le plan de l'Ellipse comme B & G sur l'axe KH donneront des touchantes comme GA , GL qui feront un angle droit en G , & de l'autre côté les touchantes BA , BL feront l'angle droit en B , & les angles AGB , ABG seront chacun un demi-droit, & les parties CB , CG de l'axe seront égales, & enfin la rencontre A des deux touchantes GA , BA sera sur l'autre axe CI , & le triangle GAB sera isoscèle; & par conséquent l'angle A sera aussi droit, ce que l'on peut aussi conclure de la formation des touchantes. Ce point A sera donc un de ceux de lieu, & par conséquent la Section Conique qui est le lieu & qui passe par GAB sera un cercle dont le centre sera le point C qui est aussi celui de l'Ellipse, puisque l'angle à la section en A sur son axe GB est un angle droit.

Ce sera la même démonstration pour les touchantes de l'hyperbole ; car l'équation du lieu sur la base devient la même lorsque la directrice coupe le cercle , les signes étant seulement changés.

Il faut maintenant démontrer quelle est la grandeur du diamètre de ce cercle , ou quel rapport les points G & B peuvent avoir avec l'Ellipse ou avec l'Hyperbole.

Dans l'Ellipse dont les demi-axes sont CH , CI , & la touchante GE en E qui fait l'angle GER demi-droit , l'ordonnée ER sera égale à la soûtangente GR .

A cause de la touchante EG & de l'ordonnée ER , on aura CR , CH , CG en proportion continuë.

Mais soit $CH=r$. $CR=y$. $CI=s$; d'où l'on aura $CG=\frac{r^2}{y}$.

Mais à cause de l'Ellipse on a $rr|ss||rr-yy|\frac{rrss-yyss}{rr-yy} =$ quarré de ER . Et par ce qui a été posé que GR est égale à ER , on a $\frac{r^2}{y}-y$, ou bien $\frac{rr-yy}{y} = \frac{\sqrt{rrss-yyss}}{rr}$; & quarrant $\frac{r^4-2rryy+y^4}{yy} = \frac{rrss-yyss}{rr}$, & divisant par $rr-yy$, on aura $\frac{rr-yy}{yy} = \frac{ss}{rr}$, ou bien $\frac{r^4-rryy}{yy} = ss = CI$ quarré.

Mais le quarré de $CG = \frac{r^4}{yy}$, & le quarré de CG moins le quarré de CH fera $\frac{r^4}{yy} - rr$, ou bien $\frac{r^4-rryy}{yy}$, ce qui vient d'être trouvé égal à CI quarré ; donc le rectangle KG , GH étant égal au quarré de CI , il s'ensuit que le point G est le foyer de l'hyperbole DH , qui a les mêmes axes que l'Ellipse HIK .

Soit maintenant l'hyperbole DH , qui ait les mêmes axes que l'Ellipse HIK dont nous venons de parler ; & soit sa touchante FD , qui fasse avec son axe HK l'angle demi-droit DFO , & par conséquent DO sera égale à FO .

On aura donc de même que dans l'Ellipse CF , CH , CO en proportion continuë, & ayant posé $CO=z$, $CH=r$. $CI=s$, on aura $CF=\frac{r^2}{z}$, & à cause de l'hyperbole $rr|$

$ss \parallel zz - rr \mid \frac{sszz - srrr}{rr} = OD$ quarré. Mais aussi par l'hypothese on a $z - \frac{rr}{z}$, ou bien $\frac{z^2 - rr}{z} = OD$. Donc $\frac{z^2 - 2zrr + r^4}{zz} = \frac{sszz - srrr}{rr}$; & ayant divisé par $zz - rr$, on aura $\frac{zz - rr}{zz} = \frac{ss}{rr}$, ou bien $\frac{zzrr - r^4}{zz} = ss = CI$ quarré.

Mais le quarré de CH moins le quarré de $CF = rr - \frac{r^4}{zz}$, ou bien $= \frac{rrzz - r^4}{zz}$, donc le quarré de CH moins le quarré de CF , ce qui est le rectangle KF, HF , sera égal au quarré de CI ; & par conséquent le point F sera le foyer de l'Ellipse qui a les mêmes axes CH, CI que l'hyperbole, & le lieu de tous les angles droits qui sont faits par les touchantes de l'hyperbole ou des sections opposées, sera le cercle dont le centre est C & le rayon CF .

Pour les Angles aigus ou obtus.

Par le Lemme tous les angles aigus ou obtus autour du sommet V du cone sur le plan vertical ou par le sommet, & qui donnent les points comme EM sur la directrice, donneront les rectangles XE, XM ou Xm qui seront tous égaux ou quarré de XV : c'est pourquoy les valeurs de GE & de GM qu'on a trouvées d'abord, doivent être augmentées chacune de la quantité de XG , qui est toujours la même, & que j'appellerai t , qui est donnée par la nature de l'angle donné, & par conséquent l'équation qu'on a trouvée d'abord doit être changée par l'augmentation de t dans GE & dans Gm avant que d'en faire le produit, & ce produit sera aussi égalé au quarré de XL ou XV , & si l'on retient pour GL ou GN la valeur p , on aura $XV = p + t$: c'est pourquoy le produit XE par XM ou Xm sera $= pp + 2pt + tt$.

Mais pour abreger le calcul on posera $GE = e$, & $GM = i$, on aura l'équation $ti + ti + te + ie = pp + 2pt + tt$, laquelle se réduira à $ti + te + ie = pp + 2pt$.

Maintenant si à la place de *ie* on substituë la valeur qu'on a trouvée d'abord $= pp$, & de même pour *ii* & *se*, qu'on y mette leur valeur, on aura toute l'équation

$$\frac{ry^3r + ryxx + idryy + idrxn}{yy\sqrt{yy+xx-r-r} + rx} + \frac{ry^3 + ryxx + idryy + idrxn}{yy\sqrt{yy+xx-r-r-r}} + \frac{rrxx - ddx + rryy + rrdy + rdd}{yy - rr} = pp + 2pt.$$

Mais cette équation se réduit à $\sqrt{yy+xx-r-r} = \frac{ddxx - rrx - rryy - rrdy - rdd + 2prr - 2prr + ppyy - ppr}{2rrd + 2ry}$,

laquelle étant réduite, en ôtant le signe radical, sera le lieu d'une ligne courbe du second genre, c'est-pourquoy elle formera aussi sur le plan de la section une ligne du second genre. On la pourra facilement construire sur le plan de la base, en la réduisant & en se servant des touchantes du cercle de la base, lesquelles seront menées des points *E* & *M*. Mais dans le cas de la parabole où la directrice touche le cercle de la base, & où les *d* sont égales aux *r*, si dans toute cette équation on substituë *r* à la place de *d*, l'é-

quation se réduira à la suivante $\sqrt{yy+xx-r-r} = \frac{rry - 2r^3 - r^2 + 2prr - 2prr + ppy - ppr}{2rr + 2ry}$; & posant

$v - r = y$, & substituant ses valeurs à la place des valeurs de *y*, on réduira cette équation à $\sqrt{vv - 2vr + xx} = \frac{rvv + 2prv - 4pr + ppv - 2pr}{2r}$, dont chaque partie étant

quarrée donnera un lieu à l'une des Sections Coniques; c'est-pourquoy cette courbe formera aussi sur le plan de la section, une Section Conique qui sera le lieu des angles aigus ou obtus, dont les uns sont supplément des autres; ce qui paroît par ce qui a été démontré dans le Lemme.

Mais comme la directrice de la section parabolique est aussi la directrice de la section du cone du lieu, & que cette directrice coupe le lieu sur la base, comme il est facile à voir par la construction du lieu; car elle touche le cercle base du cone, & par conséquent elle coupe la section conique base du lieu: c'est-pourquoy le lieu sur section sera les hyperboles opposées, dont l'une sera le lieu

OCCULTATION DE JUPITER

PAR LA LUNE

OBSERVÉE EN PLEIN JOUR.

PAR Mrs. CASSINI & MARALDI.

Nous avons trouvé par le calcul que le 27 de Juillet 1704 Jupiter devoit être caché par la Lune, & quoyque ce calcul marquât que l'Eclipse de Jupiter dût arriver de jour, nous ne perdîmes pas l'esperance de la pouvoir observer; parce que dans une pareille Eclipse arrivée l'an 1679, & en diverses rencontres, M. Cassini avoit observé cette Planete bien avant dans le jour, & qu'il y avoit un mois que nous l'observions au meridien même avec une Lunete de deux pieds. Nous nous préparâmes donc à observer cette Eclipse; & pour tirer de ces observations la parallaxe de la Lune, nous prîmes ce jour-là le passage de ces deux Planetes par le meridien, & observâmes à différentes heures du jour la difference d'ascension droite & de declinaison entre la Lune & Jupiter, par le moyen des fils qui se croisent à angles de 45 degrés au foyer de la Lunete, suivant la methode de M. Cassini.

1704.
23 Aoust.

A 1^h 22' 51" après midi le bord Occidental de Jupiter commença de toucher le bord éclairé de la Lune avec une Lunete de 8 pieds.

1 22 57 Le même bord toucha la Lune avec une Lunete de 18 pieds.

1 24 20 Jupiter fut entierement caché par la Lune.

Pour observer la sortie de Jupiter du bord Occidental de la Lune, qui n'étoit pas visible à cause que la Lune étoit en décours, on tenoit toujours la corne Septentrionale

1704.

G g

de la Lune dans l'interfection des quatre fils par le moyen de la machine parallatique; & ayant observé à l'égard de ces fils l'endroit où Jupiter avoit été caché par le bord Oriental de la Lune, nous étions attentifs à pareille distance des fils vers l'Occident où devoit être le bord obscur de la Lune, & d'où devoit sortir Jupiter, que nous apperçûmes seulement lorsqu'il paroissoit à moitié sorti; ce qui arriva à $2^h\ 6' 43''$ après midi, & il sortit entièrement à $2^h\ 7' 29''$. Après ces observations on continua à comparer la Lune avec Jupiter qu'on voyoit distinctement, quoyque sa lumiere ne fût pas aussi vive que celle d'un grand nombre d'étoiles fixes qu'on peut voir commodément pendant le jour avec des Lunetes ordinaires de 3 à 4 pieds. Cependant Jupiter qui au commencement de Juillet ne passoit au meridien que deux heures avant le Soleil, se voyoit mieux que Saturne qui passoit par le même meridien trois heures avant Jupiter; & la lumiere de Saturne étoit encore plus foible que celle de Mercure, que nous avons vû le mois de Juin passé pendant plusieurs jours au meridien même avec une Lunete de 3 pieds lorsqu'il étoit près de sa digression Occidentale; ce que nous avons continué de faire pendant plusieurs jours au mois de Juillet lorsqu'il étoit dans sa digression Orientale.

Après avoir donné part à l'Academie de ces observations de Mercure, qui sont les premières qui lui aient été communiquées, nous l'avons fait sçavoir à plusieurs Astronomes avec lesquels nous avons correspondance, afin qu'ils puissent s'appliquer aussi à ces observations, par le moyen desquelles on reglera plus facilement le mouvement de cette Planete.

Messieurs Manfredi & Stancari ont fait aussi la même observation de Jupiter à Bologne chacun séparément de la maniere qui suit:

pitier commença de toucher le									
bord de la Lune à						M. Manfredi.	M. Stancari.		
						$2^h\ 6' 18''$	$2^h\ 6' 27''$		
Tout Jupiter est caché par la Lune.						$2\ 7\ 48$	$2\ 7\ 39$		

Quoyqu'ils fussent attentifs à l'Emer-
 sion, ils ne pûrent voir Jupiter qu'à 2^h 51' 32" 2^h 51' 38"
 lorsqu'ils jugerent qu'il étoit tout
 sorti de la Lune.

HISTOIRE DU FORMICA-LEO.

PAR M. POUPART.

LÉ Formica-leo est un Insecte qui ressemble assez bien à l'araignée, par ses inclinations, par sa manière de filer, par la figure & par la mollesse de son corps. Il a aussi quelque chose du cloporte, & du premier coup d'œil on le prendroit pour ce petit animal. Il est d'un gris sale, & marqué de points noirs, qui sont comme autant de petites aigrettes qui le font paroître tout armé de piquants comme un porc-épic, quand on le regarde avec la loupe. Son corps est entouré de plusieurs anneaux qui le rendent tout ridé. Il a six pieds, quatre sont attachés à sa poitrine, & deux à une longue avance qu'on peut prendre pour son col. Sa tête est menuë & plate, ses deux cornes sont dures, creuses, longues de deux lignes, un peu plus grosses qu'un cheveu, & crochuës par le bout comme les ongles du chat. Quand on les regarde avec le microscope, elles paroissent à peu près comme les cornes d'un grand escalabré, qu'on appelle cerf-volant. Il y a à chacune de leur base un petit œil noir qui voit fort clair, car l'animal fuit au moindre objet qu'il apperçoit.

1704.

30 Août.

Fig. 1 & 2.

Cet Insecte a été nommé Formica-leo, parce qu'il vit ordinairement des fourmis qui donnent dans ses embuscades : mais cela ne merite pas de le faire nommer un lion, car il n'a que la finesse du renard ; il seroit donc mieux de l'appeller Formica-vulpes.

La sobriété est d'un grand secours à ce petit animal, d'autant qu'il ne vit que de quelques fourmis, ou autres Insectes qui donnent par hazard dans ses pieges. Mais il

n'y en a guere qui lui conviennent mieux que la fourmi, parce que tous les petits animaux qui ont des ailes évitent les surprises, la plupart des autres sont trop gros, ou bien ils ont la peau trop dure pour être percez avec ses cornes.

Voici de quelle maniere il s'y prend pour attraper les Insectes. Il se campe ordinairement sous le pied d'une vieille muraille pour être à couvert de la pluie. Il faut que cet endroit soit garni d'un sable fort menu & bien sec, afin qu'il y puisse faire une fosse ou tremie qui ait la figure de cone concave renversé.

Quand il ne veut creuser qu'une petite fosse, il courbe en bas son derriere qui est fait en pointe, dont il se sert comme d'une espece de soc de charuë, avec lequel il laboure la terre en marchant à reculons & à petites secousses. Lorsqu'il est arrivé à une petite profondeur, il jette le sable fort haut avec sa tête à divers coups, réiterez promptement, & sa tremie se trouve faite.

Mais lorsqu'il veut faire une fosse profonde, il trace d'abord un grand cercle qui est la base du cone ou de la fosse qu'il veut creuser. Il s'enfonce ensuite sous le sable, qu'il jette fort haut avec sa tête à chaque pas qu'il fait toujours à reculons. En descendant il décrit une ligne spirale, qui va finir interieurement à la pointe du cone concave qu'il a formé.

Sa tête est fort propre pour jeter le sable, car elle est plate, & son col fort long quand il ne le retire pas : Ainsi il peut donner de grandes secousses, comme je l'ay vû faire à ceux que j'ay observé, qui jettoient quelquefois à un demi pied de leurs tremies les petits animaux qu'ils avoient succez. Quand la fosse est achevée, il se tient à côté de son fond, & il ne fait paroître que ses deux cornes qu'il écarte dans la pointe de la fosse.

Pendant qu'il est ainsi en embuscade, si quelque fourmi ou autre insecte semblable vient à passer sur le bord de sa fosse, & qu'il fasse ébouler du sable dans le fond, cela avertit le Formica-leo qu'il y a du gibier pour lui.

Alors il jette du sable avec sa tête sur la fourmi pour la faire tomber dans le fond de la fosse entre ses deux cornes, car il ne court jamais après elle. Mais comme cela n'arrive pas toujours du premier coup, & qu'elle s'aperçoit des pièges qu'on lui tend, elle grimpe pour sortir de la fosse, & quelquefois elle retombe à cause de la mobilité du sable; elle veut enfin remonter, mais le Formica-leo qui est toujours à l'aguet, jette encore du sable sur la fourmi. Si elle tombe entre ses cornes il la serre, & les plonge assez avant dans son corps, car il les peut même croiser l'une sur l'autre; il la tire quelquefois sous le sable, & la succe tant qu'il y trouve de l'humeur. Quand il ne reste plus que la peau de la fourmi, il la jette hors de sa tremie, & si elle est démolie, il la raccommode pour une seconde chasse.

Cet animal mourroit plutôt de faim que d'aller chercher sa vie comme font les autres insectes; mais ce n'est pas par lâcheté comme on le pourroit croire qu'il fait cette guerre de renard, il ne la peut faire autrement, parce qu'il ne marche jamais qu'à reculons, & à petites secousses. Il est jour & nuit à l'afus caché sous le sable dans le fond de la fosse; parceque ne pouvant chercher son gibier, il faut que le hazard le lui amène, ce qui arrive rarement; ainsi il est obligé de faire avec le tems, ce que la nature ne lui permet pas de faire par la course.

Mais il semble pour les raisons que je vais apporter, que toutes ces ruses sont inutiles pour la subsistance de ce petit animal, qu'on diroit n'attraper les insectes que par inclination, & pour s'en divertir comme fait le chasseur qui ne va à la chasse que pour son plaisir.

1°. Il ne serre jamais les insectes qu'avec l'extrémité de ses cornes, qui semblent n'être point percées par le bout; ainsi il est difficile de se persuader qu'il attire le suc de ces petits animaux par cet endroit.

2°. Quand on le regarde avec la loupe, on n'apperçoit point qu'il allonge un aiguillon pour sucer les petits animaux qu'il attrape, comme font plusieurs insectes, & l'on

voit toujours une distance considerable entre sa tête, & l'animal qu'il tient avec la pointe de ses cornes.

3°. L'on a mis plusieurs Formica-leo dans une boîte qu'on a fermée exactement pendant six mois, de-peur qu'il ne tombât quelques insectes dans leurs fosses; cependant ils ont vécu comme ceux à qui l'on a donné des mouches, & ils ont fait leurs tremies, & les changemens dont on parlera dans la suite: ce qui pourroit faire croire que le Formica-leo peut vivre sans recevoir de nourriture.

Mais quand on considere que ses cornes croissent après qu'on les a coupées; qu'il devient plus petit quand il ne prend point d'aliment; qu'après avoir seulement attrapé un insecte, il paroît beaucoup plus gros qu'il n'étoit, & qu'ayant succé une mouche pendant deux ou trois heures, elle devient sèche à se réduire en poudre en la froissant entre les doigts; l'on est persuadé que quoyqu'il puisse vivre sans qu'on s'apperçoive par quel endroit il tire sa nourriture, il ne laisse pas d'en recevoir.

Je croy donc qu'on pourroit regarder les cornes du Formica-leo comme deux seringues avec lesquelles il pompe le suc des animaux. En effet je les ay considérées avec un microscope à liqueurs qui grossit extrêmement les objets, & j'ay apperçu un corps transparent & membraneux, qui va tout du long de la cavité de la corne, qui pourroit bien être le piston de la seringue.

Quand le Formica-leo est parvenu à un certain âge, & qu'il veut se renouveler afin de paroître sous une autre forme; alors il ne fait plus de tremies, mais il laboure le sable, sur lequel on ne voit plus que des traces, & des routes fort irrégulieres.

Après qu'il a long-tems labouré, il s'arrête sous le sable où il fait une boule creuse dans laquelle il se renferme pour changer de forme. Cette boule est faite de soye, de cole & de sable, le tout mêlé ensemble. Il file la soye, avec son derriere à peu près comme fait l'araignée: la cole sort de toutes les parties de son corps, & il prend le sable dans le lieu où il fait sa retraite.

Fig. 5.

Pour faire cette boule il tourne insensiblement en rond comme sur un centre, en portant son derriere à droit & à gauche qu'il fait toucher au sable pour y attacher la soye, soit qu'elle s'embarrasse aux inégalitez des grains de sable, soit qu'elle s'y cole avec la matiere gluante dont elle peut être empreinte. De quelque maniere que la chose arrive, les grains de sable sont si bien attachez à la soye, qu'il est assez difficile de les en separer, même en la secouant très-fort tandis que l'ouvrage est encore tout molasse, ou bien en la frotant avec les doigts.

Cette soye est incomparablement plus fine que la soye ordinaire, puisqu'on ne la peut guerre appercevoir qu'avec le secours du microscope. Pour la bien voir il faut detacher l'ouvrage de ces petits animaux avant qu'il soit entierement achevé ; on le trouvera mou comme du coton, parcequ'il n'a pas encore été endurci par la cole qui ne sort que fort lentement du corps de l'animal : on levera cette soye en l'air avec la pointe d'une aiguille, & l'on verra de l'espace entre les grains de sable qui sont suspendus, sans qu'on puisse appercevoir la soye à moins de se servir d'une loupe, tant il est vrai que cette soye est fine.

Il est impossible sans quelque artifice de voir comme ces petits animaux filent leur soye, & comme ils bâtissent leurs loges, parce qu'ils travaillent toujours sous le sable. Il faut pour cela leur ôter plusieurs fois leur ouvrages avant qu'ils soient achevez, ils les recommenceront, & à la fin ces petits animaux deviendront si foibles qu'ils n'auront plus la force de se cacher sous le sable comme il ont accoutumé de faire, & alors on leur verra filer lentement leur soye avec le derriere sur la superficie du sable, de la maniere que j'ay déjà fait remarquer.

Après que le Formica-leo a long-temps travaillé, il se trouve au milieu d'une grosse boule molle, qui n'est encore faite que de soye & de sable mêlez ensemble. Cette boule s'endurcit peu à peu en s'humectant de la viscosité qui sort du corps de l'animal, laquelle penetre cette loge de tous côtez.

Ce qui m'assura principalement qu'il transfudoit une humeur gluante du corps de ces petits animaux, c'est qu'il s'attacha plusieurs grains de sable sur le col d'un de mes Formica-leo, qui formerent un petit rocher assez dur. Pendant qu'il eut cette masse sur le col il ne fit plus de tremie, parce que ce fardeau lui empêchoit le mouvement de la tête. Je cassay ce petit rocher avec des pinces, aussitôt le Formica-leo fit sa tremie, & quelque temps après il travailla à former sa loge.

Quand le Formica-leo est renfermé dans sa maisonnette, il la drape par dedans avec la soye qu'il file. Cette soye ne se mêlant plus avec le sable, il se forme un tissu fort serré, qui ressemble à un petit satin couleur de perle, dans lequel l'animal reste en repos la tête entre les jambes. On pourroit croire d'abord que ce satin est une colesèche qui s'est détachée du corps de l'animal; mais si cela étoit, on la casseroit aisément quand on la plie, ce qui n'arrive point, & il ne seroit pas flexible comme il est. D'ailleurs cette petite étoffe est continuë à la loge, du moins elle y est si bien attachée qu'on ne l'en peut séparer sans détruire la boule. J'ay mis ce satin dans de l'eau pendant quelques jours, il ne s'est point fondu comme il sembleroit qu'il devoit faire de la cole, mais il a perdu sa belle couleur; ce qui persuade que le peu de cole qui s'étoit mêlée avec la soye & qui lui donnoit peut-être cette belle couleur s'est fondu, & que l'étoffe est restée toute seule. Ce petit satin ressemble un peu à celui que font certaines araignées sur les feuilles des arbres, qui leur sert de loge ou de nid pour faire leurs œufs, mais il est plus épais que celui de ces araignées.

Pour marquer que le Formica-leo ne travaille à draper sa maisonnette par dedans qu'après qu'elle est achevée, c'est que si on l'ouvre avant qu'elle soit endurcie, on ne la verra point tapissée du satin dont on a parlé.

Mes Formica-leo resterent dans leurs loges pendant six semaines ou deux mois avant que de se changer en vermineux; mais le temps qu'ils y restent n'est point fixé. Ils

avoient

avoient la tête entre les jambes afin de s'arrondir autant qu'ils pouvoient pour occuper moins de place, & s'accommoder à la figure concave de leurs petites boules.

Quand il fut temps de changer de figure, ils commencerent à se dépouiller de leur première peau, à laquelle leurs cornes, leurs yeux & leur poils restèrent attachés. Cette peau ressembloit pour lors à un petit peloton ratiné, blanchâtre par dedans, qui avoit une ouverture tout au long du ventre par laquelle étoit sortie un insecte dont on va parler.

Après que le *Formica-leo* a quitté sa peau, il paroît FIG. 6. 7. & 8. sous la forme d'un vermisseau qui a environ trois lignes de long, quatre aîles membraneuses, six pieds, deux grosses cornes ou antennes moles & creuses, deux yeux noirs, & deux tenailles en forme de scie qui lui servent de dents. Ce vermisseau reste encore quelque temps dans sa petite retraite avant que de paroître sous une nouvelle forme; mais on ne peut sçavoir le temps qu'il y demeure, parce que le *Formica-leo* dont il sort est caché dans sa loge quand il se métamorphose en ver.

Lorsque le vermisseau veut sortir de sa maisonnette pour se métamorphoser, il y fait un petit trou rond avec ses dents qui ressemblent assez bien à celles des sauterelles. Cependant le trou qu'il y fait ne paroît pas rond, parce que la piece y demeure ordinairement attachée par un côté, ce qui rend le passage si étroit, que la FIG. 9. moitié du vermisseau reste dans la loge, & l'autre moitié dehors. En cet état le vermisseau n'est plus vivant, ce n'est qu'un fourreau membraneux & transparent, qui a des cornes ou antennes, des yeux, & des dents, des aîles, des pieds, &c. qui sont les étuis de semblables parties d'une belle mouche qu'on appelle Demoiselle, qui est sortie de ce fourreau par une crevasse qui s'est fait sur son dos proche de sa tête. Cette mouche a quinze ou seize lignes de long, mais ses aîles n'en ont d'abord que deux; parce qu'ayant été emboîtées en des étuis qui n'ont aussi que deux lignes, elles en ont pris la figure & la grandeur. Elles

FIG 10.

sont humides & plissées de plusieurs plis qui se dévelopent en deux minutes de temps, & deviennent plus longues que son corps. Lorsque la Demoiselle est sortie de son fourreau, elle reste quelque temps sur ses pieds sans mouvement pour dessécher les aîles afin de prendre la volée, & jouir d'une vie plus heureuse que celle qu'elle menoit sous la peau du pauvre Formica-leo.

Tandis que la Demoiselle est renfermée dans son vermisséau, elle ne peut avoir que trois lignes de long, parce qu'il n'a lui même que cette grandeur : mais aussi-tôt qu'elle en est sortie, elle s'allonge de plus de quinze lignes. Ce déployement subit vient de ce que pendant que la Demoiselle est encore dans son fourreau, elle est raccourcie & pliée comme un courcaillet qu'on presseroit par les deux bours. Mais aussi-tôt qu'elle en est sortie, elle s'étend de toute sa grandeur, comme une éponge qu'on serre entre les doigts, qui reprend sa grosseur quand on ne la presse plus.

En l'année 1703 les Formica-leo que j'avois observé ne changerent point en Demoiselles ; cette métamorphose n'arriva que l'année suivante. Cela me fait croire que ces petits animaux ne changent pas dès la première année, & qu'il leur faut un certain âge avant que de se métamorphoser.

FIG. II.

Après que la Demoiselle est sortie, si l'on ouvre la maisonnette où s'étoit renfermé le Formica-leo, on verra comme nous avons dit qu'elle est tapissée d'un petit satin poli & couleur de perle. On y trouvera la peau du Formica-leo qui est ce petit peloton ratatiné, aplati & hérissé de poils dont on a déjà parlé. On y remarquera aussi le fourreau membraneux qui enveloppoit immédiatement la Demoiselle. Mais ce qu'il y a de singulier, c'est qu'on y trouve quelquefois un œuf que la mouche y fait avant que d'en sortir. Cet œuf a deux lignes de long, une d'épaisseur, & ressemble un peu à un petit gland allongé. Sa coquille est dure, & toute semblable à celle des œufs des poules. La substance qu'il contient n'est pas fluide, & j'ay

remarqué que l'œuf changeoit de couleur en differens temps. J'ay exposé un de ces œufs pendant quelque jours aux grandes chaleurs du Soleil, la matiere qu'il renfermoit est devenuë dure & noire comme de l'encre.

Il semble que ces petites Demoiselles ne sont qu'un œuf, car on n'en a trouvé qu'un dans le corps de quelques-unes qu'on a ouvertes: un seul qu'une autre avoit déposé dans sa loge avant que d'en sortir, & une Demoiselle étant montée en haut de la boîte dans laquelle on l'avoit renfermée, quelques heures après elle fit aussi un œuf. Cependant il n'y a pas d'apparence que chacune de ces Demoiselles ne fassent qu'un œuf, parcequ'il s'en trouve toujours quelques-uns qui ne sont pas féconds, & quelques autres produisent des mâles, d'où il est aisé de conclure que peu à peu l'espece auroit entierement manqué.

On peut voir par la précipitation avec laquelle ces Demoiselles font leurs œufs, qu'elles n'attendent pas toujours les approches du mâle pour les déposer. C'est peut-être à cause de la rareté de ces accouplemens que les Formica-leo & les petites Demoiselles qui en sortent sont assez rares.

Les petites boules dans lesquelles se renferment les Formica-leo sont absolument necessaires pour la naissance des Demoiselles; car j'en ay rompu quelques-unes pour mettre le Formica-leo à nud sur le sable dans le temps qu'ils étoient prêts de se metamorphoser, ils n'ont pas laissé de se dépouiller de leur peau; mais les Demoiselles n'ont pû sortir des vermisseaux dans lesquels elles étoient renfermées, quoyqu'elles ayent vécu fort long-temps après, & fait plusieurs mouvemens pour en sortir. Un des principaux usages de cette boule, c'est que par son moyen la Demoiselle se dépouille du vermisseau dans lequel elle est renfermée, passant avec difficulté par le petit trou que le même vermisseau y fait avec les dents.

Il faut remarquer que les différentes Demoiselles qu'on voit voltiger durant l'esté le long des ruisseaux & autour des buissons ne sortent pas toutes de ce petit animal. Cel-

les qui en viennent ont deux antennes qui sont menuës proche la tête, & vont en grossissant jusqu'au bout. Elles ont deux gros yeux aux côtez de la tête, & n'en ont point dessus comme les autres especes de Demoiselles. Leur ventre n'est point canelé tout du long comme il arrive aux autres, & le bout de leur queue est herissé de poils. Leurs aîles sont d'un blanc cendré marquées de quelques points noirs, & ne sont bigarées d'aucunes vives couleurs. Ainsi il y a de l'apparence que les belles mouches que la variété des couleurs a fait nommer Demoiselles, aussi bien que toutes leurs différentes especes ont une autre origine.

Il y a deux autres belles especes de grandes Demoiselles, dont l'origine est bien différente de celles dont nous venons de parler. Elles viennent de deux animaux aquatiques qui ne ressemblent point au *Formica-leo*.

Nous ferons voir quelque jour que les animaux d'où sortent ces grandes especes de Demoiselles sont de véritables poissons; car nous avons remarqué leurs ossements, & nous les avons fait dessiner par avance à la Figure 14. & 15. & les animaux tous entiers à la Figure 12. 13. & 16.

EXPLICATION DES FIGURES.

1. Cette Figure représente le Formica-leo dessiné trois fois aussi grand que nature, pour faire voir comme il est herissé de piquans. Il n'y a rien de plus naturel que ce dessein.

2. Le dessous du Formica-leo.

3. La tête & le col du Formica-leo. séparez de la poitrine, & dessinez beaucoup plus grands que nature, afin qu'on puisse voir distinctement les plus petites parties:

4. La fosse ou tremie que le Formica-leo a faite pour y faire tomber les insectes. Il est caché au fond, où il ne fait paroître que ses cornes, qu'il tient écartées pour être tout prêt à saisir les petits animaux.

5. La loge dans laquelle le Formica-leo s'est renfermé pour changer de forme.

6. Vermisseau qui paroît après que le Formica-leo a quitté sa peau, dans lequel la Demoiselle (10) est renfermée.

7. Cette Figure représente le Vermisseau (6) dessiné beaucoup plus grand que nature, afin qu'on puisse voir distinctement ses yeux, ses pieds, ses aîles, qui sont des fourreaux dans lesquels les mêmes parties de la Demoiselle sont renfermées.

8. Cette Figure grotesque qu'on a dessinée beaucoup plus grande que nature, est le Vermisseau qu'on a représenté à la Figure 6 & 7, en la situation où il est dans sa loge. Il a le dos courbé, afin de s'accommoder à la figure de sa loge, & d'occuper moins de place.

9. La boule ou loge du Formica-leo avec le Vermisseau marqué 6, qui est partie dedans & partie dehors, dont la Demoiselle (10) est sortie par une crevasse qui s'est faite sur le dos du Vermisseau.

10. Cette Figure représente la Demoiselle qui est sortie du Vermisseau 6, ou 7, ou 8. Il semble que ce dessein vole, & que c'est un corps aérien tant il paroît léger.

H h iij

11. Les œufs que les Demoiselles font presque aussi-tôt qu'elles sont sorties de leurs petites loges ou boules.

12. Animal aquatique, d'où sort une grande espece de Demoiselle ; autre que celle qui vient du Formica-leo. Ce petit animal est un veritable poisson.

13. Le dessous de l'animal aquatique representé à la Figure 12.

14. Maniere de masque qui couvre la tête de l'animal aquatique marqué 12, qui sont ses ouïes vûës par dehors.

15. Masque qui couvre le devant de la tête de l'animal aquatique marqué 12, qui sont ses ouïes vûës par dedans.

16. Autre animal aquatique un peu différent du précédent, d'où sort une grande espece de Demoiselle bigarée de belles couleurs. On diroit que ces trois petits animaux seroient vivans.

OBSERVATIONS

De la conjonction de Jupiter avec la Lune, au matin du 24 Aoust 1704 à l'Observatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

1704.
6 Septem-
bre.

Jupiter étant proche de sa conjonction avec la Lune, nous l'observâmes avec le micrometre appliqué à la Lunette de 7 piéds.

Nous trouvâmes qu'à 1^h 55' 50" il étoit éloigné de la ligne qui passoit par le centre & par les cornes de la Lune de 32'.

A 2^h 11' 56" son éloignement à la même ligne étoit de 25' 20".

A 2^h 25' il n'étoit plus éloigné de la même ligne que de 18' 20".

A 2^h 32' la distance entre le centre de Jupiter & la ligne qui touchoit la Lune, & qui étoit perpendiculaire à celle qui passoit par les cornes 2' 14".

A $2^h 36' 25''$ le centre de Jupiter étoit dans la ligne touchante de la Lune, laquelle étoit parallèle à celle qui passoit par les cornes.

A $2^h 53' 0''$ le centre de Jupiter étoit dans la touchante de la Lune, laquelle étoit perpendiculaire à celle qui passoit par les cornes.

A $3^h 10' 6''$ le centre de Jupiter étoit dans la ligne qui passoit par les cornes & par le centre de la Lune. Cette ligne a été déterminée exactement par le moyen de deux filiers du micrometre qui étoient éloignés l'un de l'autre de la distance du demi diamètre de la Lune, & par le moyen des cornes visibles. La distance du centre de Jupiter à la corne australe étoit alors de $1' 54''$, & c'a été le vrai tems de la conjonction apparente de ces deux astres.

Nous avons aussi observé le diamètre de Jupiter de $41''$ avec le micrometre appliqué à une Lunette de 16 piés.

Nous trouvâmes aussi le diamètre de la Lune à la hauteur de 28° à peu près, & à 2^h de $30' 5''$

CONJONCTION DE JUPITER

AVEC LA LUNE

Observée le 24 Aoust 1704.

PAR Mrs. CASSINI ET MARALDI.

A Près l'occultation de Jupiter par la Lune arrivé le 17⁰⁴ 27 Juillet, nous avons observé la conjonction de la même Planete fort proche de la Lune le matin du 24 Aoust, ce que nous avons fait en observant avant & après la conjonction les différences d'ascension droite & de déclinaison entre la Lune & Jupiter par les passages de la Lune de Jupiter par les fils qui se croisent au foyer de la Lunette de la maniere qui a été expliquée autrefois.

1704.
6 Septemb.
bre.

248 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Le 22 Aoust le centre de la Lune passa au me-	
ridien à	5 ^h 43' 16"
Et le bord à	5 44 18
La hauteur meridiennne de la corne superieure	
de la Lune fut de	59 11 50
Celle de la corne inferieure	58 41 10
Le centre de Jupiter passa au meridien à	7 21 14
Et sa hauteur meridienne fut de-	63 53 0
Le 23 Aoust le centre de la Lune passa au me-	
ridien à	6 3 58
Le bord suivant de la Lune passa au me-	
ridien à	6 33 5
Hauteur meridiennne de la corne superieure	62 5 0
Hauteur meridienne de la corne inferieure à	61 33 30
Le centre de Jupiter passa au meridien à	7 18 13
Le bord de la Lune au fil perpendiculaire à	11 55 46
Jupiter au fil perpendiculaire.	12 1 17
Difference du passage.	0 5 41
Difference de declinaison en temps dont Ju-	
piter étoit plus meridional que la corne	
Septentrionale de la Lune.	0 22
Immerision du premier Satellite dans l'ombre	
de Jupiter ; mais cette observation n'est	
pas exacte , à cause que Jupiter étoit fort	
prés de la Lune.	1 25 47
Le centre de la Lune au fil perpendiculaire.	1 56 13
Le bord au même fil.	1 57 21
Jupiter au même fil.	1 58 39
Difference d'ascension droite entre le bord	
de la Lune.	1 18
En temps difference de declinaison à l'égard	
de la corne meridionale.	0 36
Le bord au fil perpendiculaire.	2 7 19 ¹ / ₂
Le centre de Jupiter.	2 8 18 ¹ / ₂
Difference.	0 55 ¹ / ₂
Difference de declinaison.	29
Le bord au fil perpendiculaire.	2 16 40
	Jupiter

Jupiter au même fil.	17' 18"
Difference d'ascension droite.	0 38
Difference de déclinaison.	24
Le bord de la Lune au fil perpendiculaire.	2 24 58
Le centre de Jupiter.	2 25 20
Diff. de déclinaison en temps vers le Septentrion à l'égard de la corne meridionale.	0 22
Le bord de la Lune au fil perpendiculaire.	2 34 7
Le centre de Jupiter.	2 34 13
Difference d'ascension droite.	0 6

Par les observations faites à 2^h 25', & à 2^h 34', on trouve que Jupiter & le bord suivant de la Lune avoient la même ascension droite à 2^h 37' 33".

Et par la comparaison des observations faites à 2^h 25', & 3^h 14', Jupiter arriva au parallele de la corne meridionale de la Lune à 2^h 57' 47".

A 3^h 4' 9" le Satellite fut perpendiculaire à la corne meridionale à la distance d'un diametre de Jupiter.

A 3^h 10' 14" le bord précédent de Jupiter fut perpendiculaire à la corne.

A 3^h 11' 56" le bord suivant de Jupiter fut perpendiculaire à la corne.

Donc à 3^h 11' 5" le centre de Jupiter fut perpendiculaire à la corne, qui est le temps de sa conjonction en longitude, & pour lors le centre de Jupiter étoit éloigné de deux de ses diametres de la corne meridionale.

La conjonction de Jupiter avec la Lune en longitude précéda la conjonction en ascension droite de presque de deux minutes de temps, & elle arriva à 3^h 13' 3", comme on la tire par les observations suivantes.

Jupiter au fil perpendiculaire à	3 ^h 13' 45"
Le bord de la Lune au même fil.	3 14 57
Difference du passage entre le centre de Jupiter & le bord de la Lune.	1 12
Difference de déclinaison entre la corne de la Lune & Jupiter, dont Jupiter est plus meridional.	0 9 $\frac{1}{2}$

250 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Jupiter au fil perpendiculaire.	3 ^h 15' 52 ^o
Le bord de la Lune.	3 19 7
Difference d'ascension droite.	1 15
Difference de declinaison.	10 ¹ / ₂
Jupiter au fil perpendiculaire.	3 18 14 ¹ / ₂
Le bord de la Lune au fil perpendiculaire.	3 19 35
Difference d'ascension droite.	1 20 ¹ / ₂
Difference de declinaison	12 ¹ / ₂
Jupiter au fil perpendiculaire.	3 22 10 ¹ / ₂
Le bord au fil perpendiculaire.	23 37 ¹ / ₂
Difference d'ascension droite.	1 27
Difference de declinaison meridionale.	13 ¹ / ₂
Jupiter au fil perpendiculaire.	3 25 17 ¹ / ₂
Le bord de la Lune au fil perpendiculaire.	3 26 50
Difference d'ascension droite en Jupiter & le bord de la Lune.	1 32 ¹ / ₂
Difference de declinaison	0 32 ¹ / ₂

DESCRIPTION ET USAGE

D'UN NIVEAU

D'UNE NOUVELLE CONSTRUCTION.

PAR M. DE LA HIRE.

L Es grandes conduites d'eau que les Anciens ont faites , auroient pû nous persuader qu'ils étoient fort sçavans dans l'art de Nivelier , si les instrumens dont ils se sont servis & tout l'artifice qu'ils y ont employé n'étoient venus jusqu'à nous dans les Ouvrages de Vitruve. Leur grand Niveau qu'ils appelloient le *Chorobate* étoit une piece de bois de 20 piés de longueur , soutenuë par quelques pieces aux extremités , & qui avoit dans sa partie supérieure un canal qu'on remplissoit d'eau , avec quelques petits plombs qui pendoient aux côtés , pour s'assurer si cette piece étoit de niveau ; & c'étoit toute la longueur de leurs nivellemens , car ils transportoient le Chorobate de 20 piés en 20 piés pour conduire leurs ouvrages.

1704.
12 Novem-
bre.

Mais les nouvelles découvertes qu'on a faites dans l'Academie des Sciences , & les differens niveaux qu'on y a inventés avec les Lunettes d'approche qui y servent de pinnules , nous ont donné moyen de faire des nivellemens d'une bien plus grande justesse , & avec beaucoup plus de facilité que tout ce qui avoit été fait jusqu'à lors ; puisqu'on peut niveler tout d'un coup une distance de 1000 toises sans aucune erreur sensible.

Nous avons entre les mains les niveaux de Messieurs Picard , Mariotte , Hugens , Thevenot & Roëmer , dont les constructions sont toutes differentes , & j'en ay aussi donné un qui tire sa justesse de la superficie de l'eau , dont j'ay fait imprimer la description dans le Traité du Nivellement de M. Picard en 1684 , & qu'on a copié ensuite

dans les Memoires de l'Academie en 1699. Mais les nivellemens que j'ay faits autrefois par ordre du Roy en differens endroits & à différentes reprises par l'espace de près de 100 lieuës, m'ont fait connoître que tous ces niveaux avoient de grandes incommodités dans l'usage qu'on en fait, & qu'on ne pouvoit les transporter facilement sans être obligé de les rectifier, & quelquefois d'en rétablir les pinnules, ce qui demande des operations assez embarrassantes. Ce n'est pas qu'il soit necessaire de se servir d'un niveau qui soit juste pour faire des nivellemens exacts, puisqu'on en peut facilement venir à bout en prenant quelques précautions, comme il est marqué dans le Nivellement de M. Picard, & comme je l'ay expliqué ensuite dans un petit Traité du Nivellement que j'ay donné au Public.

Le niveau dont je donne icy la description, & que j'ay fait depuis quelque tems, est construit sur un principe différent de tous les autres niveaux qui ont paru jusqu'à present : car ils tirent tous leur justesse ou du centre de gravité du corps de tout le niveau, lequel est suspendu par un corps flexible ou autrement, ou d'un plomb aussi suspendu à un fil très-délié comme un cheveu, ou enfin de la superficie de l'eau ou de quelqu'autre corps liquide dont la superficie se met toujours de niveau. Mais celui-ci n'est point suspendu par quelque corps que ce soit, au contraire le centre de gravité du corps qui lui sert de regle comme à plusieurs autres, est placé au dessus du point d'appui, en sorte que s'il étoit possible de faire que le centre de gravité du corps qui est un point mathématique, demeurât immobile sur l'appui, qui est un point le plus fin qu'il est possible de le faire, on auroit alors le veritable niveau, qui seroit la ligne perpendiculaire menée à celle qui passe par le centre de gravité & par l'appui. Mais comme il est impossible de faire que le centre de gravité demeure dans une position fixe au dessus du point d'appui, on prend pour le vrai niveau la position où ce point est comme indifferant à tomber d'un côté ou d'autre.

On dira peut-être que ce Principe n'est pas si juste que celui où le corps pesant est suspendu par un corps flexible, mais pour peu qu'on fasse reflexion sur ces suspensions, on verra qu'il y a des irregularités très-grandes qui sont causées par la nature de ces corps, outre que si toute la machine est exposée à un petit vent, elle est dans un balancement & dans une agitation continuelle, & il est impossible de déterminer le niveau. Je ne parle point des remèdes qu'on a apportés à ces balancemens, comme de faire plonger le poids suspendu à la machine dans de l'eau ou dans de l'huile pour en arrêter les vibrations, puisque ce remède par lui-même a de grandes incommodités, & qu'il n'est pas encore suffisant.

Celui que je propose est ferme, solide & inébranlable étant une fois bien construit, & il se peut transporter comme on voudra sans craindre qu'il puisse s'alterer, & si l'on y fait quelque changement, il sera très-facile de le rectifier sans changer de place, ou, comme on dit, d'une seule station.

Les nouvelles pinnules sur du verre, comme je les ay proposées à l'Academie, & comme elles sont décrites dans les Memoires de l'année 1700, & dans mes Tables Astronomiques, lui donnent aussi un très-grand avantage par dessus tous les autres; car ces pinnules sont inalterables à tous les changemens de l'air, & ne sçauroient être gâtées par quelqu'autre accident que ce soit, quoyqu'elles soient au moins aussi fines & déliées que les filets de ver à soye qu'on avoit considéré jusqu'à present comme les plus propres à faire des observations exactes. Il est très-facile de les faire, puisque ce n'est qu'une petite ligne ou un trait fort délicat qu'on marque avec la pointe d'un diamant sur un petit morceau de verre ou de glace, que l'on arrête au foyer du verre objectif de la Lunette; car le centre de l'objectif tient lieu de pinnule objective, & le trait sur le verre sert de pinnule oculaire. Il est aisé de juger que cette pinnule oculaire ne peut souffrir aucune alteration ou changement, soit par la chaleur ou par le froid, soit

par les petits insectes qui s'attachent aux filers de soye, soit en y touchant, ou enfin en transportant l'instrument de quelque maniere que ce soit; car elle sera aussi solide que la pinnule objective.

La principale partie de ce niveau est une regle de fer qui porte à ses deux extrémités les pinnules ou dioptrres, qui est un verre objectif de Lunette pour la pinnule objective, & pour la pinnule oculaire un petit morceau de verre avec un petit trait, comme je viens de dire. Ce verre coule dans un châssis ou coulisse pour le pouvoir arrêter à quelle hauteur on veut. Cette regle tient lieu du corps d'une Lunette qui n'a point de verre oculaire, & qui n'a point d'autre tuyau que toute la boîte qui est noircie par dedans & qui est bien fermée.

Il y a sous cette regle de fer une autre regle posée sur champ qui sert à la rendre plus ferme, & qui porte dans son milieu une autre piece de fer ou de leton d'une longueur égale à peu près aux deux tiers de la premiere avec laquelle elle est posée à l'équaire. Cette piece va en s'élargissant par le bas, en sorte que sa largeur est perpendiculaire à la longueur de la regle de la Lunette. A l'extrémité de cette piece on y soude des deux côtés les pivots sur lesquels la machine se meut, & par conséquent tout le corps du niveau se mouvant; quand les pivots seront à peu près de niveau, la Lunette haussera & baissera dans son mouvement.

Pour les pivots ils demandent un peu de soin dans leur construction. Leur coupe doit être en forme de losange fort aigu, & même un peu tranchant d'un côté & d'autre, qui est le haut & le bas, car c'est par ces endroits où tout le niveau est soutenu sur l'appui.

Les pivots sont d'acier trempé, & l'endroit où ils posent sur l'appui est un peu creusé quoyque tranchant, afin que dans le mouvement du niveau, ils ne puissent pas s'écarter d'un côté ni d'autre. Il y a deux cavités semblables à l'opposite l'une de l'autre pour l'usage que nous expliquerons ensuite.

Les appuis sont attachés avec des vis à une pièce particulière laquelle est de bois, & cette pièce est arrêtée dans le fond de la boîte avec des vis, en sorte qu'on peut la retirer quand on veut hors de la boîte avec tout le niveau qui pose sur ses appuis.

Ces appuis sont faits d'une pièce plate d'acier trempé, dans laquelle il y a deux ouvertures rondes, dont l'intérieur est tranchant émoussé, pour soutenir les pivots du niveau, & pour être assez fermes pour ne se pas gâter dans le mouvement du niveau.

Pour la boîte où l'on enferme le niveau, on peut la faire de quelle figure on voudra à l'extérieur; mais tout le niveau ayant la figure d'un T, la boîte doit aussi être de la même figure à peu près, & elle doit contenir l'instrument, en sorte qu'il ait seulement la liberté de se mouvoir un peu d'un côté & d'autre. Aux deux extrémités de la partie d'en haut de la boîte, qui est la traverse du T, il y a deux couvertures rondes à l'une desquelles est attaché un bout du tuyau, où entre le canon qui porte l'oculaire; car l'oculaire ne tient point à la Lunette, & l'on peut par ce moyen l'approcher ou le reculer de la pinnule oculaire suivant la force de la vûe de l'Observateur. L'ouverture de l'autre bout de la boîte sert à laisser passer les rayons des objets qui viennent rencontrer le verre objectif ou la pinnule objective.

Vers l'oculaire à la partie de dessous de la longueur de la boîte, il y a une vis assez longue qui se meut dans un écrou qui est attaché à la boîte. Cette vis sert à élever le bout de la règle de fer suivant l'usage & la nécessité. Le pas de cette vis est très-fin pour pouvoir élever la règle comme insensiblement en tournant la vis.

A l'opposé de la vis, c'est-à-dire, dans le haut de la traverse de la boîte, il y a par dedans une lame d'un ressort très-mince, qui est arrêtée à la boîte par son extrémité la plus éloignée de l'oculaire, & par l'autre elle porte une tige avec un bouton qui passe au dehors de la boîte. Cette tige sert à pousser le ressort vers le bas, car dans son

état naturel il est appliqué contre le dessus de la boîte par le dedans.

Il y a à la vis un repaire ou marque pour l'enfoncer dans l'écrou jusqu'en cet endroit, & alors la règle de la Lunette étant appuyée sur la vis, la Lunette se trouve vis à vis des ouvertures de la boîte.

Il ne s'agit donc plus que de placer les pinnules de telle manière que leur ligne de foy soit perpendiculaire au plan qui passe par le centre de gravité de tout le niveau & par la ligne des appuis, & c'est ce qu'on appelle le *rectifier*; & comme toutes les parties qui le composent sont solides, étant une fois bien rectifié, il ne changera plus dans la suite: c'est pourquoi il suffit de le bien rectifier en le construisant, par quelque-une des manières qui sont expliquées dans le Traité du Nivellement de M. Picard, en établissant deux points de niveau, & même avec le niveau sans être rectifié.

Pour rectifier le Niveau.

Supposant donc qu'on ait deux points de niveau *A* & *B* éloignés l'un de l'autre de 100 toises environ, on placera la Lunette à l'un de ces points comme *A*, & on la pointera vers l'autre point *B*, en baissant ou en élevant doucement la boîte. Et lorsque l'objet *B* paroît sur la pinnule oculaire, si la règle de la Lunette est posée sur la pointe de la vis, & qu'elle ne soit pas en état de tomber sur le devant, c'est-à-dire, vers l'objectif, ce qu'on connoît en poussant ou en élevant un peu la règle en tournant la vis; car alors la Lunette donne plus bas, & elle est encore posée sur la vis: C'est une marque que la partie de tout le niveau qui est vers l'oculaire, est trop pesante; il faudra donc changer la partie de la règle vers l'objectif, par le moyen d'un petit poids qui coulera sur la règle, & qu'on pourroit y arrêter en quel endroit on voudroit avec une petite vis, ou bien seulement la charger avec un peu de cire molle & du plomb. On chargera cette partie de la
règle,

regle, tant que les pinnules étant pointées vers l'objet *B*, soient indifférentes à rester sur la pointe de la vis ou à tomber sur le devant, & alors il sera rectifié.

Mais si d'abord les pinnules étant pointées vers l'objet *B*, la règle ne peut pas se tenir sur les vis ; on connoîtra de-là que la partie du niveau vers l'oculaire est trop légère, & alors il la faut charger comme on a fait dans l'autre cas, jusqu'à ce que le niveau soit dans un état indifférent de tomber ou de rester sur la pointe de la vis ; & alors le niveau sera rectifié.

On pourroit aussi au lieu de charger la règle d'un côté ou d'autre, élever ou abaisser la pinnule oculaire dans son châssis, jusqu'à ce que le niveau fût juste ; ce qu'on pourroit faire si le niveau n'étoit pas bien éloigné d'être juste.

On remarquera que dans ces opérations, toutes les fois que la Lunette tombe sur le devant, on la remet sur la pointe de la vis, en poussant le ressort du haut de la boîte, lequel pousse en bas le châssis de la pinnule oculaire, & remet par ce moyen la règle sur la pointe de la vis.

Comme ce niveau peut être mis dans une situation renversée, qui est lorsque la Lunette est audessous des pivots, il faut expliquer ce qu'on doit observer en le construisant pour servir dans cet état.

Il est certain que si les pivots étoient une ligne mathématique, lorsqu'on renverseroit le niveau, il pointerait au même endroit où il pointoit dans sa situation droite, pourvu que cet endroit fût parfaitement de niveau avec le lieu où le niveau est placé ; & il faudroit seulement pour le rectifier, faire donner la Lunette au même point dans les deux situations du niveau, en augmentant ou en diminuant peu à peu la pesanteur de l'un des bouts de la règle. Mais comme les pivots doivent avoir une grosseur considérable pour les rendre solides, il peut arriver que le plan qui passe par le centre de gravité de tout le niveau & par la ligne où les pivots s'appuient, ne sera pas le même dans les deux situations du niveau : c'est pourquoi il faut le rectifier dans sa position renversée de même que-

dans la droite. Mais comme on ne doit pas changer les pinnules qui sont rectifiées pour la position droite, il faudra seulement corriger l'endroit des pivots où ils portent sur l'appui dans la position renversée.

Le niveau étant donc renversé, si les pinnules ne donnent pas le même point que dans la situation droite rectifiée, il faudra limer un peu des pivots pour en repousser le tranchant vers l'objectif, si les pinnules donnent trop bas dans la situation renversée, ou vers l'oculaire si elles donnent trop haut.

On peut aussi faire les pivots d'une autre manière, en sorte que le plan qui passera par le centre de gravité de l'instrument, & par l'endroit où les pivots s'appuient, sera le même dans les deux situations du niveau droite & renversée, & ainsi on pourra rectifier ce niveau d'une seule station sans avoir une ligne de niveau.

Dans cette seconde manière les pivots doivent être cylindriques, & très-bien tournés & polis dans l'endroit où ils portent & touchent leurs appuis, qui doit être un peu creusé en forme de poulie. De plus, il faut que le bas & le haut du trou de l'appui qui soutient les pivots, soient presque en ligne droite, afin que les pivots ne puissent toucher sensiblement qu'en un point.

Il est évident que dans cette construction des pivots, le centre de gravité du niveau & la ligne qui passera par les endroits où les pivots s'appuient dans les deux situations du niveau, seront toujours dans un même plan, lequel passera aussi par l'axe du cylindre des pivots.

Cette suspension du niveau n'est pas si fine que la première, à cause que l'endroit du pivot où il touche sur l'appui est de figuré circulaire, & dans la première il est d'une figure tranchante un peu émoussée.

Usage du Niveau.

Pour se servir de ce niveau, il faut mettre d'abord la vis à son repaire, afin que les pinnules soient vis-à-vis des

ouvertures de la boîte. Ensuite par le moyen du ressort on pousse la règle de la Lunette contre le bout de la vis, en sorte qu'elle ne tombe pas de l'autre côté, ce qui est facile à faire en inclinant la boîte ; & dans cet état la règle de la Lunette étant posée sur la vis sans que le ressort l'y retienne, on panche peu à peu la boîte vers le bout où est l'objectif, jusqu'à ce que la Lunette tombe de ce côté là. Alors on arrête la boîte le plus ferme qu'il est possible dans cet état ou sur un pié ou contre quelque corps solide ; il faut que la Lunette soit alors pointée vers l'objet qu'on veut niveler, & l'on doit remarquer exactement la partie de l'objet qui paroît sur le trait qui sert de pinnule oculaire. Mais comme je suppose que la Lunette soit posée sur la vis, on doit pousser doucement la vis jusqu'à ce que la Lunette tombe de l'autre côté, & remarquer bien la partie de l'objet qui paroît sur le trait quand la Lunette tombe ; & pour s'en assurer on doit repousser la Lunette sur la vis par le moyen du ressort, & remarquer si elle tombe encore, & si c'est le même objet qui paroît sur le trait du verre lequel y paroïsoit auparavant. On pourra alors détourner la vis d'une très-petite partie, & repoussant la Lunette sur la vis, observer quelle différence il y aura entre l'objet qui paroîtra sur le trait en cet état de la Lunette, & celui qui y paroïsoit auparavant. Il faut aussi considérer si la Lunette s'arrête alors sur la vis, ou si elle tombe encore de l'autre côté ; car pour avoir le point du niveau juste, il faut que la Lunette étant posée sur le bout de la vis soit en état de tomber de l'autre côté sans qu'elle tombe, & qu'on ne puisse pas l'élever de la moindre quantité par le moyen de la vis sans qu'elle tombe ; c'est alors que l'objet qui paroît dans la Lunette sur le trait de la pinnule, est de niveau avec le trait de cette pinnule.

Ce que je dis du niveau se doit toujours entendre du niveau apparent par rapport au lieu où est l'instrument qui sert à niveler, comme il est expliqué dans le Traité du Nivellement ; car pour avoir le vrai niveau correspondant à celui où est posé l'instrument, il faut faire la correction au

point de niveau apparent par rapport à la distance entre le lieu où est l'instrument & le point nivelé ; mais il ne s'agit pas ici de la pratique du nivellement.

Un des avantages de ce niveau , c'est de pouvoir être renversé , & de servir encore de niveau dans cette situation sans aucune préparation ni changement ; & quoyqu'il ait alors quelques vibrations , elles ne durent que peu de tems ; car elles ne viennent que du corps de l'instrument , & non pas du mouvement de la boîte qui doit être arrêtée ferme , mais sans aucune sujettion , puisqu'elle ne fait rien perdre de la justesse du niveau. On pourra aussi arrêter facilement les balancemens du niveau , en appuyant doucement le ressort contre le châssis de la pinnule , & en le laissant remettre ensuite en son état naturel.

Pour la grandeur de ce niveau elle n'est point déterminée ; car plus la Lunette sera grande , & plus les objets éloignés paroîtront distinctement : mais il sera bien plus incommode à être transporté.

J'ay éprouvé qu'un de ces niveaux dont la hauteur & la longueur n'est que de 10 pouces , détermine le niveau à 3 ou 4 pouces près à une distance de 1000 toises , ce qui est tout ce qu'on peut espérer d'un niveau , puisqu'un objet de cette grosseur à cette distance , est entièrement couvert par un filet simple de vers soye.

On pourra se servir de differens soutiens ; mais une des manieres des plus commodes pour l'usage , sera d'attacher la boîte du niveau bien ferme avec une vis contre la traverse d'un chevallet de peintre qui soit solide. On pourra aussi le tenir seulement à la main , & l'appuyer contre quelque corps bien stable pendant qu'on fait les opérations.

Il faut remarquer que lorsqu'on veut transporter ce niveau , il est bon que les pivots ne portent point sur leurs appuis ; ce qui sera facile si ces pivots débordent un peu hors de la boîte , & qu'il y ait en cet endroit sur la boîte deux especes de crochets qui s'engagent dans les bords des pivots , & qui tiennent tout le niveau élevé hors des ap-

*Figure du Niveau proposé dans sa boîte
dont le devant est ôté.*

puis. On pourra aussi arrêter la Lunette contre le bout de la vis par le moyen du ressort qu'on arrêtera sur la pinnule. Mais si l'on veut ouvrir le couvercle de la boîte, on pourra engager tout le niveau entre quelques tasseaux qui l'empêcheront de balancer d'un côté ni d'autre en le transportant dans un long voyage.

DES MOUVEMENTS

DE L'IRIS,

*Et par occasion de la partie principale de l'Organe
de la vue.*

PAR M. MERY.

L' Iris est un cercle membraneux, posé sur le devant de l'œil. On l'a ainsi nommé à cause des différentes couleurs qui dans l'homme paroissent sur sa surface au travers de la cornée transparente. 1704.
12 Novem-
bre.

Ce cercle forme dans son centre un trou à qui on a donné le nom de prunelle, apparamment parcequ'il paroît de couleur noire. Ce trou est absolument nécessaire pour la vision ; car s'il avoit été fermé par l'Iris qui est opaque, les raïons de la lumière, sans lesquels la vision ne se peut faire, n'auroient pû passer dans l'œil.

La prunelle se dilate dans l'ombre & dans l'eau : elle se resserre dans l'air étant exposée aux raïons de la lumière, sans qu'on s'apperçoive que la volonté ait part à ses mouvemens. Quand la prunelle se dilate, les fibres de l'Iris s'accourcissent ; quand elle se resserre, ces fibres s'allongent.

Or comme on ne remarque point de fibres circulaires dans l'Iris pour rétrécir la prunelle, il y a lieu de croire que sa dilatation dépend uniquement du ressort des fibres

droites de l'Iris qui toutes vont se terminer à la circonférence interne de ce cercle.

Mais quoiqu'il paroisse que le rétrécissement de la prunelle dépende absolument des raïons de la lumière, néanmoins ces raïons ne peuvent pas d'eux-mêmes prolonger les fibres de l'Iris, ni rétrécir la prunelle. Tout ce qu'ils peuvent faire c'est de donner seulement, par leur entrée dans l'œil, occasion aux esprits animaux de couler dans les fibres de l'Iris plus abondamment qu'ils ne font dans l'ombre ; ce sont donc ces esprits qui, en prolongeant les fibres de l'Iris, sont effectivement la cause de la dilatation de la prunelle. D'où il s'ensuit que ce trou doit plus ou moins se rétrécir, selon que la lumière, étant plus ou moins forte, détermine une plus ou moins grande quantité d'esprits à couler dans les fibres de l'Iris : mais pour cet effet la respiration doit être de la partie ; car quand elle vient à manquer, le mouvement des esprits animaux s'arrête, & alors la lumière devient inutile.

L'observation que je vais rapporter prouve cette hypothèse dans toutes ses parties. Quand l'on plonge dans l'eau la tête d'un chat vivant, si l'on expose ses yeux aux raïons du Soleil, la prunelle se dilate au lieu de se rétrécir, au contraire exposez dans l'air aux mêmes raïons de cet Astre, la prunelle se rétrécit au lieu de se dilater.

Par l'explication du premier de ces deux phénomènes qui semble détruire l'hypothèse que je veux établir, je vais démontrer que la dilatation de la prunelle dépend uniquement du ressort des fibres de l'Iris. Par celle du second je feray connoître que les esprits animaux sont la cause immédiate de son rétrécissement, & que la lumière n'en peut être que l'occasion.

Quand au premier phénomène ; il faut remarquer que lorsque la tête du chat est plongée dans l'eau, cet animal ne peut plus respirer. Or le mouvement de toute la machine des esprits animaux dépendant du mouvement circulaire du sang, & celui-ci de la respiration, il est évident que quand elle vient à manquer, la circulation du sang &

le mouvement des esprits animaux doivent cesser bien-tôt après. On observe qu'à mesure que le mouvement de ces esprits se ralentit, la prunelle se dilate, les esprits animaux ne peuvent donc pas être la cause de son élargissement. Il faut donc nécessairement que sa dilatation dépende uniquement du ressort des fibres de l'Iris.

A l'égard du second phénomène, si l'on retire le chat de l'eau encore vivant, & qu'on expose ses yeux aux rayons du Soleil, on voit la prunelle se rétrécir à mesure que la respiration se rétablit. Donc les esprits animaux qui pour lors viennent à couler dans les fibres de l'Iris, sont la cause immédiate du rétrécissement de la prunelle : car l'on ne peut pas l'attribuer aux rayons de la lumière ; parceque les yeux de cet animal étant plongés dans l'eau, la prunelle se dilate, quoiqu'il entre dans leur globe beaucoup plus de lumière, que lorsqu'ils sont dans l'air exposés à ses rayons ; la lumière ne peut donc être que l'occasion de l'écoulement des esprits animaux dans les fibres de l'Iris : mais elle ne le peut procurer, si l'animal ne respire ; d'où il est aisé de juger que la lumière ne cesse de produire cet effet, quand la tête du chat est plongée dans l'eau ; que parceque le mouvement des esprits animaux est arrêté dans leur source par le défaut de la respiration dont il dépend absolument, de même que celui du sang.

Que la dilatation de la prunelle dépende uniquement du ressort des fibres de l'Iris, son rétrécissement des esprits animaux immédiatement, & par occasion de la lumière ; en voici des preuves bien convaincantes.

Premièrement, quand par l'obstruction des nerfs optiques les esprits animaux ne peuvent plus s'écouler dans les yeux de l'homme, la prunelle se dilate, il est donc visible que sa dilatation ne dépend pas de ces esprits ; mais du ressort des fibres de l'Iris, qui fait que dans cette maladie ces fibres s'accourcissent.

Secondement, si pendant l'obstruction de ces nerfs on expose les yeux de cet homme à la plus grande lumière, la prunelle reste dans la même dilatation : les rayons du

Soleil ne peuvent donc pas être d'eux-mêmes la cause de son rétrécissement.

Troisièmement, si on leve l'obstruction des nerfs optiques, & qu'on expose ensuite les yeux de cet homme aux rayons de la lumière, la prunelle se resserre; il est donc évident que les esprits animaux, qui dans ce moment viennent à couler dans les fibres de l'Iris qu'ils prolongent, sont la cause immédiate du rétrécissement de la prunelle, & que la lumière n'en peut être que l'occasion: d'où il s'ensuit que la force du ressort des fibres de l'Iris étant en équilibre avec la puissance des esprits animaux, la prunelle doit rester dans une moyenne dilatation; mais pour cela il ne faut qu'une lumière médiocre: car quand elle est trop foible ou trop forte, l'équilibre se rompt, & alors la prunelle se dilate ou se rétrécit considérablement.

Une lumière foible, telle qu'elle est dans l'ombre, déterminant peu d'esprits animaux à couler dans les fibres de l'Iris, leur ressort l'emporte sur ces esprits, & dans ce moment la prunelle s'élargit davantage. Au contraire une lumière forte donnant occasion aux esprits animaux de couler plus abondamment dans les fibres de l'Iris, ces esprits surmontent par leur puissance la force du ressort de ces fibres, & alors la prunelle se rétrécit beaucoup plus.

De ces preuves soutenues par des expériences si évidentes l'on peut enfin conclure. 1°. Que les esprits animaux sont la cause immédiate du rétrécissement de la prunelle. 2°. Que la lumière ne fait que donner occasion à l'écoulement de ces esprits. 3°. Que la volonté n'y a point de part. 4°. Que le ressort des fibres de l'Iris est l'unique cause de la dilatation de la prunelle.

Sur ce système, quoique fondé sur des observations indubitables, il se présente néanmoins à l'esprit trois difficultés considérables, dont voici la première: Sçavoir s'il entre moins de lumière dans les yeux lorsqu'ils sont dans l'air, que quand ils sont dans l'eau exposés aux rayons du Soleil.

Pour reconnoître dans lequel de ces deux éléments il passe

passé plus de lumière dans les yeux, il n'y a qu'à remarquer qu'un lieu est d'autant plus éclairé, qu'il reçoit plus de ses rayons, & que plus ce lieu est éclairé, mieux on voit les objets qu'il renferme.

Or on ne peut discerner aucunes des parties contenues dans les yeux exposés dans l'air, plongés qu'ils sont dans l'eau : on les voit fort distinctement, excepté les humeurs & la rétine, qui disparaissent de telle sorte que le dedans du globe des yeux semble n'être rempli que d'un air lumineux. Il entre donc beaucoup moins de rayons de lumière dans les yeux exposés à l'air que plongés dans l'eau ; ce qui arrive par les raisons que je vais rapporter.

Quelque polie que paroisse la surface extérieure de la cornée transparente, il est néanmoins constant qu'elle a beaucoup d'inégalités imperceptibles, qui n'étant point applanies réfléchissent dans l'air un grand nombre de rayons de la lumière qui tombent sur cette membrane.

D'ailleurs lorsque les yeux sont exposés dans l'air aux rayons du Soleil, la prunelle se rétrécit considérablement. Il ne peut donc passer en cet état qu'un très-petit nombre de ses rayons dans les yeux ; ce qui n'étant pas suffisant pour éclairer leur globe, il n'est pas étrange qu'on ne puisse discerner aucune des parties qui y sont renfermées.

Mais aussi n'est-il pas extraordinaire de les y appercevoir quand les yeux sont plongés dans l'eau, parce que les inégalités de la cornée étant applanies par ce liquide, & la prunelle tout-à-fait dilatée, tous les rayons du Soleil qui tombent sur la cornée transparente passent à travers, & entrant dans le globe des yeux, ils l'éclairent si fort, qu'on peut voir alors très-distinctement l'extrémité du nerf optique, & la corôide avec toutes ses couleurs & ses vaisseaux. Mais l'on ne peut nullement appercevoir ni les humeurs, ni la rétine ; parce qu'étant transparentes comme l'eau, elles semblent ne faire qu'un même corps avec elle, ce qui fait qu'on ne peut les distinguer d'avec l'eau.

Que la surface de la cornée, quel que polie qu'elle paroisse, soit remplie d'inégalités que l'eau applanit ; en

voici une preuve bien sensible. Dans la goutte serenne la prunelle de l'homme se dilate entierement, & ses yeux étant exposés à la plus grande lumiere, ce trou ne peut se rétrécir.

Or si la surface de la cornée étoit parfaitement polie, tous les raïons de lumiere qu'elle recevroit devroient passer dans les yeux de l'homme exposés à l'air, comme ils font dans ceux du chat plongés dans l'eau, & l'on decouvriroit également dans l'un & dans l'autre la coroïde. On n'apperçoit point cette membrane dans les yeux de l'homme, on la voit dans ceux du chat; il faut donc qu'il y ait sur la surface de la cornée des inegalités imperceptibles que l'air ne peut unir, mais que l'eau applanir. Et c'est par cette raison qu'un homme, pour peu qu'il ait les yeux plongés dans l'eau, apperçoit un objet au fond d'une riviere, qu'il ne peut plus voir lorsqu'il les a hors de l'eau appliqués à demie ligne de la superficie. C'est aussi par la même raison; la vie étant éteinte, que la coroïde d'un chat que l'on voit dans l'eau ne peut être apperçûe dans l'air, quoique la prunelle reste également dilatée dans ces deux élemens après la mort de cet animal.

L'aplanissement des inegalités de la cornée par l'eau, se verifie encore par l'exemple du verre. Il reste toujours au plus poli des parties raboteuses qui reflechissent dans l'air quand il y est exposé, une grande partie des raïons de la lumiere qui viennent se rendre sur la surface; mais lorsqu'il est plongé dans l'eau, tous ces raïons passent à travers; parce que toutes les inegalités du verre étant applanies par ce liquide, il ne se fait plus de reflexion dans l'air d'aucune partie de la lumiere.

Il est donc certain par toutes les experiences, premièrement, que les inegalités de la cornée ne pouvant être applanies par l'air lorsqu'elle y est exposée, elles doivent repousser la plus grande partie des raïons de la lumiere qui viennent frapper cette membrane; ce qui fait qu'il en passe si peu dans le globe des yeux qu'on ne peut voir la coroïde, lors même que la prunelle est entierement dilatée dans un grand jour.

Secondement, que les inégalités de la cornée étant applanies par l'eau, alors tous les raïons de lumiere que reçoit cette membrane doivent passer à travers, & rendre en entrant dans le globe des yeux la coroïde visible avec toutes les couleurs & les vaisseaux.

La seconde difficulté consiste à sçavoir, si les raïons de la lumiere qui entrent dans le globe des yeux par la prunelle, déterminent effectivement les esprits animaux à couler dans les fibres de l'Iris, ou si ces raïons s'insinuant dans ces fibres ne font seulement que rarefier ce qu'ils renferment de ces esprits, ce qui pourroit produire le même effet, c'est-à-dire, prolonger les fibres de l'Iris, comme peuvent faire les esprits animaux par leur épanchement.

Pour répondre à cette difficulté, il ne faut qu'examiner si la matiere des esprits animaux peut s'exhaler sitôt que leur mouvement vient à cesser. Comme il n'y a pas d'apparence qu'elle se dissipe avant la mort, il est aisé de décider la question par l'expérience de la tête du chat que je viens de rapporter.

Quand la tête d'un chat vivant est plongée dans l'eau, ses yeux exposés au Soleil, il est constant qu'il entre beaucoup plus de raïons de cet astre dans leur globe, que lorsqu'ils sont dans l'air exposés à sa lumiere.

Dans l'eau la prunelle se dilate, & le mouvement des esprits animaux cesse. Donc tous les raïons du Soleil qui entrent dans les yeux du chat, ne sont pas capables par eux-mêmes de rarefier la matiere de ces esprits renfermée dans les fibres de l'Iris, puisque ces fibres s'accourcissent dans l'eau.

Au contraire si on retire de l'eau la tête du chat encore vivant, & qu'on expose ses yeux aux raïons du Soleil, les esprits animaux reprennent leur cours, & alors la prunelle se resserre. Donc le peu de lumiere qui entre dans le globe des yeux, détermine effectivement les esprits animaux à couler dans les fibres de l'Iris, puisque ces fibres s'allongent dans l'air.

On me demandera peut-être comment les raïons de la

lumiere peuvent donner occasion à l'écoulement des esprits animaux dans les fibres de l'Iris. Voici sur cela quelle est ma conjecture.

Je viens de faire remarquer que ce n'est point en rarefiant la matiere de ces esprits. On peut donc penser qu'en même tems que les raïons de la lumiere entrent dans le globe des yeux, ils s'insinuent dans leurs nerfs, & rendent la matiere des esprits animaux plus fluide qu'elle n'est naturellement, ce qui donne occasion à ces esprits de couler dans les fibres de l'Iris plus abondamment qu'ils ne font dans l'obscurité.

La troisieme difficulté qui se presente à l'esprit contre l'hypothese que je soutiens, c'est qu'on a peine à comprendre que les fibres de l'Iris puissent s'allonger à mesure de ce qu'ils reçoivent d'esprits animaux; parce qu'on est prevenu que tous les muscles s'accourcissent d'autant plus qu'ils en sont penetrés d'une plus grande quantité, au lieu que les fibres de l'Iris s'allongent d'autant plus qu'ils en reçoivent davantage.

Pour résoudre cette difficulté qui paroît la plus embarrassante, je me represente la structure des fibres de l'Iris semblable à celle des corps caverneux de la verge, qui s'allongent à mesure qu'ils reçoivent plus ou moins d'esprits animaux. Les fibres de l'Iris doivent donc s'étendre de même, selon qu'ils en sont plus ou moins remplis, si leur structure est la même que celle des corps caverneux.

Ce qui semble confirmer davantage cette idée, c'est qu'il est certain que le raccourcissement des fibres de l'Iris dépend, de même que celui des corps caverneux, de leur ressort.

Au reste l'experience qui m'a appris que les humeurs des yeux disparaissent lorsqu'elles sont dans l'eau exposées aux raïons du Soleil, me fournit un moyen assuré pour résoudre aisément ce problème; sçavoir, quelle est la partie principale de l'organe de la vûë.

On ne doute pas que ce ne soit celle sur laquelle se va peindre l'image des objets. Or les trois humeurs de l'œil donnant passage aux raïons de la lumiere, il est constant

que l'image des objets ne peut se former sur aucune de ces humeurs : nulle d'entr'elles ne peut donc être la partie principale de l'organe de la vûë.

Et parce que ces mêmes raïons de la lumière qui entrent dans le globe de l'œil traversent encore la rétine, il n'y a pas non plus d'apparence que cette membrane puisse être la partie principale de cet organe, à laquelle on doit rapporter la vision ; puisque l'image des objets ne peut pas aussi se peindre sur cette membrane, qui comme les humeurs dispaçoit dans l'eau étant exposée aux raïons du Soleil ; ce qui confirme l'observation de M. Mariot.

Ce sçavant Academicien a remarqué il y a long-tems, que lorsque les raïons de la lumière réfléchie par les objets, tombent sur l'extrémité du nerf optique où la coroïde est percée, on ne peut appercevoir l'objet d'où ils partent ; parce que ces raïons s'enfoncent dans le corps de ce nerf, où ils s'amortissent & s'éteignent.

Or la rétine n'étant qu'un développement fort superficiel de sa muqueuse, que ces raïons peuvent percer beaucoup plus aisément, ne peut pas les arrêter ; donc cette membrane ne peut pas être la partie principale de l'organe de la vûë.

D'ailleurs cette même expérience qui m'a fait découvrir que les raïons de la lumière traversent les humeurs & la rétine, m'a fait aussi connoître que ces mêmes raïons sont enfin arrêtez par la coroïde qui est opaque ; il y a donc bien de l'apparence que c'est plutôt sur la surface de cette membrane que sur la rétine, qui est transparente, que va se peindre l'image des objets : la coroïde est donc la partie principale de l'œil. C'est ce que la manière dont se fait la vision fera aisément comprendre.

Lorsque la lumière vient directement du corps lumineux frapper la coroïde, les raïons réfléchis par cette membrane contre la rétine ébranlent les filets de celle-ci, & donnent aux esprits animaux dont ils sont remplis une modification particulière, qui produit dans l'ame le sentiment de lumière.

Quand au contraire la lumiere sortant du corps lumineux se porte sur un objet capable de la reflechir, & que par reflexion elle tombe sur la coroïde ; ses raïons repoussés par cette membrane donnent alors aux esprits animaux renfermés dans les filets de la rétine qu'ils ebranlent par leur retour, une autre modification qui cause dans l'ame le sentiment de couleur.

Et parce que la lumiere en se reflechissant se revêt de la figure & de la grandeur du corps qui la renvoie, cela fait qu'avec la couleur on apperçoit aussi la figure & la grandeur de l'objet, & c'est en quoi consiste tout son image.

Contre l'usage de la coroïde que je viens d'établir sur des experiences sensibles, on pourroit cependant me faire cette objection.

La maniere dont vous expliqués la vision montre qu'elle dépend de l'ebranlement des petits filets nerveux de la rétine, & de la modification des esprits animaux qui y sont renfermés. Cela étant, les raïons de la lumiere sont donc capables, étant reflechis seulement par les objets, de donner d'abord en entrant dans l'œil aux filets de la rétine & aux esprits animaux, ce mouvement particulier que vous dites être necessaire pour la sensation. La rétine est donc dans votre principe la principale partie de l'œil qui sert à la vision, & non la coroïde.

Pour répondre à cet argument, je dis que si les raïons de la lumiere reflechis par les objets, n'étoient une seconde fois reflechis par la coroïde, nous ne pourrions voir les objets. C'est ce que nous montre l'experience ; car quand les raïons de la lumiere modifiés seulement par les corps qui les renvoient vers nos yeux, tombent sur le centre du nerf optique où la coroïde est percée ; nous ne pouvons pas, comme a fort bien remarqué M. Mariot, appercevoir les objets : nous les voyons quand ces rayons viennent frapper la coroïde. C'est donc cette membrane, qui repoussant une seconde fois les raïons de la lumiere contre la rétine, modifie les filets nerveux de cette membrane d'une maniere propre à faire sentir à l'ame & la lumiere,

& les objets. La coroïde est donc enfin la partie principale de l'organe de la vûë.

DISCOURS SUR LES BAROMETRES.

PAR M. AMONTONS.

PArmi les découvertes de Physique du dernier Siecle, celle du Barometre ou de la maniere de mesurer le poids de l'atmosphere peut bien tenir le premier rang. 1704.
11 Novemb.

La netteté & l'évidence avec lesquelles on explique à présent plusieurs effets de la nature, où l'on ne voyoit avant cette découverte qu'obscurité & qu'incertitude, en sont des preuves assez convaincantes. Personne presque n'ignore que les effets qu'on attribuoit autrefois à l'horreur du vuide, avoient des causes qui étoient alors tout-à-fait inconnues à ceux mêmes qui se servoient le plus volontiers de cette expression.

C'est ainsi que ce qui est très-obscur & presque impenetrable dans un tems, devient de la dernière évidence dans un autre.

Mais quoiqu'il soit vrai que depuis cette découverte on ait éclairci sur ce sujet une infinité de choses très-difficiles avec toute la clarté qu'on peut souhaiter, on ne peut néanmoins douter qu'il n'en reste encore un grand nombre, & que ces dernières le sont d'autant plus qu'elles sont moins apparentes, & qu'elles ne se présentent pas d'abord à l'esprit comme les premières.

Dans la nouveauté du Barometre les effets surprenans du poids de l'air ont seuls attiré toute l'attention de ceux qui les voïoient. On se laissoit volontiers prévenir qu'il étoit la seule cause du mouvement du mercure, & si l'on faisoit reflexion qu'il n'y a rien sur quoi la chaleur n'agisse, on croïoit qu'en ce rencontre c'étoit si peu de chose que

cela ne valoit pas la peine de s'y arrêter. On passoit aisément par-dessus un raisonnement qui n'avoit rien de nouveau, pour admirer un système dont la nouveauté surprenoit agréablement par son heureux succès, & l'on n'avoit, pour ainsi dire, des yeux que pour considérer une foule d'expériences toutes curieuses, qui se présentoient & s'expliquoient comme d'elles-mêmes, sans qu'il fût besoin de rien déterminer de précis.

En effet il importoit peu pour rendre raison, par exemple, des pompes, des siphons, & de presque toutes les autres expériences de la pesanteur de l'air, de sçavoir que le poids du mercure n'étoit pas le même en Esté qu'en Hyver. Il suffisoit qu'on fût assuré que ce n'étoit pas d'une quantité assez considérable pour empêcher de déterminer en general l'élevation du mercure dans les tubes environ à 28. pouces, & celle de l'eau à 32 pieds.

Mais enfin ces effets apparens & palpables du poids de l'atmosphère étant maintenant suffisamment expliqués d'une manière generale, il nous reste à le faire d'une manière plus particuliere & plus précise, & à porter nôtre attention sur d'autres qui pour être plus cachés n'en sont pas moins utiles.

La seule chose qui pourroit en cela nous faire de la peine, c'est que le Barometre propre à expliquer en gros l'effet des pompes & des siphons, devient fautif & mauvais quand il s'agit, par exemple, de mesurer les vicissitudes du poids de l'atmosphère, d'en déterminer la hauteur & de niveler plusieurs points sur la surface de la terre. Dans l'observation du plus ou du moins de pesanteur de l'atmosphère, on peut trouver une différence de trois lignes & plus dans la hauteur du mercure, quoique véritablement le poids de l'atmosphère n'ait point changé : ce qui provient de l'effet que la chaleur produit sur le mercure du Barometre ; l'expérience ayant fait connoître qu'une colonne de mercure de 28 pouces 9 lignes en Hyver, & une de 29 pouces en Esté, ne pesent pas plus l'une que l'autre. De même le Barometre simple étant porté
dans.

dans le tems du grand froid de nôtre climat, d'un lieu élevé de la surface de la terre, dans un autre creusé au-dessous, pourra donner une difference dans la hauteur du mercure, d'une ligne & demie, qu'on attribueroit fausement au poids de la colonne d'air qui seroit entre ces deux lieux : & si l'on s'avisoit de vouloir déterminer sur cette experience la hauteur de l'atmosphere, ou la difference du niveau de deux endroits de la terre, on courroit grand risque de faire très-mal l'un & l'autre.

Les Barometres ou sont simples, c'est-à-dire, chargés seulement de mercure ; ou bien ils sont doubles, c'est-à-dire, qu'outre le mercure on y emploie encore une seconde liqueur qui est ordinairement de l'huile de tartre teinte. Pour ce qui est des Barometres simples, l'étendue de leur mouvement est fort mediocre, n'excédant gueres 23 à 24 lignes, & à ceux-ci il n'y a autre chose à faire pour éviter l'erreur, que de dresser une Table de correction qui montre les quantités proportionnelles dont la chaleur fait allonger la colonne de mercure de l'Hyver à l'Esté, & qu'il convient par conséquent retrancher des hauteurs indiquées par le Barometre lors de l'observation. Par exemple, mes Thermometres, c'est-à-dire, ceux dont on trouve la description à la fin de la Connoissance des Tems de 1704, & dans les Memoires de 1702 & 1703 ; ces Thermometres, dis-je, marquant 58 pouces, qui est le tems de nos grandes chaleurs, il y a 3 lignes à retrancher de la hauteur où se trouve le mercure dans le Barometre simple, 2 lignes lorsque ces mêmes Thermometres marquent 55 pouces 4 lignes, 1 ligne seulement lorsqu'ils ne marquent que 52 pouces 8 lignes, & 0 ou rien lorsqu'ils ne marquent que 50 pouces, & ainsi des autres corrections à faire pour tous les autres degrés de chaleur entre ceux-ci, qu'on trouvera en dressant une Table exacte sur ce fondement.

Mais quant aux Barometres doubles dont le mouvement est beaucoup plus considerable, & sur lesquels la chaleur produit des effets differens dont la combinaison.



empêche qu'on n'en puisse facilement faire la correction par une Table, joint que les personnes qui se servent de ces Barometres sont pour la plupart peu accoutumés à ces sortes de corrections ; voici le moyen dont je me suis servi afin que cette correction se pût faire comme d'elle-même & sans Table.

Ces Barometres sont composés de deux boîtes de verre AB , qui ont communication l'une à l'autre par un tube recourbé ACB .

La boîte A se termine en une pointe qui est scellée hermetiquement. La moitié supérieure de cette boîte est vuide d'air grossier. L'autre moitié, le tube ACB , & la moitié inférieure de la boîte B , contiennent du mercure. Cette boule B se termine en un tube fort menu BD , ouvert en D . La moitié supérieure de la boîte B , & une partie du tube BD contiennent une liqueur qui hausse & baisse dans le tube, suivant que l'atmosphère est plus ou moins léger ; le mercure AC contre-balançant & faisant toujours équilibre avec le mercure CB , la liqueur BD & l'atmosphère.

Tout ceci est à présent connu presque de tout le monde : mais ce qui paroît n'avoir encore été remarqué de personne, c'est que le mercure contenu en AB devenant plus léger en Esté qu'en Hyver, l'atmosphère repousse vers le bas la liqueur contenue dans le tube BD assez sensiblement, comme de 3 à 4 pouces, & donne fausement à présumer que l'atmosphère est devenu plus pesant de cette quantité, quoiqu'en effet sa pesanteur n'ait point changé.

Pour prévenir donc ce défaut, il faudroit que la colonne de mercure AB pût s'allonger suffisamment pour remplacer le poids que la chaleur leur fait perdre, sans que la liqueur du tube change de place. Pour cela j'ai pris une liqueur qui se rarefiât aisément par la chaleur, comme fait l'esprit-de-vin ; j'ai substitué cette liqueur à l'huile de tartre qu'on emploie ordinairement, & qui ne se rarefie pas à beaucoup près si sensiblement.

J'ai augmenté la capacité de la boîte B , qui contient

ordinairement cette liqueur, afin qu'il y en pût tenir davantage, & assez pour produire une rarefaction suffisante pour faire baisser le mercure de la même boîte, & allonger par ce moïen la colonne de mercure AB , qui sans cela ne s'allongeroit pas, quoique la chaleur l'eût renduë plus légère; parce que l'atmosphère ne pesant pas immédiatement sur le mercure de la boîte B , mais sur la liqueur du tube D , il feroit baisser cette liqueur & suppléeroit par ce moïen à la legereté du mercure; ce qui, comme j'ai déjà dit, donneroit fausement à présumer que l'atmosphère seroit devenu plus pesant, quoiqu'il n'ait point changé: Au lieu que la liqueur de la boîte B trouvant dans sa rarefaction toujours la même résistance du côté de l'atmosphère, supposé que son poids n'ait point changé; & en trouvant moins du côté du mercure, rendu plus léger par la chaleur, cette liqueur emploïe toute l'action de sa rarefaction contre le mercure qu'elle repousse & qu'elle remet toujours en équilibre avec l'atmosphère, sans que la liqueur du tube D sur laquelle l'atmosphère agit immédiatement soit contrainte de changer de place, que lors seulement que l'atmosphère change de poids; & tout l'arsifice qu'il y a en cela ne gît qu'à bien proportionner la capacité qui contient la liqueur à la capacité du tube du Barometre: car une trop petite ne corrigeroit pas entierement l'erreur; & une trop grande en repoussant trop le mercure feroit que la liqueur dans la rarefaction trouveroit à la fin trop de résistance de la part du mercure, & seroit obligée d'agir du côté de l'atmosphère; ce qui donneroit fausement à présumer que l'air seroit devenu plus léger.

Il me reste à remarquer qu'encore que par ce moïen l'erreur qui pourroit arriver par le plus ou le moins de legereté de mercure se corrige d'elle-même, il y en a encore une seconde à éviter qui pourroit être causée par le plus ou le moins de legereté de la liqueur.

Cette erreur ne seroit pas à la verité si considerable que la premiere, & pourroit fort bien être negligée sans gran-

M.m ij.

de conséquence : mais il sera toujours mieux d'y avoir égard , principalement dans les cas où il s'agit de précision ; & c'est ce qu'on pourra faire par le moyen de la graduation , ainsi que je vais le dire.

On divise ordinairement cette graduation en parties égales entr'elles , qui ne signifient rien , & qui ne sont seulement que pour exprimer par leur nombre plus ou moins grand que la liqueur est plus ou moins haute , & par conséquent que l'atmosphère est plus ou moins léger ; mais non pas de combien , & ces nombres n'expriment jamais le poids de l'atmosphère.

J'ai donc jugé qu'il seroit plus à propos que ces parties , quoique de beaucoup plus grandes , représentassent les pouces & les lignes que le mercure parcourt dans le Barometre simple de la moindre à la plus grande legereté de l'atmosphère.

Ainsi je divise toute ma graduation qui est d'environ 28 pouces en 24 parties égales , qui expriment les 24 lignes comprises dans le Barometre simple entre 28 pouces 4 lignes , qui est la plus grande pesanteur que j'aye expérimentée dans l'atmosphère , & 26 pouces 4 lignes qui est la moindre.

Je donne à cette graduation une largeur d'environ 14 lignes par haut , & seulement une ligne un quart ou environ par bas.

Je divise chacune de ces largeurs en huit parties égales , & je mene des lignes droites des divisions d'enhaut à celles d'embas ; ce qui forme huit trapezes d'environ 28 pouces de longueur.

Finalement je coupe tous ces trapezes par des lignes paralleles entr'elles tirées des 24 divisions qui montent , & après avoir numeroté ces 24 divisions en descendant depuis 26 pouces 4 lignes jusqu'à 28 pouces 4 lignes , je numerote les 8 divisions laterales depuis 50 jusqu'à 58 , le tout ainsi qu'on le peut voir par la Figure cy-jointe.

Ces huit divisions laterales representent les huit pouces compris sur la graduation de mon Thermometre de-

puis 50 jusqu'à 58, c'est-à-dire, depuis le plus grand froid jusqu'au plus grand chaud de nôtre climat, & me servent à faire la correction de l'erreur que le plus ou le moins de legereté de la liqueur du Barometre pourroit causer, & cela en la maniere qui suit.

Je regarde premierement sur mon Thermometre à quelle division il est; ensuite je prends sur mon Barometre vis-à-vis l'endroit où il se trouve la partie laterale comprise entre la premiere ligne montante de la graduation, & la ligne montante qui répond à la division que j'ai observée sur le Thermometre.

Ajoûtant cette partie à la hauteur du mercure que le Barometre indique, j'ai précisément le poids de l'atmosphère.

Ce seroit ici l'endroit de rendre raison de la construction particuliere de ce Barometre & de sa graduation: mais comme elle se déduit d'un détail qui seroit ennuyeux, & que je l'ai déjà donné dans les Memoires du 18 Juin dernier; ceux qui en voudront sçavoir davantage, pourront y avoir recours. Je me contenterai d'avertir que ce Barometre, outre sa grande précision, a encore l'avantage d'être presque de moitié plus sensible que les autres, & qu'il faut soigneusement prendre garde qu'il ne reste point d'air dans le haut de la boîte supérieure au-dessous du mercure.

Après ce que je viens de dire de l'effet de la chaleur sur les liqueurs dont le Barometre double est rempli, il reste à examiner quelle peut être son action sur le verre qui contient ces liqueurs, & s'il n'y a point lieu de craindre que cela n'altère encore l'indication du plus ou du moins de pesanteur de l'atmosphère: ce qui n'est pas sans fondement. Car enfin nous ne connoissons rien dans la nature, de tout ce qui tombe sous les sens, sur quoy la chaleur ne manifeste son pouvoir: ainsi il n'y a point de doute qu'elle n'agisse sur le verre comme sur toute autre chose, & qu'elle ne le dilate de sorte que, veritablement parlant, la capacité d'un vase ou bouteille de verre est plus

grande en Esté qu'en Hyver. Mais la question est de sçavoir si cela pourroit être assez considerable pour causer quelque alteration dans le Barometre.

Or par plusieurs experiences exactes, j'ai trouvé qu'une bouteille de verre blanc, assez épais, de figure cylindrique, & telle que sont celles qu'on bouche ordinairement d'un bouchon de verre, pleine d'eau commune, dont le degré de chaleur mesuré par mon Thermometre étoit égal à 54 pouces, & qui contenoit environ 14 onces de cette eau, n'a augmenté sa capacité que de $\frac{1}{168}$ lorsque je l'ai plongée dans d'autre eau, dont le degré de chaleur mesuré par le même Thermometre étoit de 64 pouces : d'où l'on peut bien juger que cet effet est si peu de chose, qu'il ne peut être sensible dans le verre d'un Barometre, dont la capacité n'est pas à beaucoup près si considerable que celle de cette bouteille.

*MANIERE DE RECOMPOSER
le Souffre commun par la réunion de ses principes,
& d'en composer de nouveau par le mélange de
semblables substances, avec quelques conjectures
sur la composition des métaux.*

PAR M. GEOFFROY.

1704.
12 Novemb.

Rien ne nous découvre mieux la nature d'un corps mixte que l'Analyse exacte que l'on en fait en le réduisant parfaitement à ses principes. Il n'est pas facile d'y parvenir. Le feu, qui est le principal agent que nous pouvons y employer, sépare bien à la vérité les différentes substances du mixte, mais elles en sont si altérées qu'elles ne peuvent nous conduire à la vraie connoissance de la nature du corps qu'elles composoient. Pour les autres dissolvans dont on pourroit se servir, ou ils ne rendent pas ces principes plus simples & plus purs, ou bien ils ne les

séparent pas tous. Ce n'est donc qu'en traitant de différentes manieres les corps dont on veut découvrir la composition , & en comparant les différentes substances que l'on en a séparées dans ces différentes operations , que l'on peut parvenir à quelque chose de certain. Mais ce qui nous assure entierement que nous avons réussi dans la recherche que nous faisons de la composition des corps, c'est lorsqu'après avoir réduit le corps mixte en des substances aussi simples que la Chimie puisse les réduire , nous le récomposons par la rétinion de ces mêmes substances.

Le Souffre commun dont M. Homberg avoit entrepris l'Analyse il y a quelque tems , est un des corps mixtes des plus difficiles à décomposer.

Les principes dont il est formé, volatiles de leur nature , ou s'élevent tous ensemble sans pouvoir être désunis, ou bien échapent à l'Artiste dans l'instant de leur désunion. Le Souffre dans des vaisseaux fermés s'élève en fleurs par le feu , & ces fleurs ne sont que le Souffre même : si on le travaille dans des vaisseaux ouverts, l'acide & la partie bitumineuse qui le composent se divisent bien à la verité, mais elles s'envolent.

Après bien des moïens employés pour retenir ces substances séparées, M. Homberg est enfin parvenu à retirer par deux différentes suites d'operations, rapportées dans les Memoires de cette Academie, trois substances de ce mineral, un sel acide, un Souffre ou une substance bitumineuse, & de la terre mêlée de quelques parties métalliques.

Par cette Analyse du Souffre qui paroît aussi exacte qu'elle le peut être, & par les idées qu'il nous donne du Souffre dans ses principes, il nous a rendu si sensible la composition du Souffre commun dans la terre, que j'ai crû qu'il ne seroit pas impossible d'imiter la nature & de composer ce Souffre, soit en réunissant les mêmes principes, soit en mêlant des substances toutes semblables à ces principes.

Pour y réussir j'ai considéré ce qui se pouvoit passer

dans les entrailles de la terre pour la production de ce minéral, & j'ai observé que l'acide vitriolique & le bitume de la terre qui se rencontrent tous deux très-abondamment dans les lieux d'où se tire le Souffre, s'unissoient ensemble par une longue & forte digestion, pendant laquelle une portion de ces substances mêlées très-intimement avec l'alcali de la terre formoit enfin le Souffre.

Sur cette idée j'ai mêlé de l'esprit de Souffre bien dé-flegmé, du baume de Souffre tiré selon le procédé de M. Homberg, de chacun parties égales, j'ai fait digérer ce mélange quelque temps, j'y ai joint une partie d'huile de tartre, & le mélange ayant digéré de nouveau, je l'ai poussé par la cornue à un feu assez vif; il en est sorti du flegme, quelque peu d'huile, & la distillation finie j'ai trouvé dans la cornue une matiere saline jaune en quelques endroits & rouge en d'autres, rendant une odeur de Souffre assez forte, j'ai fait une lessive de toute la matiere, je l'ai filtrée; j'y ai versé ensuite du vinaigre distillé qui l'a troublée & en a fait exhiler une odeur de lait de Souffre très-désagréable. Il s'est précipité à la fin une poudre blanchâtre qui étoit du Souffre brûlant tout pur.

J'ai joint dans cette occasion le sel de tartre aux autres matieres, pour suplée à l'alcali terreux qui sert de base au Souffre minéral dans la terre.

J'ai voulu voir si des substances de même nature que celles que l'on sépare du Souffre ne pourroient pas en produire de la même maniere, & pour cela j'ai choisi l'huile de vitriol & l'huile de terebentine.

J'ai mêlé parties égales de l'un & de l'autre, j'ai laissé digérer le tout pendant quelque tems, d'abord le mélange s'est échauffé très-considérablement, il est devenu fort rouge, & il a rendu une odeur assez agréable approchant du citron: cette odeur est devenue un peu plus forte par la suite & moins agréable. J'ai mêlé dans cette liqueur qui s'étoit épaissie de l'huile de tartre, les matieres ont fermenté pendant un long-tems, mais sans grande violence; la fermentation finie il s'en est fait une li-
queur

queur assez épaisse & savonneuse, dont j'ai distillé une portion; j'en ai retiré une huile jaune, transparente, d'une odeur forte & d'un goût très-acre, avec un flegme aussi très-acre. Il est venu ensuite une huile plus brune, plus épaisse, douce sur la langue, & d'une odeur d'huile de cire. Enfin il est venu une huile épaisse, douce, de la même odeur & de la même consistance que le beurre de cire. J'ai trouvé au fond de la cornue une masse saline jaune & d'une odeur de Souffre ou d'œufs pourris assez forte. J'ai dissous cette matiere dans de l'eau, & j'ai versé sur la dissolution du vinaigre distillé qui l'a blanchie, il s'est précipité une poudre grise inflammable qui est du Souffre pur.

J'ai voulu essayer si je ne pourrois pas abréger cette operation en la faisant à feu ouvert, & pour cela j'ai fait dessécher l'autre portion du mélange d'huile de vitriol, d'huile de terebentine, & d'huile de tartre. Je l'ai jetée ensuite dans un creuset rougi entre les charbons, elle s'est enflammée d'abord rendant une odeur toute semblable à celle de l'oliban que l'on brûle. Enfin cette matiere achevant de brûler, son odeur d'oliban s'est convertie en une odeur de Souffre très-pénetrante. J'ai retiré pour lors la matiere à demi fondue, & je l'ai trouvée en partie jaune couleur de Souffre, en partie rouge brune avec une odeur de Souffre très-forte.

J'ai employé avec le même succès l'esprit de Souffre & l'esprit d'alun en la place de l'huile de vitriol dans la distillation, ces liqueurs acides ne differant point essentiellement.

Comme il m'a paru que dans ces operations je faisois un tartre vitriolé par le mélange de l'huile de tartre avec les esprits acides, j'ai essayé si le tartre vitriolé & les autres sels de la même nature ne produiroient pas le même effet. L'événement a répondu à mon attente. Le tartre vitriolé, le sel fixe de vitriol autrement sel de colcotar, le sel qui résulte du mélange de l'esprit de Souffre & de l'huile de tartre, le sel de Glauber qui n'est que l'acide du vitriol fixé par l'alcali du sel marin, l'alun calciné qui est un aci-

de vitriolique concentré dans beaucoup de terre : tous ces sels, dis-je, joints avec différentes sortes d'huiles m'ont donné du Souffre brûlant. Voici un-exemple du procédé que j'ai tenu pour cela dans la composition du Souffre par le mélange de l'esprit-de-vin avec le sel fixe du vitriol.

J'ai mêlé une once de sel de colcotar avec deux gros de sel de tartre, j'ai fait fondre la matière à grand feu, & dans le temps qu'elle commençoit à fondre, j'y ai versé à diverses reprises une once d'esprit-de-vin. Lorsque la matière en cessant de brûler a commencé de rendre une odeur de Souffre pénétrante, je l'ai retirée du feu, la flamme en étoit bleuâtre, & lorsqu'elle a été refroidie la matière étoit jaune en quelques endroits, & rouge en d'autres avec une odeur de Souffre ou d'œufs pourris; j'en ai fait la lessive sur laquelle j'ai versé du vinaigre distillé qui en a précipité du Souffre brûlant.

J'ai joint dans cette opération un peu de sel de tartre au sel de colcotar, pour aider à la fusion qui rend le mélange des Souffres avec les sels beaucoup plus exact, & qui fournit par conséquent une plus grande quantité de Souffre brûlant.

Il est surprenant qu'un Souffre aussi subtil & aussi volatil que paroît être celui de l'esprit-de-vin, puisse se fixer si promptement avec un sel tout embrasé & en fusion au milieu d'un feu très-violent & dans un creuset ouvert.

J'ai substitué à l'esprit-de-vin différentes substances bitumineuses & huileuses, comme la matière bitumineuse du Souffre, le pétrole, l'huile distillée du succin, l'huile de terebentine, & les huiles fetides tirées des animaux. Ces substances unies avec ces sels m'ont toutes donné du Souffre.

Toutes les autres matières inflammables, comme le bois, le charbon de bois, le charbon de terre, ou autres unies avec quelqu'un de ces sels, ne manquent point de produire du Souffre de la même manière.

J'ai voulu faire la même opération avec le sel marin décrepité & avec le nitre fixé; mais je n'en ai point du tout retiré de Souffre: peut-être ces sels étant d'une au-

tre nature que le sel vitriolique ne sçauroient-ils produire de Souffre.

Je n'oserois encore cependant rien prononcer de general là-dessus, jusqu'à ce que je m'en sois assuré par un plus grand nombre d'experiences.

Les différentes compositions du Souffre commun que je viens de décrire, nous assurent pleinement de ce que M. Homberg avoit déjà montré par son Analyse, que le Souffre mineral n'est qu'un composé d'un sel acide, de Souffre principe, & d'un alcali salin ou terreux.

Boyle & Glauber qui ont travaillé tous deux à faire du Souffre commun, ont donné chacun une maniere différente de le composer.

Le procedé de Boyle est un mélange d'huile de vitriol & d'huile de terebentine, qui rend par la distillation premierement une huile qui paroît peu differente de l'esprit de terebentine, ensuite une liqueur un peu acide, blanchâtre, trouble, au fonds de laquelle se precipite une poudre jaune qui est du Souffre commun. L'operation finie on trouve de ce même Souffre attaché au haut de la cornuë, le long du col & aux parois du recipient. Il reste au fond une masse legere, noire & luisante, qui n'est pas une simple terre, comme je le dirai cy-après.

J'ai fait la même operation en employant l'esprit-de-vin au lieu de l'huile de terebentine, & j'en ai retiré du même Souffre brûlant.

Je ne doute point après cela que suivant ce même procedé on ne tirât du Souffre de routes les liqueurs inflammables mêlées avec les acides vitrioliques.

Dans cette operation le Souffre s'eleve & passe par le bec de la cornuë dans le recipient, parce qu'il n'y a pas assez de matieres fixes pour le retenir; & dans les deux autres operations que j'ai rapportées, il reste au fond de la cornuë ou du creuset où il est retenu par le sel fixe du tartre, ou la terre du sel fixe du vitriol.

Le procedé de Glauber est un mélange de sel connu sous le nom de *Sal mirabile Glauberi*, & du charbon de

bois réduit en poudre. Ce mélange jetté dans un creûset au milieu d'un grand feu & fondu, rend une odeur de Souffre assez forte. Si on le retire du feu dans ce même temps, la matiere qui est rouge brune rend du Souffre brûlant par la lessive & par la précipitation avec le vinaigre distillé.

Glauber n'avoit donné cette operation qu'avec son sel & le charbon, & je l'ai rendu generale en faisant voir que le mélange de tous les sels vitrioliques & de toutes les matieres inflammables produisoient le même effet.

Glauber prétend que le Souffre qu'il a par son operation, n'est que celui du charbon. Boyle refute ce sentiment par l'impossibilité qu'il y a que ce Souffre fût contenu dans une si petite quantite de charbon : il croit qu'il étoit plus renfermé dans le sel, de même qu'il se persuade que celui qu'il a tiré par son operation étoit dans l'huile de vitriol. Mais ils se trompent tous deux ; car il paroît par les différentes compositions que j'ai faites du Souffre, & par l'Analyse de ce mineral que le Souffre commun n'est contenu ni dans les sels vitrioliques, ni dans les matieres huileuses separément, & qu'il ne se forme que de l'union des deux ensemble.

Je n'entreprends point de rendre ici raison de la maniere dont ces principes s'unissent pour composer le Souffre commun, & toutes les autres matieres bitumineuses & inflammables que l'on peut aussi produire par leurs différentes combinaisons. M. Homberg doit donner tout ce détail dans son Traité particulier du Souffre principe.

J'ajouterai seulement une conjecture que m'ont fourni les travaux que j'ai eu occasion de faire sur les matieres sulphureuses en cherchant à les recomposer, qui est que les métaux pourroient bien n'être que des bitumes ou des composez de Souffre principe, de sel vitriolique & de terre.

Si la difficulté qu'il y a de penetrer la composition des métaux ne m'a pas encore permis de suivre cette conjecture dans tous, du moins suis-je presque convaincu qu'elle

est vraie pour la composition du fer en particulier.

Si on observe ce métal, outre son sel vitriolique qui se découvre par le goût, & parce qu'il se dissout facilement de lui-même à la moindre humidité, on reconnoît qu'il est presque tout sulphureux. Il s'allume très-promptement lorsqu'on le jette en limaille sur la flamme d'un flambeau. La vapeur sulphureuse qui s'élève de sa dissolution par les esprits acides, s'enflamme très-aisément & brûle assez longtemps.

Mais ce qui paroît devoir convaincre entièrement de la vérité de ce que j'avance, ce sont les deux expériences suivantes.

J'ai fait sécher de l'argile dont on fait les briques, j'ai mêlé cette terre pulvérisée avec une quantité d'huile de lin suffisante pour en pouvoir former une pâte que j'ai réduite en petites boules, j'ai rempli de ces boules une cornue, & j'en ai distillé au feu poussé par degrés jusqu'à l'extrême violence, une huile fort pénétrante semblable à l'huile de brique ou des Philosophes. J'ai retiré de la cornue les boules toutes noires, après les avoir réduites en poudre, j'en ai emporté toute la terre par un grand nombre de lotions. Il est resté après ces lotions une poudre noire & pesante qui s'attache à l'aiman, & qui paroît être du fer.

Dans cette expérience que j'ai faite sur le procédé que Becker en a donné dans son Livre *De Physicâ subterraneâ*, l'acide vitriolique contenu dans l'argile, & le principe du Souffre contenu dans l'huile de lin semblent avoir composé le fer par leur mélange & par la violente cuisson qu'ils ont reçue.

Il me restoit cependant quelques doutes sur cette production du fer, & quoique je me fusse assuré autant qu'il m'étoit possible que ces petites parties métalliques n'étoient point contenues dans l'argile, je ne laissois pas de me défier encore de mes épreuves; lorsque je fis réflexion que si mon raisonnement sur la composition de ce métal étoit vrai, je devois pareillement trouver du fer dans le

caput mortuum du mélange de l'huile de vitriol & de l'huile de terebentine après leur distillation.

Pour m'en assurer j'examinai ce *caput mortuum*, ou la matiere noire & luisante qui étoit restée après la distillation de ce mélange : j'y trouvai de même que dans la précédente des petites parties qui s'attachoient à l'aiman, & que je crois être de fer.

Je travaillerai à m'assurer si ces petites parties sont véritablement du fer, j'observerai avec soin ce qui se passe dans la composition de ce métal, & je rendrai compte de mes travaux à la Compagnie.

M A N I È R E D E D I S C E R N E R :
*les vitesses des corps mus en lignes courbes ; de
 trouver la nature ou l'équation de quelque Courbe
 que ce soit engendrée par le concours de deux mou-
 vemens connus ; & réciproquement de déterminer
 une infinité de vitesses propres deux à deux à en-
 gendrer ainsi telle Courbe qu'on voudra , & même
 de telle vitesse qu'on voudra suivant cette Courbe.*

PAR M. VARIGNON.

1704.
 12. Novemb.

E Tant tombé par hazard, il y a quelque tems, sur le chap. 6. part. 3. de l'*Art de jeter des Bombes*, par M. Blondel, l'embarras de la démonstration qu'il y donne pour prouver que *les lignes des projections obliques sont paraboliques*, de même que celles des projections horizontales, en négligeant de part & d'autre la résistance de l'air, me fit penser à les chercher par le calcul, lequel me les donna en deux coups de plume, comme on le verra cy-après dans l'art. 13. Il fit plus : il me donna occasion de remarquer que la supposition qu'on fait d'ordinaire dans l'hypothèse de Galilée touchant les vitesses des chutes en

lignes courbes, sçavoir que ces vitesses y sont comme les racines des hauteurs de ces chutes, n'est vraie que lorsque les corps tombent le long des Courbes, qui (comme en relief) les soutiennent en tombant, ou qu'ils sont soutenus par des suspensions équivalentes, c'est-à-dire, perpendiculaires aux Courbes, ou suivant les rayons de leurs Développées; & même seulement dans le cas des chutes commencées à quelque point de ces Courbes, ou de leurs tangentes le long de ces mêmes tangentes, & non ailleurs, ni suivant aucun plan qui leur soit incliné.

En ce cas de chutes commencées à un point d'un plan incliné à une Courbe, & le long de ce plan, je détermine quelles devroient être alors les vitesses du corps tombant le long de cette Courbe dans cette même hypothèse de Galilée, qui est la seule (touchant la pesanteur) dont il s'agira dans la suite, tant qu'on n'y en marquera point d'autre.

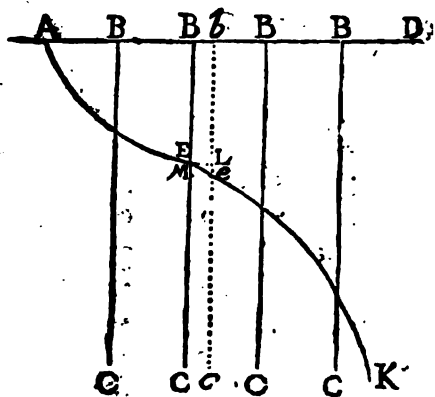
Je passe ensuite aux vitesses des corps qui décrivent des Courbes sans s'appuyer sur elles, ou sans être soutenus par aucune suspension équivalente; mais seulement par des compositions de mouvemens, lesquels étant donnés tels qu'on aura voulu, je détermine toujours la nature des Courbes qui en résultent. Par exemple, je détermine quelle Courbe doit décrire un corps jetté d'une vitesse de projection variable à discrétion, quelle que soit celle de sa pesanteur, & quelque angle que les directions de ces vitesses fassent entr'elles. Ce qui donne tout d'un coup la Parabole ordinaire pour cette ligne de projection, lorsque la première de ces vitesses est uniforme, & la seconde comme les racines des hauteurs chutes, ainsi qu'on l'a trouvé jusqu'ici par d'autres voies, & pour ce cas seulement.

Réciproquement la nature d'une Courbe quelconque étant donnée, je détermine aussi toujours deux vitesses du concours desquelles elle peut résulter. Je trouve même une infinité de vitesses propres deux à deux à engendrer par leur concours une même Courbe, quelle qu'elle soit,

géométrique ou mécanique, il n'importe. Par exemple, je trouve quelles devroient être les vitesses de projection & de pesanteur d'un corps pour lui faire décrire par leur concours une hyperbole, ou quelque autre Courbe que ce soit : Et entre une infinité de vitesses que je trouve propres deux à deux à faire ainsi décrire une Parabole, l'uniforme & celle qui fuit les racines des hauteurs, se trouvent encore la devoir engendrer par leur concours, & ainsi de toute autre Courbe à l'infini.

De sorte qu'il n'y a aucune Courbe que je ne puisse déduire des mouvemens donnés qui l'engendrent deux à deux, ou pour laquelle donnée je ne puisse trouver une infinité de vitesses propres deux à deux à l'engendrer par leurs concours, & même en déterminer toujours deux du concours desquelles cette Courbe sera décrite de telle vitesse qu'on voudra. Commençons par les vitesses des corps mus en lignes courbes.

I. Pour discerner ces vitesses je considère d'abord qu'il n'y a point de Courbe imaginable qui ne puisse être décrite par le concours de deux mouvemens, donc un sera toujours à discrétion. En effet si l'on conçoit une Courbe fixe quelconque AEK seulement tracée, avec une droite ou une Règle BC qui se meuve toujours parallèlement à elle-même, & d'une vitesse



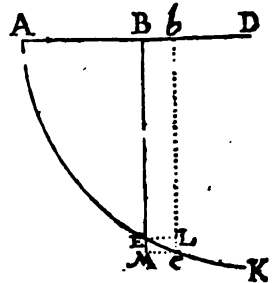
à discrétion de A vers D , pendant que le point E se meut de B vers C le long de cette droite BC , & de manière qu'il se trouve successivement dans tous les points où elle coupera la Courbe AEK , quel que soit l'angle ABC : Cela (dis-je) conçu, il est manifeste que le concours d'action des deux mouvemens ou impressions qui font ainsi suivre la trace de cette Courbe AEK au point E sans s'appuyer dessus,

dessus, la lui feroit décrire de même que quand cette Courbe n'y seroit pas ; puisque la suivre ainsi sans s'appuyer dessus, c'est la décrire comme si effectivement elle n'y étoit pas. Donc il n'y a point de Courbe imaginable qui ne puisse être ainsi décrite par le concours de deux mouvemens dont l'un sera toujours à discrétion. L'autre se trouvera aussi toujours par le moïen de celui-ci & de la Courbe donnée, comme on le verra ci-après dans l'art. 14.

II. Imaginons présentement deux situations BC , bc , de la Regle mobile, infiniment proches l'une de l'autre, avec EL parallèle à AD , & le petit parallelogramme ML qui ait pour diagonale l'élément Ee de la Courbe AEK décrite comme ci-dessus art. 1. Il suit de cette description que le point E (il s'appellera dans la suite *point décrivant*) parcourt cet élément Ee par le concours d'action des mouvemens ou impressions supposées suivant AD & BC , pendant le tems que chacune d'elles lui auroit fait parcourir celui des élémens EL ou EM , suivant lequel elle est dirigée. Donc la vitesse résultante de ce concours d'action au point E suivant Ee , doit être à ce que chacune de ces impressions particulieres en auroit donné séparément à ce point décrivant, suivant EL & EM , comme Ee est à EL & à EM . Ainsi en prenant EM & EL pour les élémens des coordonnées d'une Courbe décrite par le concours de deux mouvemens, ou plutôt de deux forces quelconques dirigées suivant ces mêmes coordonnées ; on trouvera en général que ce que ces forces auroient donné séparément de vitesse suivant ces coordonnées en chaque point E de cette Courbe, au corps qui la décrit, doit toujours être à ce qu'elles lui en donnent effectivement ensemble en ce point suivant cette même Courbe, comme les élémens EM & EL sont chacun au correspondant Ee de cette Courbe. De sorte qu'en appelant v & χ les vitesses qui résulteroient ainsi de ces forces séparées, suivant les coordonnées qui en sont les directions, c'est à-dire, suivant les élémens EM & EL de ces coordonnées ; le concours de ces forces donnera d'une part $\frac{v * Ee}{EM}$, & de

l'autre $\frac{2 \times Ee}{EL}$, pour la vitesse du corps décrivant au point E suivant l'élément Ee de la Courbe AEK .

III. Voilà ce que ces deux forces suivant EM & EL , ont ensemble d'action sur le point E suivant Ee . Mais si une d'elles cessoit d'agir, par exemple, celle qui est suivant EL , en sorte que le corps E n'eût plus que celle qui tend suivant EM , & qu'appuie sur le relief d'une Courbe effective AEK , il ne la suivît qu'en vertu de cette force que je suppose être celle de sa pesanteur; alors il lui arriveroit comme à tout autre corps seulement pesant, qui au lieu de tomber suivant la verticale EM , tomberoit le long d'un plan incliné Ee . Ainsi en tombant le long de la Courbe AEK en vertu de sa seule pesanteur, il y doit tomber comme le long d'une infinité de plans contigus, dont on va voir (article 6.) que les angles infiniment petits ne diminuent rien de la vitesse

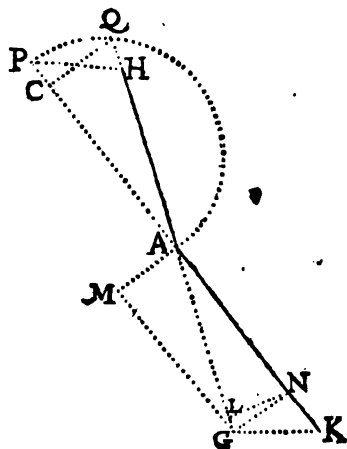


qu'il auroit en tombant de pareille hauteur le long d'un seul & même plan dans l'hypothèse de Galilée. Or on sçait que dans cette hypothèse, les vitesses acquises par des chutes faites chacune le long d'un même plan quelconque, sont toujours comme les racines des hauteurs de ces chutes. Donc aussi dans l'hypothèse de Galilée, les vitesses d'un corps qui tombe le long d'une Courbe quelconque AEK en vertu de sa seule pesanteur, doivent être dans tous les points E de cette Courbe suivant EK , comme les racines des hauteurs BE de leurs chutes commencées en quelque point A que ce soit de cette Courbe, ainsi qu'on le suppose d'ordinaire.

I V. Pour voir présentement pourquoi les angles d'un Polygone infinitésimal, sous la forme duquel on considère chaque Courbe, ne diminuent point les vitesses d'un corps qui tombe le long de cette même Courbe en vertu de sa seule pesanteur, vû ce que j'ai démontré dans les Mémoires de 1693. pag. 182. de la perte qu'en doit faire un corps

qui tombe le long de plusieurs plans contigus à angles finis : Pour voir , dis-je , la raison de cette différence , il n'y a qu'à appliquer aux Courbes ce que j'ai dit de ces plans ; voici en deux mots ce qu'il nous en faut par rapport à ceci.

Soient deux plans contigus HA & AK , inclinés l'un à l'autre comme on voudra , le long desquels un corps tombe du point H , par ce point H & par un point G quelconque de HA prolongé, soient les horizontales HP & GK , qui rencontrent en P & en K la droite KA prolongée vers P ; soit de plus le parallélogramme rectangle MN dont AG soit la diagonale.



Cela fait , il est visible que la vitesse acquise de H en A suivant AG , doit être la même au point A que si elle résulteroit du concours de deux forces capables de donner en ce point au corps qui tombe , des vitesses suivant AM & AN , lesquelles fussent à celle qu'il a au point A suivant AG , comme les côtés AM & AN du parallélogramme MN , sont à sa diagonale AG . Or en ce cas la force qui pousseroit ce corps suivant AM , étant soutenue toute entière par le plan AK qui lui résiste (*byp.*) perpendiculairement, il ne resteroit plus à ce corps que l'impression de la force suivant AN pour suivre cette ligne d'une vitesse qui seroit à celle qui lui résulteroit de leur concours, c'est-à-dire (*byp.*) à celle qu'il a effectivement en A suivant AG après la chute de H en A par HA , comme AN est à AG . Donc la vitesse que la chute de H en A par HA , donne à ce corps au point A suivant AG , est à ce que la rencontre du plan AK lui en laisse suivant sa direction AK , comme AG est à AN . Par conséquent en faisant du centre A , & du rayon AN , l'arc

NZ qui rencontre AG en Z , l'on aura ZG pour ce que la rencontre du plan AK fait perdre de vitesse au corps qui tombe, en passant de HA en AK ; c'est-à-dire que cette perte de vitesse doit être à ce qu'il en doit avoir en A suivant AG , comme ZG est à GA . Ainsi l'angle fini KAG rendant ZG finie de même que le sont (*hyp.*) AG & AN ou AL , cette perte de vitesse doit aussi être finie & réelle par rapport à ce que le corps tombé de H en A , en auroit en A pour suivre AG sans l'obstacle du plan AK , & par rapport à ce que cet obstacle en laisse à ce corps suivant ce plan AK . Et par conséquent l'inflexion des plans HA & AK le long desquels on le suppose tomber, doit l'empêcher d'avoir autant de vitesse en K qu'il en auroit eu en tombant de P en K le long du seul plan PK , ou qu'il en auroit acquis en G en tombant du point H le long du seul plan HG .

V. De là on peut voir au juste de quel point du plan PK ce corps auroit dû tomber le long de ce plan pour avoir en K la même vitesse qu'il y acquiert en vertu de sa chute de H par HAK : Car si l'on décrit sur le diamètre PA un demi-cercle PQA qui rencontre HA prolongée en Q , & que de ce point Q on mène QC perpendiculaire sur PA , on trouvera que le corps tombé de H en K par HAK , ne doit avoir de vitesse en K , qu'autant qu'il y en auroit en tombant de C en K le long du plan PK , bien loin d'y en avoir autant que s'il étoit tombé de P en K le long de ce même plan, ainsi que Galilée l'a supposé.

En effet puisque (*hyp.*) HP est horizontale, on sçait que les vitesses acquises en A suivant AK par la chute d'un corps de P en A , & suivant AG par la chute de H en A , doivent être égales. Donc (*art. 4.*) en ce point A la vitesse acquise suivant AK par la chute de ce corps de P en A , seroit à ce qu'il lui en reste suivant la même direction AK après sa chute de H en A :: AG :: AN :: AQ :: AC :: \sqrt{AP} :: \sqrt{AC} . Or on sçait aussi que ce que ce corps acquiéroit de vitesse en A suivant AK par la chute de P en A , seroit pareillement à ce qu'il en acquiéroit en ce même point A suivant AK par la chute de C en A ::

$\sqrt{AP} \cdot \sqrt{AC}$. Donc la vitesse en A suivant AK , acquise par la chute de H en A , est la même que si le corps qui a fait cette chute, fût tombé de C en A , en commençant en C , & non pas la même que s'il fût tombé de P en A , comme on le suppose d'ordinaire avec Galilée.

VI. Voilà ce que cause l'angle fini GAK ; mais si on le suppose infiniment petit, l'arc LN qui en est la mesure, se trouvera aussi pour lors infiniment petit, & pouvant ainsi passer pour une petite ligne droite perpendiculaire sur AG les angles (*hyp.*) droits ANG & ALN donneront $AL \cdot LN :: LN \cdot LG$. Et par conséquent LG sera une *differentio-différentielle*, ou une différentielle du second genre par rapport à la grandeur finie AL ou AN . Or on a vu (*art. 4.*) que LG est à AN , comme la perte de vitesse causée en A par l'opposition du plan AK à la chute de H en G , est à ce qu'il en reste suivant AK . Donc cette perte de vitesse faite en A , doit être aussi un infiniment petit du second genre par rapport à ce qu'il en reste suivant AK au corps tombé de H en K par HAK , dans cette hypothèse de l'angle GAK infiniment petit.

Or en considérant les Courbes comme autant de Polygones infini-latères; dont les angles d'attouchement sont les complémens des intérieurs de ces Polygones, ainsi que GAK l'est ici de HAK ; un corps tombant le long de la concavité d'une Courbe quelconque, y doit tomber comme le long d'une infinité de plans contigus, dont les angles (complémens des intérieurs au travers desquels ce corps passe) sont infiniment petits. Donc les pertes de vitesse qu'il y doit faire à la rencontre des plans ou des côtés infiniment petits sur lesquels il passe, ne doivent être que des infiniment petits du second genre par rapport aux vitesses avec lesquelles il y passe. Et par conséquent quoique le nombre infini d'angles qui se trouvent dans chaque Courbe ainsi regardée comme polygone, cause à ce corps une infinité de pareilles pertes, leur somme ne fera jamais qu'un infiniment petit du premier genre par rapport à ce qu'il y a de vitesse en chaque point de cette Courbe.

parce que (*art. 6.*) l'angle de la touchante PA avec la Courbe, n'y doit faire aucun obstacle.

IX. De là on voit aussi que lorsqu'une Courbe AEK a plusieurs touchantes AP , ET , &c. terminées à une même horizontale PM de laquelle commencent les chutes, il est indifférent par laquelle de ces tangentes le corps tombe le long de cette Courbe, par rapport à sa vitesse en quelque point K que ce soit de cette même Courbe, pris au-dessous de toutes ces tangentes; puisque la vitesse y sera toujours (*art. 8.*) comme \sqrt{LE} , c'est-à-dire, la même par toutes ces tangentes.

Donc si cette Courbe AEK étoit, par exemple, une Paracentrique le long de laquelle un corps tombant de P par la tangente PA , approchât également de quelque point N que ce soit en tems égaux, les arcs EK seroient aussi paracentriques par rapport à ce même point N en vertu des chutes commencées en T par les tangentes TE , c'est-à-dire que ce corps en poursuivant chaque arc EK en vertu d'une chute faite de T par TE , s'approcheroit aussi toujours également du point N en tems égaux; parce que ses vitesses acquises en E suivant EK en vertu de ses chutes faites de P par PAE , & de T par TE , sont les mêmes étant de part & d'autre (*art. 8.*) comme \sqrt{LE} , c'est-à-dire, telles qu'il les acquieroit en E suivant LE en tombant de L par LE : Et tout cela, parce que (*art. 6.*) les angles infiniment petits des tangentes avec les Courbes, n'y apportent aucun obstacle.

X. Il n'en est pas de même des angles finis: Car si l'on suppose que la droite HA rencontre la Courbe AEK en A sous quelque angle fini que ce soit; c'est-à-dire, qu'elle fasse un angle fini quelconque HAP avec la tangente PA de cette Courbe; on trouvera par les articles 4. & 5. qu'un corps tombé de H par HAE , n'aura pas la même vitesse en E suivant EK , que s'il fût tombé de l'horizontale HM par LE , ni par conséquent une vitesse qui soit comme \sqrt{LE} . Au contraire si après avoir prolongé l'horizontale MH jusqu'à la rencontre en P de la tangente AP ,

on décrit sur le diamètre AP le demi-cercle AQP qui rencontre AH prolongée en Q , & que de ce point Q on mène QC perpendiculaire sur AP ; on trouvera (*art. 5.*) que la vitesse en A suivant AE , acquise en tombant de H en A par HA , doit être la même que si le corps fût tombé de C en A par la tangente CA ; & par conséquent aussi (*art. 8.*) la même en E suivant EK , qu'elle y auroit été suivant FE si ce corps fût tombé de l'horizontale CG par FE , c'est-à-dire, seulement comme \sqrt{FE} , & non pas comme \sqrt{LE} , quoique les chutes faites de H en E par $HA E$, & de L en E par LE , soient (*hyp.*) de même hauteur.

XI. On voit donc pour toutes sortes de Courbes, non seulement que les vitesses commencées à quelque point que ce soit de ces Courbes ou de leurs tangentes, sont par tout le long de ces tangentes & de ces Courbes, comme les racines des hauteurs de ces chutes; mais aussi que c'est-là le seul cas où ces vitesses soient en cette raison, quoy qu'acquises par la seule pesanteur des corps qui tombent en s'appuyant sur le relief des Courbes qu'ils suivent.

Pour ce qui est des Courbes que ces corps tracent eux-mêmes par le concours de deux forces ou impressions différentes, sans être soutenus ni s'appuyer sur ces Courbes, on a aussi vu dans l'*art. 2.* que quand même la pesanteur de chaque corps feroit une de ces deux forces, les vitesses le long de la Courbe qu'il décriroit par le concours de cette force avec toute autre, ne seroient point encore comme les racines des hauteurs que la pesanteur seule lui auroit fait parcourir; mais seulement comme on les a démontrées dans cet *art. 2.*

XII. Tel est le discernement qu'il faut faire des vitesses des corps mus en lignes courbes; voici aussi quelque chose de l'usage qu'on peut faire des vitesses résultantes du concours de plusieurs forces.

Soit une Courbe quelconque AEK décrite (*art. 1.*) par le concours de deux mouvemens, c'est-à-dire, par un corps agité

Cela fait , l'art. 2. donnant encore ici $\frac{v \times E_e}{EM}$ & $\frac{x \times E_e}{EL}$ pour la vitesse suivant E_e , résultante du concours de celles-là, l'on trouvera $\frac{v}{dx} = \frac{z}{dy}$ ou $v dy = z dx$ pour l'équation générale de cette Courbe AEK , laquelle deviendra celle de telle hypothèse qu'on voudra, si l'on y substitue en x , & en y , & en constantes les valeurs des vitesses v & z qui conviennent à cette hypothèse.

La même équation générale de la Courbe AEK se peut encore trouver sans se mettre en peine de ce que le corps *décrivant* peut avoir de vitesse le long de cette Courbe : il suffit de considérer que ce corps ne parcourt (*hyp.*) l'élément Ee qu'en vertu des deux impressions C & D , qui séparément lui feroient parcourir EM & EL dans le même tems que par leur concours elles lui feroient parcourir Ee ; car alors voyant que ces autres élémens EM & EL devroient être ainsi parcourus en même tems, on verra aussi qu'ils doivent toujours être entr'eux comme les vitesses (telles qu'elles puissent être) v & z requises pour cela : c'est-à-dire, $EM(dx) : EL(dy) :: v.z$. Et par conséquent $zdx = vdy$, comme cy-dessus.

XIII. Pour faire quelque usage de cette formule ou équation générale, supposons (si l'on veut) que la force suivant AC ou BE , par le concours de laquelle avec une autre suivant AD , se décrit (*hyp.*) la Courbe AEK , soit le pèsanteur du corps *décrivant* ; & qu'ainsi les vitesses v en chaque point E suivant BE , soient comme les racines des hauteurs AF ou $BE(x)$ correspondantes, auquel cas la Courbe PO sera une Parabole ordinaire dont le sommet est en A , & son lieu $v = \sqrt{x}$. Si l'on substitue cette valeur de v dans la précédente équation générale $zdx = vdy$, l'on aura $zdx = dy\sqrt{x}$, ou $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{dy}{z}$ pour l'équation de toutes les Courbes décrites par le concours de la pèsanteur des corps décrivans, & de quelque autre impression ou force que ce soit suivant AD , quelque vitesse z qu'elle soit capable de donner seule suivant cette direction, & quelque angle aussi CAD que cette direction fasse avec la verticale AC : De sorte qu'il n'y a plus qu'à substituer ici la valeur de z résultante (en y & en constantes) de l'équation de la Courbe QH suivant telle hypothèse qu'on voudra faire, & l'équation $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{dy}{z}$ se changera en celle de la Courbe AEK particulière à cette hypothèse.

Par exemple, si l'on imagine cette Courbe AEK décrite par un corps jetté du point A suivant AD , & qu'on

prenne à l'ordinaire la vitesse z de projection suivant AD pour constante & par tout la même, en faisant (si l'on veut) $z = \sqrt{a}$, & en changeant ainsi la Courbe QH en une ligne droite parallèle à AD ; la substitution de cette valeur de z , dans l'équation précédente $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{dy}{z}$, la changera ici en $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{dy}{\sqrt{a}}$, dont l'intégrale $2\sqrt{x} = \frac{y}{\sqrt{a}}$, ou $4ax = yy$ fera l'équation de la Courbe AEK dans ce cas-ci. D'où l'on voit que cette Courbe de projection devient ici une Parabole ordinaire, dont le parametre au point A de projection, doit être quadruple de la hauteur a d'où le corps jetté auroit dû tomber pour acquérir par sa seule pesanteur la vitesse \sqrt{a} de projection qu'on lui vient de supposer suivant AD , quel que soit l'angle CAD que cette ligne AD de projection fasse avec la verticale AC , ainsi qu'on l'a trouvé jusqu'ici par d'autres manieres beaucoup moins simples que celles ci.

Pour trouver cette Courbe encore plus facilement, il suffit de considerer que puisque (*hyp.*) la vitesse de projection suivant AD , est uniforme, l'on aura partout AB comme le tems que le corps jetté emploie à parcourir AE ; & par conséquent Bb ou EL (dy) pour l'instant que ce corps emploie à parcourir Ee , ou qu'il emploieroit à parcourir EM (dx) en vertu de sa seule pesanteur, d'une vitesse qui seroit comme \sqrt{BE} (\sqrt{x}). Donc en prenant dy pour cet instant, & \sqrt{x} pour cette vitesse, l'on aura $\frac{dx}{\sqrt{x}} = dy$, dont l'intégrale $2\sqrt{x} = y$, ou $4x = yy$ est encore un lieu à la Parabole ordinaire, lequel deviendra (comme cy-dessus) $4ax = yy$ en substituant a pour 1, afin d'observer la loi des homogenes.

On trouvera de même toute autre Courbe AEK résultante du concours d'action de deux forces quelconques dirigées suivant AC & AD , quelque angle CAD que ces directions fassent entr'elles, & quelles que soient aussi les vitesses v & z que ces forces seroient capables de donner séparément en E suivant ces mêmes directions ou leurs

paralleles, au corps *décrivant* ; c'est-à-dire, de quelque nature qu'on suppose les Courbes PG & QH qui expriment ces vitesses par leurs ordonnées FG & BH correspondantes : & cela, comme l'on voit, en substituant dans l'équation générale $z dx = v dy$ les valeurs de ces vitesses v & z , résultantes des équations données de ces deux Courbes-ci.

XIV. L'équation générale de l'art. 12. ne donne pas seulement toutes les Courbes qui se peuvent engendrer par des compositions de mouvemens connus, c'est-à-dire, chacune par le concours de deux vitesses connues, quelles qu'elles soient ; mais elle donne aussi toujours deux vitesses qui par leur concours peuvent ainsi engendrer quelque Courbe donnée que ce soit : elle donne même une infinité de vitesses propres deux à deux à engendrer ainsi une même Courbe donnée, quelle qu'elle soit, géométrique ou mécanique, il n'importe. En effet l'équation $z dx = v dy$ donnant $z = \frac{v dy}{dx}$, & la Courbe donnée AEK donnant aussi la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en x , en y , & en constantes, si l'on substitue cette valeur de $\frac{dy}{dx}$ dans cette équation $z = \frac{v dy}{dx}$, il ne restera plus qu'à y déterminer une des deux vitesses v ou z , en x ou en y , & en constantes, pour avoir l'autre. Or on a vu cy-dessus (art. 1.) qu'une de ces vitesses est toujours à discrétion, & qu'ainsi on peut toujours en déterminer une, par exemple v , dans cette équation. Donc par ce moyen l'autre z sera aussi toujours déterminée. Par conséquent l'équation générale $z dx = v dy$, & celle de la Courbe donnée AEK , pourront toujours ainsi donner ensemble deux vitesses v & z propres à engendrer cette Courbe par leur concours : & même en donner une infinité d'autres propres deux à deux à engendrer ainsi la même Courbe ; puisque par ce moyen z aura autant de valeurs différentes que v , qui étant (art. 1.) à discrétion, en peut avoir de différentes à l'infini.

Par exemple, soit la Courbe AEK une hyperbole dont le lieu soit $y = \sqrt{\frac{pbx + pxx}{b}}$, & qu'il faille la faire décrire à un corps jetté suivant AD , par le concours de sa pesanteur u suivant la verticale AC , quelque angle CAD que ces directions fassent entr'elles: on demande quelles vitesses v & z de pesanteur & de projection, il faut à ce corps pour cela.

On voit déjà qu'une de ces vitesses, par exemple celle de la pesanteur, étant (*art. 1.*) arbitraire, on la peut prendre à l'ordinaire en chaque point E suivant chaque verticale BE correspondante, comme la racine de cette hauteur (\sqrt{x}), & faire ainsi $v = \sqrt{x}$. D'un autre côté l'équation précédente à l'hyperbole proposée, donnera aussi $\frac{dy}{dx} = \frac{pb + 2px}{2\sqrt{pbx + pxx}} = \frac{pb + 2px}{2\sqrt{x} \sqrt{pb + px}}$. Donc en substituant ces valeurs de v & de $\frac{dy}{dx}$ dans la précédente équation générale $z = \frac{v dy}{dx}$, l'on aura l'autre vitesse suivante $z = \frac{pb + 2px}{2\sqrt{pb + px}}$, qui sera celle de projection. Ainsi l'on aura pour lors \sqrt{x} , & $\frac{pb + 2px}{2\sqrt{pb + px}}$ pour les expressions des deux vitesses v & z propres à engendrer par leur concours l'hyperbole requise AEK .

Si au lieu d'une hyperbole, on veut que le corps jetté suivant AD , décrive une Parabole AEK par le concours de sa pesanteur suivant la verticale AC , quelque angle que ces deux directions fassent entr'elles. Il est visible qu'en prenant encore la vitesse de pesanteur $v = \sqrt{x}$, ainsi qu'on le voit permis dans l'*art. 1.* il n'y a qu'à faire b infinie dans la précédente valeur de z pour avoir la vitesse de projection requise en ce cas-ci. Car de même que b infinie dans la précédente équation hyperbolique $y = \sqrt{\frac{pbx + pxx}{b}}$, la changeroit en une parabolique $y = \sqrt{px}$; de même aussi b infinie dans la précédente

expression $z = \frac{p^b + 2px}{2\sqrt{pbb + pbx}}$ de la vitesse de projection requise avec celle de pesanteur $v = \sqrt{x}$ pour faire décrire une hyperbole au corps jetté, changera cette vitesse de projection en $z = \frac{p^b}{2\sqrt{pbb}} = \frac{p}{2\sqrt{p}} = \frac{\sqrt{p}}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}p}$, qui sera aussi celle de projection requise avec cette même vitesse $v = \sqrt{x}$ de pesanteur suivant AC , pour lui faire décrire une Parabole. Ce qui fait voir que cette vitesse z de projection suivant AD , doit être constante, c'est-à-dire, uniforme, & telle que ce corps l'acqueroit en vertu de sa seule pesanteur en tombant de la hauteur du quart du parametre (p) de cette Parabole.

La même chose se trouvera encore immédiatement si l'on considère seulement que l'équation parabolique $y = \sqrt{px}$ donne $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{x}}$; car la substitution de cette valeur de $\frac{dy}{dx}$, & de celle de $v = \sqrt{x}$ dans l'équation générale $z = \frac{v dy}{dx}$, donnera encore tout d'un coup $z = \frac{\sqrt{p}}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}p}$.

Quelque autre Courbe, soit géométrique, soit mécanique, qu'on veuille faire ainsi décrire à un corps jetté, on trouvera de même quelle vitesse de projection suivant AD , il requiert pour cela avec ce que sa pesanteur lui en donne suivant AC , ou avec telle autre qu'on lui voudra supposer suivant AC' , & quelque angle que les directions AD , AC , de ces vitesses fassent entr'elles. On voit aussi par la manière dont $v = \sqrt{x}$ vient de donner la valeur de z , que d'autres valeurs de v substituées de même dans l'égalité générale $z = \frac{v dy}{dx}$, avec la valeur de $\frac{dy}{dx}$ résultante de l'équation donnée de la Courbe requise, auroient aussi donné d'autres valeurs de z ; & qu'ainsi la vitesse v pouvant (*art. 1.*) en avoir de différentes à l'infini, on pourra aussi trouver de même une infinité de vitesses z propres chacune par son concours avec la vitesse v qui l'aura ainsi déterminée, à engendrer cette même Courbe: par exemple, la même hyperbole, ou la même Parabole

que ci-dessus ; & ainsi de toute autre Courbe à l'infini.

XV. Non seulement on peut ainsi trouver une infinité de vitesses collaterales propres , deux à deux , à décrire par leur contours une Courbe donnée quelconque ; mais aussi parmi ce nombre infini de vitesses suivant les coordonnées de la Courbe , on peut toujours en déterminer deux , qui ensemble seront propres à décrire ainsi cette Courbe avec telle vitesse qu'on voudra , c'est-à-dire , à donner au corps *décrivant* telle vitesse qu'on voudra le long de cette même Courbe : voici comment.

1°. Soit c la vitesse requise le long de la Courbe donnée AEK , ou de son élément Ee , lequel soit appelé ds . Il est manifeste que cette vitesse (c) suivant la diagonale Ee (ds) du petit parallélogramme ML , sera aux vitesses (v), (z), suivant les côtés EM (dx). EL (dy), de ce parallélogramme , c'est-à-dire , suivant les coordonnées AF (x), FE (y), de cette Courbe, comme cette diagonale est à ces mêmes côtés, ce qui donne $v = \frac{c dx}{ds}$, & $z = \frac{c dy}{ds}$.

2°. Il faut ensuite faire évanouir les différences dx , dy , ds , par la substitution de leurs valeurs tirées de l'équation de la Courbe donnée ; & ces valeurs de v , z , ainsi délivrées de toutes différences , exprimeront des vitesses collaterales suivant EM , EL , non seulement propres à engendrer ensemble la Courbe proposée ; mais aussi à donner au corps *décrivant* la vitesse requise (c) le long de cette Courbe.

3°. Pour le voir il n'y a qu'à substituer ces valeurs de v , z , ainsi délivrées de toutes différences, dans l'équation générale $v dy = z dx$ de l'art. 12. Et l'on en verra non seulement naître la Courbe requise ; mais aussi , en faisant comme un des côtés EM (dx) ou EL (dy) du parallélogramme infiniment petit ML , est à la diagonale Ee (ds) de ce parallélogramme, ainsi celle des vitesses délivrée de différences, qu'on vient de trouver (n. 2.) suivant ce petit côté EM ou EL , est à la vitesse le long de l'élément Ee de la Courbe : cette dernière vitesse délivrée de différences

par le moien de l'équation donnée de cette Courbe requise, se trouvera être la même (*c*) avec laquelle on vouloit que cette Courbe fût décrite.

Exemple. Soit la Courbe *AER* proposée une Parabole qui doit être décrite avec une vitesse quelconque appelée *c*, constante ou variable à discrétion, il n'importe. Soit $y = \sqrt{x}$ l'équation de cette Parabole: prenant les différences, on aura $dy = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$, & $ds(\sqrt{dx^2 + dy^2}) = \sqrt{dx^2 + \frac{dx^2}{4x}}$ $= \frac{dx\sqrt{4x+1}}{2}$. Donc en substituant ces valeurs de *dy*, *ds*, dans les équations $v = \frac{cdx}{ds}$, & $z = \frac{cdy}{ds}$, du nomb. 1. l'on aura $v = \frac{2cdx}{dx\sqrt{4x+1}}$, $z = \frac{cdy}{dx\sqrt{4x+1}}$, pour les vitesses collatérales.

propres à décrire par leur concours la Parabole requise avec la vitesse et pqu'on demande suivant cette Courbe.

Pour le voir il n'y a qu'à substituer suivant le nomb. 3. ces valeurs de *v*, & *z* dans la Règle générale $v dy = z dx$ de l'art. 12. Et l'on aura $\frac{2cdy\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1}} = \frac{cdx}{\sqrt{4x+1}}$, c'est-à-dire

$2dy\sqrt{x} = dx$, ou $dy = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$, dont l'intégrale est $y = \sqrt{x}$ qui est le lieu de la Parabole requise: D'où l'on voit que les deux vitesses collatérales qu'on vient de trouver, sont propres à la décrire par leur concours.

Pour voir de même que la vitesse qui en résultera suivant cette Courbe au corps décrivant, sera aussi la vitesse requise (*c*), il n'y a qu'à faire comme un des côtés, par exemple *EM* (*dx*), est à la diagonale *Ee* (*ds*) du petit parallélogramme *ML*, ainsi la vitesse $\left(\frac{2cdx}{\sqrt{4x+1}}\right)$ trouvée suivant ce petit côté *EM*, est la vitesse suivant cette diagonale *Ee*, car ayant par-là $\frac{2cdx\sqrt{x}}{dx\sqrt{4x+1}}$ pour la vitesse suivant cette même diagonale, la substitution de la valeur de *ds* trouvée cy-dessus $= \frac{dx\sqrt{4x+1}}{2}$, donnera *c* pour la vitesse suivant cet élément *Ee* de la Parabole requise.

Donc

Donc les vitesses collaterales $\frac{2c\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1}} (v)$, $\frac{c}{\sqrt{4x+1}} (z)$

qu'on vient de trouver, seront non seulement propres à décrire par leur concours la Parabole proposée; mais aussi à la décrire avec la vitesse requise (c) suivant cette même Courbe. Il en est ainsi de toute autre Courbe à l'infini.

XVI. Il est facile après ce qu'on vient de dire des Courbes qui ont leurs ordonnées parallèles entr'elles, d'appliquer la méthode aux Courbes dont les ordonnées concourent en un point. Ainsi dans la Spirale d'Archimède, par exemple, outre les deux mouvemens du concours desquels cet Auteur la décrit, la méthode précédente en peut encore fournir une infinité d'autres propres à décrire cette Spirale; entre lesquels on pourra même toujours en trouver deux propres à la décrire ainsi par leur concours avec telle vitesse qu'on voudra; c'est-à-dire, propres à donner ensemble au corps *descrivant* telle vitesse qu'on voudra suivant cette Courbe. Il en est ainsi de toute autre Courbe à l'infini dont les ordonnées concourent en quelque point que ce soit.

Après cela la méthode de M. de Roberval pour trouver les tangentes par le moyen des mouvemens composés, devient praticable en une infinité de manières pour toutes sortes de Courbes; au lieu qu'elle ne l'étoit cy-devant que pour quelques-unes, dont la génération présentoit seulement pour chacune deux mouvemens composans. Cependant comme (*art. 2. & 12.*) ces mouvemens ou vitesses composantes v , z , de quelque variété de valeurs qu'elles se puissent trouver, doivent toujours être entr'elles comme les élémens dx , dy , des coordonnées des Courbes qui résultent de leur concours, & que pour avoir chacune de ces vitesses, l'autre étant donnée, il faut trouver le rapport de ces élémens entr'eux, lequel rapport donneroit, lui seul, les tangentes de ces Courbes; on ne compte pas ici pour beaucoup le secours que la méthode précédente de M. de Roberval pourroit tirer de la détermination de ces vitesses, quelque grand qu'il fût par rapport

à elle. Ce n'a point été aussi dans cette vûë qu'on a entrepris d'en parler ici ; mais seulement pour discerner ce qu'il en doit résulter le long des Courbes décrites par leur concours, d'avec ce qu'une seule des forces productrices de ces vitesses, par exemple la pesanteur du corps *décrivant*, lui en donneroit en tombant le long de ces Courbes, soutenu par leur relief ou par des suspensions équivalentes, selon les différents points où commenceroit la chute : Discernement absolument nécessaire pour ne se pas méprendre dans la mécanique des mouvemens en lignes Courbes. On donnera encore d'autres usages de tout ceci dans la suite.

C O N S I D E R A T I O N S S U R L A T H E O R I E D E S P L A N E T E S.

PAR M. MARALDI.

1704.
26 Novemb.

LA Theorie des Planetes est une recherche qui a de grandes difficultez ; à cause des differens mouvemens dont il faut chercher les regles, & de plusieurs élémens qui concourent à la détermination de ces mouvemens. La justesse de cette détermination dépend en partie d'un grand nombre d'observations faites avec précision ; mais quoique depuis 30 ou 40 ans ces observations ayent été faites avec beaucoup de subtilité, on n'oseroit pas se promettre qu'elles eussent toute la précision qui est nécessaire, & qu'elles fussent suffisantes pour trouver pendant plusieurs années le mouvement des Planetes entre les termes que l'on suppose communément. Car outre que nos instrumens, quelques grands qu'ils puissent être, ont une trop petite proportion à la grandeur des orbes que les Planetes décrivent, dans les observations on est sou-

vent en doute pour la détermination des petites parties qui peuvent échapper facilement aux Observateurs les plus exacts ; & avant de mettre en usage ces observations, elles ont besoin de quelques corrections & réductions qui peuvent causer des variations dans la situation de la Planete.

Quand même les observations ne feroient point sujettes à ces variations, & qu'elles auroient la justesse que l'on peut souhaiter, on n'est pas assuré de rencontrer juste dans l'usage que l'on en fait pour trouver les differens élémens qui sont nécessaires dans la Theorie des Planetes, & qu'il faut distinguer les uns des autres.

L'Apogée & le Perigée, d'où commencent & finissent les premieres inégalitez des Planetes, ne sont pas des points visibles, mais des termes qu'il faut trouver par la comparaison de plusieurs observations faites en certains lieux de l'orbe de la Planete, & en certaines configurations avec le Soleil, qui sont des circonstances qui se rencontrent rarement ensemble de la même maniere. Une petite erreur que l'on peut faire dans les observations, en produit une beaucoup plus grande dans la détermination de l'Apogée ; c'est-pourquoi il est fort difficile de le déterminer au juste. On peut connoître ces difficultez par la differente détermination que plusieurs Astronomes en ont faite depuis un siecle, quoiqu'ils se soient fondez principalement sur les observations de Tycho. Or une erreur qu'il est aisé de faire dans la situation de ces points, en produit d'autres dans toutes les parties de l'orbe de la Planete ; car si on fait l'Apogée plus avancé dans le Zodiaque qu'il ne doit être, on fera dans quelque degré l'équation additive, lorsqu'il la faudroit faire substrative, & reciproquement ; il en resultera aussi dans les trois premiers signes une équation substrative plus petite que la veritable, & plus grande dans les trois signes suivans jusqu'au Perigée. Il arrive la même chose de l'équation additive dans les fix autres signes du Zodiaque ; car dans les trois premiers signes depuis le Perigée, elle fera moindre que la verita-

ble . & plus grande dans les trois derniers.

Il n'y a pas moins de difficulté dans la recherche de l'excentricité des Planetes , on la peut trouver par des methodes qu'on a inventées à cette fin , & qui ont toutes leurs difficultez , parce qu'elles sont naturellement attachées à cette recherche. On la peut aussi trouver en observant les Planetes dans l'Apogée ou dans le Perigée , & dans les moïennes distances ; & comparant le vrai mouvement trouvé entre ces deux termes avec le moïen qui appartient au tems échû entre ces observations , on trouve la plus grande équation qui détermine l'excentricité des Planetes. Mais outre que dans cette methode on y suppose le lieu de l'Apogée & du Perigée bien déterminé, il est extraordinairement rare de pouvoir faire ces observations dans des circonstances aussi favorables, faute desquelles on est obligé d'emploïer les observations les plus proches de ces termes, qu'il faut réduire aux mêmes termes, ce qui ne se peut faire qu'à peu près & à l'aide des hypotheses. Or l'erreur qu'il est difficile d'éviter en déterminant l'excentricité de la Planete se répand, quoiqu'en moindre quantité dans toutes les parties de son orbe ; car si on prend l'excentricité plus petite que la veritable, l'équation de la Planete dans tous les degrez de son anomalie sera aussi plus petite : le contraire arrivera si on prend l'excentricité trop grande.

Supposant la plus grande équation trouvée avec toute la précision que l'on peut souhaiter, il reste une autre difficulté dans la maniere de la distribuer dans tous les degrez de l'orbe de la Planete. Comme on donne dans les Tables Astronomiques cette équation calculée pour chaque degre d'Anomalie, & que pour la trouver par des observations immediates, il faudroit un grand nombre d'observations exactes qu'il est difficile d'avoir jusqu'à present dans la plupart des Planetes, les Astronomes pour suppléer à ce défaut ont inventé diverses methodes par le moïen desquelles l'excentricité étant donnée, on calcule pour tous les degrez d'anomalie l'équation qui lui con-

vient. Mais cette équation se distribue différemment selon les différentes hypothèses que l'on emploie , & on est en doute quelle est la plus conforme à la nature , étant fort difficile de le vérifier par les observations.

On peut aussi se tromper dans le choix que l'on fait de l'Epoque , car quoiqu'on la tire d'un grand nombre d'observations faites dans les occasions les plus favorables , & qu'on y évite les erreurs auxquelles ces observations peuvent être sujettes , on ne peut la déterminer sans supposer tous ces élémens que nous avons indiqués , & que nous avons dit être très-difficile à déterminer avec précision. La même erreur que l'on fait dans le choix de l'Epoque se répand aussi dans tous les autres calculs.

La recherche des nœuds des Planètes , & celle de l'inclinaison de leur orbite à l'égard de l'Ecliptique , n'est pas moins difficile que les autres élémens. Pour déterminer les nœuds des Planètes qui ne sont point des termes visibles , la meilleure manière est d'observer pendant plusieurs jours la situation de la Planète , lorsque sa latitude change d'espèce. Car si l'on ne peut pas observer immédiatement le temps que la Planète n'a point de latitude , on le trouvera par la comparaison des observations précédentes & suivantes , ce qui donnera l'arrivée de l'étoile au nœud : mais comme à une petite variation de latitude , il en répond une beaucoup plus grande en longitude à cause du peu d'inclinaison des orbites des Planètes , il ne faut pas prétendre de trouver ce nœud avec beaucoup de précision , principalement dans les Planètes qui ont peu d'inclinaison. Le lieu du nœud ainsi trouvé , n'est son lieu véritable , que lorsque ce lieu vu de la terre concourt avec le lieu du Soleil , ou à son opposé. Excepté ces deux cas qui sont extraordinairement rares , il faut réduire par le moyen des hypothèses corrigées par les observations , la situation de ce nœud vu de la terre , à celle qu'il auroit étant vu du Soleil , pour avoir sa véritable situation.

L'inclinaison de l'orbite des Planètes à l'Ecliptique , se

peut déterminer en observant la latitude de la Planete lorsqu'elle est en quadrature avec le Soleil, & que le Soleil est en même tems dans un des nœuds de la Planete, qui sont des circonstances rares. On la peut aussi trouver par le moïen de la plus grande latitude de la Planete vûe de la terre qu'on ne peut pas souvent observer, mais seulement en quelque rencontre. La plus grande latitude étant trouvée, il faut la reduire par le rapport des distances de la Planete au Soleil & du Soleil à la terre, de l'apparence qu'elle fait à la terre à celle qu'elle feroit au Soleil. Cette latitude ainsi reduite & comparée à sa distance au nœud, donnera l'inclinaison de l'orbite de la Planete, qui est celle qu'on met dans les Tables pour en calculer la latitude.

La proportion de l'orbite du Soleil à celle des Planetes qui sert à connoître leur seconde inégalité, se peut chercher en deux manieres. La premiere par les observations jointes aux hypotheses. Mais ces proportions seront différentes suivant l'espece de ligne que l'on supposera que les Planetes décrivent, & selon la differente excentricité qu'on aura établie. La seconde maniere seroit en trouvant la seconde inégalité par les observations; ce qui ne se peut pratiquer que dans Jupiter, dont les Satellites peuvent servir à la connoître en certaines rencontres.

Pour les autres Planetes il faut emploïer la distance du Soleil à la terre, & le lieu de la Planete vû du Soleil qu'il faut trouver par les hypotheses, & qu'il faut comparer avec le lieu de la Planete vûe de la terre, & trouvé par les observations. Par cette methode la moïenne distance de la Planete au Soleil, que l'on tire des distances trouvées en differens endroits de l'orbe de la Planete, devroit être à peu près la même, & cependant elle se trouve souvent fort differente; ce qui fait voir les difficultez qu'il y a aussi dans cette recherche, quoiqu'elle ne soit pas des plus difficiles dans la Theorie des Planetes.

Après avoir établi le mieux qu'il est possible tous ces elemens, il reste à déterminer le moïen mouvement des Planetes, le mouvement de leur Apogée, & celui de leurs

nœuds , dont on se sert à trouver pour les siècles à venir les lieux des Planetes dans le Zodiaque.

Dans ces recherches nous ne sommes pas seulement exposez aux erreurs que nous faisons en déterminant ces élémens par trois observations , mais encore à celles qui dépendent des observations des anciens Astronomes , qui n'ayant pas les secours que nous avons présentement , ne faisoient souvent qu'à la vûe & à peu près les observations qu'il faut employer pour les comparer aux nôtres. Pour cette comparaison on choisit pour l'ordinaire les plus anciennes observations qu'on puisse avoir ; parce que l'erreur qui peut s'y être glissée étant partagée dans un plus grand intervalle de temps , reste beaucoup moins sensible. Mais comme plusieurs doutent de la justesse des plus anciennes observations , & que parmi celles qui ont été faites dans la suite il y en a qui paroissent plus exactes , ils ont aimé mieux se fonder sur ces observations moins anciennes , préférant cette précision à l'avantage qu'on pourroit tirer d'un plus long intervalle. Par la comparaison de différentes observations , le moyen mouvement vient un peu différent , & il est difficile de déterminer lequel on doit préférer , n'étant pas possible de représenter toutes les observations faites en différens temps , quoique les hypothèses qui s'éloignent le moins des observations , & qui en représentent un plus grand nombre , doivent être censées les meilleures.

On ne sçauroit trouver qu'à peu près la situation de l'Apogée des Planetes par les observations anciennes , à cause que celles qui sont venues jusqu'à nous sont en petit nombre , & qu'elles n'ont pas l'exactitude qui seroit nécessaire. C'est pourquoi le mouvement de l'Apogée qu'on tire de la situation qui résulte de ces observations , comparée à la situation où on le trouve présentement , ne peut pas être d'une grande précision , & ce mouvement se trouve différent suivant les différentes observations anciennes que l'on emploie.

Ce sont-là les difficultés générales , outre d'autres par-

ticulieres que les Astronomes rencontrent lorsqu'ils entreprennent de donner des regles des mouvemens des Planetes. Nous les avons exposées afin qu'on connoisse que ce n'est pas sans raison que les plus grands Astronomes se défient de leurs forces dans une si grande entreprise ; & que Kepler après avoir medité avec un grand succès pendant près de trente années sur les observations de Tycho, n'ose pas se promettre une grande precision dans le raport de ses hypotheses avec les mouvemens celestes pour les siècles suivans.

Pour surmonter ces difficultez autant qu'il y auroit lieu de l'esperer par des observations indépendamment des hypotheses, quand le mouvement est plus simple, & n'a qu'une inégalité qui dépend de l'excentricité & de la distance de l'Apogée suivant les hypotheses communes, il faudroit avoir un assez grand nombre d'observations pour déterminer les équations à autant de degrez d'anomalie qu'il est besoin d'en mettre dans les Tables ; quand la Planete a une seconde inégalité qui demande la connoissance des differentes distances de la même Planete au Soleil & du Soleil à la terre, il faudroit des observations à toutes les variations & combinaisons des distances & des configurations apparentes avec le Soleil, qui ne retournent les mêmes en quelques Planetes qu'après plusieurs siècles.

Il n'y a que le Soleil dont nous puissions avoir ces observations, à cause que le mouvement apparent de cet astre est plus simple que celui des autres, & que la periode de son retour au même degré d'anomalie s'acheve en peu de temps. C'est aussi la Planete dont on connoît mieux le mouvement ; car depuis l'an 1655 que M. Cassini en a construit des Tables sur lesquelles divers Astronomes celebres ont calculé les Ephemerides, elles se sont trouvées autant conformes qu'on pouvoit esperer aux observations. C'est pourquoi dans la Theorie des autres Planetes, où il faut employer le mouvement du Soleil, nous n'avons crû pouvoir mieux faire que de l'emprunter de ces Tables,

qui

qui sont à l'épreuve de 50 années d'observations faites avec de très-grands instrumens & fort exacts.

Dans l'impossibilité où nous sommes d'avoir pour les autres Planetes autant d'observations qu'il seroit necessaire, nous emploierons le plus grand nombre que nous pourrons avoir de celles qui ont été faites depuis 30 ou 40 ans. La plus grande partie de ces observations a été faite par M. Cassini, en prenant au meridian la difference du passage entre ces Planetes & le Soleil, ou différentes étoiles fixes qui se rencontroient dans la même parallele, & observant leur hauteur meridienne. Une autre partie des observations a été faite hors du meridian, en observant la difference d'ascension droite & de declinaison entre la Planete & quelque étoile fixe, lorsqu'elle se rencontroit proche du même parallele, soit que ces étoiles fussent proches l'une de l'autre en ascension droite, soit qu'elles en fussent fort éloignées.

Cette maniere de déterminer la situation des Planetes s'est pratiquée par le moïen des fils qui se croisent à angles de 45 degrez au foïer de la Lunette, tant appliquée au quart de cercle, que d'une Lunette posée sur une machine, appelée parallatique par M. Cassini, par le moïen de laquelle on suit facilement le cours de l'étoile à l'Occident. On laisse ces Lunettes dans une situation immobile, & on compte l'heure, la minute & la seconde que l'étoile la plus Occidentale passe par les trois fils. On fait la même chose à l'égard de l'étoile plus Orientale; ce qui détermine la difference d'ascension droite & la declinaison d'une étoile à l'égard de l'autre; & la situation d'une de ces étoiles étant connue par rapport aux cercles de la sphere, on connoïtra la situation de l'autre. Nous n'entrerons point dans le détail de cette methode, ni la maniere aisée d'abreger ces calculs en se servant de la machine parallatique, parce qu'elle a été expliquée à l'Academie par M. Cassini à l'occasion de diverses conjonctions des Planetes, des observations des Taches du Soleil & de la Lune, & communiquées à presque tous les Astronomes

d'Europe depuis fort long-temps qu'il a trouvé ces méthodes & qu'il les pratique. Il suffira de remarquer que par ces méthodes on peut trouver l'ascension droite & la déclinaison de la Planete presque aussi facilement & aussi exactement qu'on pourroit faire par des observations faites au meridien, pourvu que la situation des étoiles fixes, auxquelles on compare la Planete, soit une fois bien déterminée; parce que le temps qui sert à déterminer la différence de déclinaison, est aussi sensible que le peuvent être les divisions des instrumens dont on se sert pour connoître la déclinaison.

On a encore cet avantage par ces méthodes, que lorsqu'il y a des observations importantes, qui souvent ne se peuvent faire au meridien, à cause de quelques nuages qui surviennent dans le temps que ces étoiles passent au meridien, on le peut faire à toute autre situation de l'astre sur l'horizon & à des heures commodes, & qu'on les peut refaire plusieurs fois lorsqu'on n'est pas content des premières; ce qui ne se peut pratiquer à l'égard des observations qu'on fait au meridien. Et parce que nous employons un grand nombre d'observations faites par ces méthodes, & que la détermination exacte des Planetes dépend de celle des étoiles fixes, auxquelles elles ont été comparées, pour une plus grande précision nous avons déterminé l'ascension droite & la déclinaison de toutes ces étoiles par des observations faites au meridien le plus exactement qu'il a été possible.

Les hypotheses du mouvement de Saturne.

Pour établir les hypotheses de Saturne, nous avons d'abord calculé un grand nombre d'observations faites dans l'opposition de cette Planete avec le Soleil en diverses parties de l'orbe de la Planete, & nous avons comparé ces observations aux Tables de Kepler. Cette comparaison nous a fait connoître qu'aux années 1672 & 1673 ces Tables donnoient le lieu de Saturne plus avancé dans le Zo-

diague que les observations de 20 à 21 minutes. Qu'aux années 1686 & 1687, entre les observations & les Tables, il n'y avoit que 10 à 12 minutes, dont les Tables étoient plus avancées ; & qu'enfin aux années 1700, 1701 & 1702 cette différence étoit environ de 21 minutes comme trente années auparavant.

Nous avons choisi en premier lieu ces observations pour en faire la comparaison avec les Tables, parce que suivant toutes les hypothèses cette Planete se trouvoit alors près des moyennes distances, où l'erreur qui pourroit être dans le calcul (quand même la situation de l'Apogée ne seroit pas bien déterminée dans ces Tables) ne peut faire qu'une petite différence dans la première équation. C'est pourquoi cette comparaison est très-propre pour établir la plus grande équation de la Planete, & l'Epoque de son mouvement.

Pour connoître l'erreur qui vient de l'Epoque, & celle qui est causée par la plus grande équation, & distinguer l'une de l'autre, nous avons considéré que la différence entre les observations & les Tables seroit toujours la même dans les différentes parties de l'anomalie, si elle venoit toute de l'erreur qu'il y auroit dans l'Epoque. Que si elle étoit causée toute par l'erreur qu'il y a dans la plus grande équation, elle seroit un excès dans un demi-cercle de l'anomalie, & en défaut dans les six autres signes. Mais parce que les Tables donnent toujours le lieu de Saturne plus avancé que les observations, & que dans la différence qu'il y a, on trouve une variation de 9 à 10 minutes, l'erreur doit être attribuée partie à l'Epoque, partie à la plus grande équation. Par les observations des années 1672 & 1673, & par celles des années 1700, 1701 & 1703, faites toutes par des moyennes distances où l'équation est soustractive, la différence est plus grande d'environ 10 minutes que dans les moyennes distances où l'équation est additive, comme il paroît par les observations des années 1686 & 1687. Cela nous a fait connoître qu'il faut augmenter de la moitié de cette différence, qui est de 5

minutes, la plus grande équation de Saturne déterminée par Kepler qui la fait de $6^{\circ} 31' 30''$, & la faire de $6^{\circ} 36' 30''$, ce qui est à une minute près de celle qui a été déterminée par M. Bouillaud. Outre cette correction il en faut faire une seconde à l'Epoque, en ôtant 16 minutes au moïen mouvement de 1607 que Kepler fait de $6^{\circ} 28' 3' 52''$, & la faire de $6^{\circ} 27' 47' 52''$. Nous examinerons dans la suite s'il faut plutôt faire cette correction au moïen mouvement échû depuis les observation de Tycho jusqu'aux nôtres : mais en attendant nous la faisons à l'Epoque, étant indifférent pour les observations que nous emploïons dans cet examen sur lequel de ces deux élemens tombe cette correction.

L'Epoque & la premiere inégalité ainsi établie, nous avons examiné d'autres observations faites dans les autres parties de l'orbe de la Planete, & principalement celles qui ont été faites proche de l'Apogée & du Perigée pour déterminer leur situation. Nous avons une observation celebre de la conjonction précise de Saturne avec une étoile fixe proche du Perigée de Saturne, que M. Kirchius fit par le moïen d'une Lunette de 10 pieds, & qui arriva l'an 1679 le 17 de Janvier à 5 heures du matin. L'étoile qui fut cachée par Saturne est la moïenne de la corne meridionale du Taureau, & qui suivant nos observations reduites en ce temps-là, se trouvoit en $7^{\circ} 59'$ des Gemeaux avec une latitude australe de deux degrez & 20 minutes, ce qui est aussi la longitude & la latitude qu'avoit alors Saturne.

Pour représenter cette observation, en supposant les corrections déjà faites, & en emploïant le mouvement du Soleil des Tables de M. Cassini, nous avons trouvé qu'il faut avancer de 52 minutes le lieu de l'Aphelie de Saturne déterminé par Kepler, & l'établir en $28^{\circ} 28'$ du Sagittaire, comme le donnent les Tables de M. Bouillaud. Cette détermination est aussi confirmée par les observations que nous avons faites proche de l'Aphelie de Saturne l'an 1694, & quoique parmi ces observations il y en ait de

celles qui demandent le lieu de l'Aphélie avancé d'environ un demi-degré plus que ne demanderoit l'observation de l'année 1679, ayant eu égard au mouvement fait depuis ce temps-là, nous nous sommes arrêtés à la détermination qui résulteroit d'un plus grand nombre d'observations, la différence qui s'y trouve pouvant être causée de quelque petite erreur à laquelle on est exposé dans la détermination des lieux des Planètes.

Ayant ainsi déterminé l'Epoque, la plus grande équation & le lieu de l'Aphélie, nous avons calculé plusieurs oppositions de Saturne avec le Soleil observées en différentes parties de l'orbe de la Planète, & en employant l'équation calculée dans la forme elliptique, nous représentons par ces hypothèses 27 oppositions observées depuis l'an 1672, parmi lesquelles il n'y a que celles des années 1698 & 1699 qui s'éloignent de 4 minutes de l'observation, la différence des autres étant plus petite ou nulle, ce qui confirme ces trois élémens établis auparavant.

Après ces comparaisons nous avons cherché la proportion de la distance de Saturne au Soleil dans les parties de l'orbe annuel, laquelle est un des élémens nécessaires pour calculer la seconde équation qui convient à la Planète hors de ses oppositions & conjonctions avec le Soleil. Nous l'avons cherchée en déterminant par les observations le lieu véritable de Saturne dans ses quadratures avec le Soleil, & en le comparant à la situation de Saturne vûë du Soleil, qu'on calcule par les hypothèses comprises sur les observations de l'opposition la plus prochaine. Par cette méthode & par un grand nombre d'observations faites en différens endroits de l'anomalie de Saturne dans les conjonctures les plus favorables, nous n'avons pas trouvé cette moyenne distance précisément la même : mais ayant pris un milieu entre la plus grande & la plus petite, nous l'avons déterminée 955000 parties, dont la moyenne distance du Soleil à la terre est 100000.

Nous avons cherché le nœud de Saturne par des observations faites au méridien lorsque cette Planète n'avoit

point de latitude, ce qui arriva au mois de May de l'année 1696, cette Planete étant en $26^{\circ} 36'$ de Capricorne, qui étoit le lieu du nœud vû de la terre : mais l'ayant réduit au Soleil à l'aide des hypothèses, on trouve le lieu véritable du nœud austral de Saturne en $22^{\circ} 10'$ du Capricorne. Il faut remarquer que comme la variation de la latitude de Saturne n'est pas sensible en 15 jours, on peut se tromper du moins d'un demi-degré dans cette détermination. D'où vient que par les observations faites la même année dans l'opposition avec le Soleil, nous trouvons le lieu du nœud moins avancé dans le Zodiaque que par les observations précédentes d'environ 15 minutes.

Les occasions les plus favorables qu'il y ait eu depuis long-temps de trouver l'inclination de l'orbite de Saturne à l'Ecliptique, sont celles qui se sont présentées les années 1688 & 1703. Par les observations de l'année 1688 faites fort près des limites des plus grandes latitudes de Saturne, & dans l'opposition de cette Planete avec le Soleil qui arriva en $21^{\circ} 46'$ de Libra, on trouve la latitude Septentrionale de Saturne de $2^{\circ} 48' 0''$. Par le moyen de cette latitude & des rapports des distances du Soleil à Saturne & du Soleil à la terre, on trouve la parallaxe de latitude de $17' 15''$, qui étant ôtée de la latitude trouvée, donne la véritable inclinaison de Saturne à l'Ecliptique de $2^{\circ} 30' 45''$. Par les observations de l'année 1703 on trouve la latitude meridionale de Saturne de $2^{\circ} 48' 50''$, qui étant réduite comme la précédente, donne la même inclinaison de $2^{\circ} 31' 0''$, qui ne differe de la précédente que de 15 secondes ; & ayant pris un milieu entre les deux, on établira cette inclinaison de $2^{\circ} 30' 50''$, qui est comme moyenne entre celle qui a été déterminée par Kepler & par M. Böttlaud.

Nous avons dit que pour bien représenter les observations de Saturne faites depuis 30 ans, il falloit ôter 16 minutes à l'Epoque du moyen mouvement établie par Kepler. On peut aussi représenter ces observations en corrigeant le moyen mouvement qui convient au temps échû

depuis les observations de Tycho jusqu'aux nôtres, & il est indifférent laquelle de ces deux corrections on emploie pour représenter nos observations. Il n'en est pas de même à l'égard des observations de Tycho ; car si on fait cette correction à l'Epoque, les Tables ne peuvent représenter ces mêmes observations de Tycho qu'environ à un tiers ou un quart de degré près ; au lieu que si on distribue cette correction au moyen mouvement, on pourra mieux représenter les observations de Tycho avec les nôtres : & c'est le parti que nous avons cru d'abord qu'il falloit prendre. Mais en diminuant dans la même proportion le moyen mouvement de près de 20 siècles pour calculer la plus ancienne observation que nous ayons de cette Planete, qui est celle qui a été faite par les Assyriens 226 ans avant l'Epoque de J. C. le calcul fondé sur cette hypothèse s'éloigne de plusieurs degrés de l'observation. Cette différence nous a paru trop grande pour pouvoir être tolérée dans une observation semblable de la conjonction de Saturne avec une étoile fixe, & qui suivant le témoignage de Ptolémée est exacte, & sur laquelle il ne faut pas avoir aucun doute. C'est pourquoy nous n'avons pas trouvé à propos de faire cette correction au moyen mouvement ; il reste donc toujours les mêmes difficultés de représenter les observations de Tycho avec les nôtres.

Pour les résoudre nous avons tenté diverses voies. Nous avons cherché en premier lieu si les oppositions de Saturne calculées sur les observations de Tycho étoient bien déterminées, & s'il ne s'étoit pas glissé quelques erreurs, auxquelles on est exposé dans les longs calculs qu'il faut faire pour les trouver. Nous avons donc fait tout de nouveau les calculs de ces oppositions, dans lesquels nous avons employé les distances des Planetes avec les étoiles fixes telles qu'elles ont été observées par Tycho. Pour les distances des étoiles fixes entr'elles, nous les avons supposées telles qu'elles résultent de nos observations, aussi bien que la longitude & la latitude de ces étoiles, & ré-

duite au temps des observations de Tycho. Par ces nouveaux calculs on a trouvé à la vérité dans plusieurs oppositions quelques minutes de différence ; mais comme elle est quelquefois favorable, quelquefois contraire à la correction de l'Epoque, nous n'avons pû tirer de ce travail beaucoup d'éclaircissement.

Nous avons ensuite cherché d'accorder ces observations de Tycho avec les nôtres, en supposant dans l'Apo-gée un mouvement plus vîte que par les Tables ordinaires. Par ce moïen on représenteroit un bon nombre des observations de Tycho ; mais il n'y auroit pas moïen d'accorder les observations faites près des moïennes distances, outre d'autres inconveniens qui en résultent dans les observations anciennes.

Après ces recherches nous nous sommes enfin déterminé à chercher le moïen mouvement par la comparaison des observations éloignées entr'elles du plus grand intervalle de temps qu'il est possible, parce que l'erreur qu'on auroit pû faire dans ces observations, partagé dans un plus grand nombre d'années, reste moins sensible en chacune ; au lieu que si on vouloit conclure le moïen mouvement de 20 siècles par les observations éloignées seulement de cent ans, comme sont celles de Tycho à l'égard des nôtres, l'erreur que l'on peut faire dans les observations qu'on compare se multiplie dans la raison du petit intervalle au grand.

D'ailleurs nous avons reconnu, autant qu'on le peut faire par les observations de 32 années, que le moïen mouvement de Saturne dû à cet intervalle ne demande pas la correction proportionnée à celle qu'il faudroit faire au moïen mouvement pour représenter également les observations de Tycho & les nôtres. Ce qui est aussi confirmé par plusieurs observations faites depuis 50 ans par le P. Riccioli & par Muti, qui s'accordent assez bien au moïen mouvement que nous avons tiré de la comparaison de nos observations avec celle qui fut faite 229 ans avant J. C. par laquelle comparaison le moïen mouvement de Sa-

turne

turne pour cent ans résulte de $4\ 23^{\circ}\ 26'\ 24''$.

Pour les différences qui restent entre les hypothèses que nous établissons, & les observations de Tycho, de Longomontanus, de Kepler & d'autres Astronomes plus anciens, il y en a qui montent à un tiers de degré, ceux qui cherchent à accorder entièrement les hypothèses aux observations, pourroient examiner si ces différences ne viennent point de quelques-unes de ces équations séculaires, dont Kepler nous avoit promis un Traité, & qu'il dit qu'il faut faire aux Planètes.

A l'égard du mouvement de l'Apogée nous n'en avons point de détermination exacte faite par les anciens, & le moyen qui nous reste pour le trouver, est de représenter le mieux qu'il est possible les observations anciennes faites en divers temps, comme est celle qui fut faite 229 ans avant J. C. Par la comparaison du lieu de l'Apogée qui résulte de cette observation avec la situation où nous le trouvons présentement par nos observations, le mouvement de l'Apogée se trouve fort peu différent de celui qui a été déterminé par M. Bouillaud, c'est pourquoi on peut s'en servir tel qu'il est dans les Tables.

Nous avons cherché le mouvement des nœuds par la comparaison de nos observations avec celles que Tycho fit l'an 1592, lorsque Saturne étant en $23^{\circ}\frac{1}{2}$ de Cancer, avoit une latitude Septentrionale de 8 minutes. Par cette observation, toutes réductions étant faites, nous trouvons le nœud Septentrional de Saturne en 21 degrés & de Cancer. Nous l'avons trouvé l'an 1696 par les observations faites la même année en $22^{\circ}\ 10'$ du même signe; donc en 104 années il auroit eu un mouvement de $1^{\circ}\ 8'$ selon la suite des signes. Mais ces observations sont trop peu éloignées l'une de l'autre pour pouvoir conclure avec quelque exactitude le mouvement des nœuds par un espace plus grand que cent ans.

Ptolemée observa de son temps que la plus grande latitude de Saturne étoit au commencement de Libra, & par les observations recentes on trouve cette plus grande

latitude en 22 du même signe ; donc en 1550 ans environ les limites de la plus grande latitude de Saturne , & par conséquent ses nœuds se seroient avancez de 22 degrez selon la suite des signes ; ce qui seroit en raison d'environ 1° 28' en cent ans.

OBSERVATION

*D'une petite Tache dans le Soleil en Novembre 1704.
à l'Observatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

1704.
29 Novem-
bre.

LE 25 à midy j'observay une petite Tache sur le disque du Soleil. Elle passa par le miridien après le premier bord du Soleil 2' 2", ou 18" avant le dernier bord du Soleil ; car tout le diametre du Soleil passoit en 2' 20".

La hauteur meridienne apparente de cette Tache étoit de 20° 14' 10", & celle du bord supérieur du Soleil étoit de 20° 37' 10", donc 23' de difference.

Je n'ay pû voir le Soleil qu'aujourd'huy 29 au matin au travers de quelques petits nuage ; mais avec une Lunette de 6 pieds je n'ay pû rien remarquer de la Tache qui auroit dû paroître plus grande que le 25 , puisqu'elle auroit dû être vers le milieu du Soleil ; ce qui me fait croire qu'elle s'est dissipée.



SUR LA PLUS GRANDE PERFECTION POSSIBLE DES MACHINES.

*Etant donné une Machine qui ait pour puissance motrice quel-
que corps fluide que ce soit, comme par exemple l'eau, le
vent, la flamme, &c. & qui doive servir à élever des poids
solides ou liquides, comme des pierres, de la mine, des eaux,
&c. on se propose de trouver la charge qu'il faut donner à
cette Machine, & la proposition que ses différentes parties
doivent avoir, afin qu'elle produise le plus grand effet possi-
ble, c'est-à-dire qu'elle élève une plus grande quantité de
poids dans un même temps qu'avec toute autre charge, &
toute autre proportion possible ; & dans cet état de détermi-
ner la vitesse de chacune de ces parties, & la quantité de ce
plus grand effet. De plus une Machine étant construite au
hasard, & étant mise comme la précédente, on détermine
la vitesse de ses parties, l'effet qu'elle produira, & en même
temps son degré de perfection.*

PAR M. PARENT.

ART. I. **D**Epuis le temps qu'on s'est avisé d'employer
des Machines pour élever des poids, toute
la perfection que les plus habiles Machinistes ont pu at-
teindre, s'est bornée à les mettre d'abord en équilibre
avec la charge qu'il s'agissoit de faire monter, & à dimi-
nuer ensuite au hasard cette charge, ou à augmenter le
raison de quelqu'une des roues, ou accourcir celui de quel-
qu'une des lanternes, ou à faire enfin quelque chose d'é-
quivalent, afin que la puissance motrice l'emportant sur sa
charge, elle mît la Machine en mouvement, encore le

S i j

1704.
29. Novemb.
1704.

nombre de ces sçavants Machinistes est-il très-petit. A l'égard des autres qui ne sont qu'en trop grand nombre pour le malheur du public, on peut dire qu'ils font tout au hazard, & que les plus habiles d'entr'eux ne réussissent dans leurs entreprises, que parce qu'ils emploient souvent autant de force pour une seule Machine, qu'il en faudroit pour en mouvoir plusieurs semblables. C'est de là que sont venues tant de réformations de Machines qu'on voit tous les jours, soit par les Auteurs mêmes de ces Machines, soit par d'autres qui le plus souvent n'ont pas plus de connoissance qu'eux, ce qui ne peut manquer de causer un grand préjudice aux propriétaires, aux Machinistes mêmes, & à ceux qui s'associent avec eux.

Mais quoiqu'on soit sûr du mouvement d'une Machine, lorsqu'après l'avoir mise en équilibre, on a diminué le poids dont elle est chargée de quelque chose (en faisant abstraction des frottemens) ou changé quelques-uns de ses leviers, il s'en faut cependant beaucoup encore qu'elle ne soit dans son état de perfection ; car à mesure que l'on diminue sa charge, on augmente à la vérité sa vitesse, ce qui pourroit augmenter l'effet ; mais cela même pourroit aussi fort bien le diminuer. De même en augmentant le rayon d'une des rouës, ou diminuant celui d'une des lanternes ou pignons, on peut augmenter à la vérité la charge ; mais aussi on diminue d'autant sa vitesse, ce qui peut aussi tôt diminuer l'effet que l'augmenter : de sorte qu'il est très-important de trouver la proportion qui donne le plus grand effet.

Ce fut en visitant & en calculant les différentes Machines hydrauliques de Paris & des environs, que j'eus occasion de faire la première fois ces sortes de reflexions ; mais quoique je sçusse donner l'équilibre à une machine, j'étois encore bien éloigné de sçavoir lui donner les proportions les plus parfaites. Il falloit pour cela des principes pour le calcul des Machines dans l'état du mouvement, lorsqu'elles sont mûes par toutes sortes de puissances ; & nous n'en avions encore que pour les calculer dans l'état

du repos, ou tout au plus dans l'état du mouvement lorsqu'elles sont mues par des puissances animées, ce qui n'est qu'un cas très-particulier. M'étant donc appliqué à la recherche de ces principes, je les expliquai en 1700 dans mes *Elemens*, où je déterminai les vitesses d'un corps mu par un fluide, comme l'eau, le vent, &c. dans un autre fluide, comme par exemple dans une rivière, dans un étang, &c. & j'allai même jusqu'à indiquer les voies pour donner à une telle Machine les proportions nécessaires, afin de lui faire produire le plus grand effet dont la force motrice est capable.

Enfin après un travail de quatre années (interrompu à la vérité par quantité d'autres occupations) je suis heureusement parvenu à applanir toutes les difficultés qui m'avoient d'abord rebuté, & à les réduire à la portée de toutes les personnes qui ont les premières teintures des Mathématiques; & j'ai trouvé des règles qui toutes générales qu'elles sont ne laissent pas de pouvoir être pratiquées par ceux qui ne savent que l'Arithmétique commune. J'ai ajouté à cette première découverte celle des proportions les plus avantageuses des Machines mues par des animaux; & enfin à cette dernière celles des Machines quelconques mues par des fluides, & au moyen desquelles il s'agit d'élever des poids solides ou liquides, comme des marbres, de l'eau, &c. Ces trois découvertes composent trois Mémoires différens; voici la dernière.

ART. II. Mais auparavant de venir au fait, j'ai jugé qu'il seroit à propos d'expliquer quelques termes dont je me fers, & les principes que je suppose. 1°. A l'égard des termes, si EB est un fluide quelconque, comme l'eau, le vent, &c. qui vienne dans le sens de la droite EB choquer les aîles ou palettes B, D du moulin CBD dont A est le centre, & AB, AD des rayons tirez du centre A aux centres d'impression B & D de ses aîles, & si le rayon AD étant supposé dans une situation horizontale, on suspend au centre de l'aîle D un poids P suffisant pour arrêter l'effort du fluide EB , & tenir le moulin en repos, j'appelle

ce poids P en general *poids d'équilibre*, & en particulier *la force* ou *l'effort absolu*, du fluide EB , qu'on suppose ici connu par les regles ordinaires des hydrauliques.

1°. L'effet produit par le fluide EB après un certain *temps*, étant plus ou moins grand, non seulement à mesure que les poids solides qu'il élève sont plus ou moins grands, mais encore à proportion que ces mêmes poids montent plus ou moins vite, j'appelle *l'effet general* d'un fluide le produit de la multiplication du poids solide qu'il élève par la vitesse du même poids, mais j'appelle en particulier le produit du poids P par la vitesse même du fluide EB *l'effet naturel* du fluide, parce que c'est le même effet que si P étant mis dans une gondole sur l'eau EB , flotoit au gré de l'eau avec toute la vitesse du fluide.

A l'égard des poids liquides, comme des colonnes d'eau élevées par des hydrauliques, l'effet dépend uniquement de la grosseur de ces colonnes & de leur vitesse; c'est pourquoi l'exposant de l'effet est alors le produit de la base de la colonne par sa vitesse.

3°. Si GHF est une lanterne fixe autour de l'arbre A du moulin CBD , laquelle engraine dans les dents de la rouë HMR dont L est le centre ou l'arbe; en sorte que H soit le point d'atouchement de deux dents de la lanterne & de cette rouë, & AH , LH deux raïons menez de leurs centres au point H ; & qu'enfin ION soit un tambour fixe autour de l'arbre L de la rouë HMR , lequel tambour porte un poids P capable d'arrêter l'effort du fluide EB , j'appellerai aussi le poids P *poids d'équilibre*: mais si l'on ôte quelque partie de ce poids P , afin que le fluide EB puisse mettre la Machine en mouvement, j'appelle le poids restant p , *poids diminué* en général, ou *poids de mouvement*; & si ce poids p a la grandeur requise pour la perfection de la Machine, je l'appelle alors *poids naturel* de la Machine.

4°. Si au lieu de diminuer le poids P , on augmente un des raïons AB , LH des rouës; ou si l'on diminue un des raïons AH , LI des lanternes & des tambours, j'appellerai ces raïons *raïons augmentez* ou *diminuez* en général, ou *raïons de mouvement*; & si en même tems ces raïons ont la proportion nécessaire pour faire produire à cette Machine son plus grand effet, je les appelle alors *raïons naturels*. Au reste, s'il s'agissoit de Machines où les raïons ou leviers ne se manifestassent pas, comme dans les plans inclinés, dans les vis, &c. on pourroit prendre pour le levier de la force motrice la ligne qui marque son chemin, & de même pour le poids, ces chemins étant faits en même tems, ce qui est connu de tout le monde.

A l'égard des principes mechaniques sur lesquels je me fonde, je suppose 1°. qu'on est prévenu que l'effort d'un fluide EB contre une surface B est marqué par le produit de la multiplication de sa masse ou pesanteur spécifique

du fluide par le quarré de sa vitesse & par B ; & que pour avoir l'effort ou moment du même fluide à l'encontre du poids P , il faut encore multiplier ce dernier produit par le produit des raïons des rouës AB , LH .

2°. Que l'effort ou moment du poids P à l'encontre du fluide EB est simplement le produit de P par le produit des raïons LI , AH des tambours & des lanternes, sans avoir aucun égard à la vitesse avec laquelle le poids P monte ou descend, dont la raison est que, suivant le principe de Galilée de l'acceleration des corps qui tombent, un poids qui tombe devoit acclereler sa vitesse indéfiniment, sans la résistance de l'air. Or telle que soit la cause qui le fasse ainsi acclereler, la vitesse naturelle de cette cause doit encore surpasser la plus grande vitesse de ce corps (puisqu'il est impossible de faire impression sur un corps qui se meut, sans se mouvoir plus vite que lui.) Donc selon Galilée, la vitesse de cette cause est indéfiniment grande: d'où il suit évidemment que quand on eleve un corps avec une vitesse finie, on ne souffre pas plus de résistance de la cause de sa pesanteur, que si on le soutenoit simplement en repos ; & quand on descend un corps de même avec une vitesse finie, on ne souffre pas moins de charge de la cause de cette pesanteur, que si on le soutenoit immobile, puisqu'une vitesse indéfiniment grande augmentée ou diminuée d'une vitesse finie n'augmente son effort en rien. Ainsi toute la difference qu'on pourroit appercevoir dans ces différentes actions, ne procede que du mouvement de notre corps, de ses parties, & de leurs différentes situations: De sorte que si une personne étant assise dans une chaise soutenoit un poids en sa main, tandis qu'on la feroit monter & descendre sans aucune secousse, au moyen d'une corde tirée par dessus une poulie, ou d'une bascule: cette personne ne se sentiroit pas plus chargée en montant, ni moins en descendant, que quand on la soutiendrait simplement en repos; ce qui est conforme à l'expérience journaliere.

3°. Que si le fluide EB choquant l'aile B d'une certaine vitesse

vitesse soutient le poids P en équilibre, & que venant en suite la choquer avec une autre vitesse plus grande ou plus petite que la première, il soutienne en équilibre un autre poids p , on aura l'Analogie : Comme le premier effort du fluide est à son second effort, ainsi le premier poids soutenu P , est au second poids soutenu p .

4°. Que si la Machine ayant été mise en équilibre, on réduit le poids d'équilibre P , à p , afin que le fluide $E B$ la fasse mouvoir, ce fluide ne choquera jamais l'aile B en mouvement qu'avec l'excès de sa vitesse sur celle de B , & ce seul excès de vitesse devra être regardé à l'égard de p élevé, comme la vitesse entière du fluide à l'égard de P , quand il soutient P en repos, la vitesse de p étant toujours très-moderée, & cette vitesse ne rendant pas p plus pe-

sant que s'il étoit en repos , suivant le second principe cy-dessus.

5°. Enfin que la vitesse de B est toujours à celle de P en raison composée du rayon AB ou rayon AH , & du rayon LH au rayon LI ; c'est-à-dire que la vitesse de B est à celle de P , comme le produit des rayons des roues AB , LH , au produit des rayons des Lanternes & tambours AH , LI ; ce qui est connu de tout le monde.

ART. III. Toutes ces choses étant proposées, je nomme V la vitesse du fluide EB , & x la vitesse inconnue que prendra le point B j'appelle AB , B ; AH , b ; LH , C ; & LI , c ; & je prends P pour marquer l'effort du fluide contre l'aîle B à l'encontre du poids d'équilibre P , ce qui donne dans l'état d'équilibre l'égalité. ($P \times AB \times LH = P \times LI \times AH$), ou ($P \times B \times C = P \times c \times b$) d'où l'on tire la valeur de ($P = \frac{P \times B \times C}{b \times c}$). Supposant maintenant qu'on réduise P , à p ; alors la Machine commencera de se mouvoir d'une vitesse qui accélérera peu à peu jusqu'à un certain point, où étant arrivée elle y demeurera ensuite continuellement, (& cela en faisant toujours abstraction des frottemens.) C'est cette vitesse x que j'appelle *vitesse uniforme*. Au reste cette réduction de vitesse à l'uniformité, vient de ce que l'effort du fluide contre l'aîle B diminuë à mesure que la vitesse de B augmente; de sorte que la vitesse de B ne peut jamais atteindre celle du fluide, puisque si ces deux vitesses étoient égales, le fluide ne feroit plus aucun effort sur B , ainsi p descendroit au lieu de monter. Or lorsque le point B aura atteint sa vitesse uniforme x , celle du fluide à l'égard de B ne sera plus que $V - x$, & son carré $V - x$ par le quatrième principe; au lieu que B étoit choqué avec la vitesse totale V du fluide, quand le fluide étoit en équilibre avec P . Mais comme dans ce premier & second choq c'est toujours le même fluide qui choque & la même base B qui est choquée, il est évident que ni la pesanteur naturelle du fluide, ni la base B ne doivent point entrer dans la comparaison de ces deux ef-

forts. On aura donc simplement selon le troisième & quatrième principe l'Analogie ($\sqrt{P} | \sqrt{P-x} || P | p$), d'où l'on tire l'égalité ($\sqrt{P} p = \sqrt{P-x} \times P$); & tirant les racines quarrées de part & d'autre, on a ($\sqrt{P} \sqrt{p} = \sqrt{P-x} \times \sqrt{P}$) d'où l'on déduit ($x = \frac{\sqrt{P} - \sqrt{P} \sqrt{p}}{\sqrt{P}}$). Mais (par le principe 5.) x est à la vitesse de $p = u$, comme $AB \times LH$ est à $AH \times LI$, ou comme BC à bc ; ce qui donne pour la vitesse u désirée de p ($\frac{\sqrt{P} - \sqrt{P} \sqrt{p}}{\sqrt{P}} \times \frac{Vbc}{BC}$) ($\frac{bcx}{BC}$), ou substituant la valeur de P cy-dessus, on a ($u = \frac{Vbc}{BC} \times 1 - \sqrt{\frac{Pbc}{PBC}}$) pour la même vitesse uniforme de p , de quelque grandeur que soit p au dessous de P . On voit de plus à l'œil quelle seroit cette vitesse uniforme de p , quelque composée que fût la Machine.

ART. IV. Si l'on multiplie maintenant cette vitesse de p par p , on aura ($\frac{\sqrt{P} - \sqrt{P} \sqrt{p}}{\sqrt{P}} \times \frac{bc p V}{BC}$) pour l'exposant de l'effet de la Machine (par la seconde définition), lequel effet changera à mesure que p ou B, C, b, c , varieront, comme il est aisé de le voir.

ART. V. Si l'on suppose donc maintenant B, C, b, c , constants, & que l'on diminue, ou que l'on augmente p autant qu'il est possible; c'est-à-dire, qu'on le fasse passer par tous les changemens de grandeur dont il est susceptible, afin de trouver sa valeur qui fasse produire à la Machine son plus grand effet, on aura p variable dans la valeur generale de l'effet de l'article précédent; & prenant la différentielle de cette valeur, sçavoir ($\sqrt{P} - \frac{1}{2} \sqrt{P} \times \frac{Vbcdp}{BC\sqrt{P}}$) afin de l'égaliser à zero (selon la methode des Infiniment petits) il en resulte l'égalité ($\sqrt{P} = \frac{1}{2} \sqrt{P}$), d'où l'on tire ($\frac{1}{2} \sqrt{P} = \sqrt{P}$) & enfin ($\frac{1}{2} P = p$) désirée ($= \frac{PBC}{bc}$). Ce qui nous apprend que si l'on réduit le poids d'équilibre P aux ($\frac{1}{2}$), ce poids aura la proportion propre à faire produire à la Machine son plus grand effet, & cette proportion est comme on le voit aussi simple que generale.

ART. VI. Pour trouver à present l'exposant de ce plus grand effet, il est manifeste qu'il ne faut que substituer cette valeur de ($p = \frac{4}{3}P$) dans celle de l'effet general

($\frac{\sqrt{p}-\sqrt{p_0}}{\sqrt{p}} \times \frac{bc \times p \sqrt{v}}{BC}$), & il en résultera ($\frac{4}{27} \sqrt{P}$) pour la valeur du plus grand effet; ce qui nous apprend que le plus grand effet qu'une telle Machine puisse produire, ne passe jamais les ($\frac{4}{27}$) du produit de P par la vitesse du fluide, que nous avons appelé *l'effet naturel* dans la seconde définition; ce qui servira à déterminer aisément le degré de perfection de ces sortes de Machines lorsqu'elles seront faites au hazard: car il ne faudra pour cela que diviser l'effet general cy-dessus par l'effet parfait ($\frac{4}{27} \sqrt{P} = \frac{4}{27} \frac{P p b c}{BC}$), ce qui donnera le rapport

($\frac{27 p \times \sqrt{p}-\sqrt{p_0}}{4 p \sqrt{p}} = \frac{27 b c \times \sqrt{P B C}-\sqrt{p b c}}{4 P B C \sqrt{P B C}}$), qui marquera le degré de la Machine. Enfin divisant l'effet parfait ($\frac{4}{27} \sqrt{P}$) par la valeur de $p = \frac{4}{3}P$, il vient ($\frac{\sqrt{P}}{3}$) pour la vitesse uniforme du poids p dans l'état de perfection ($= \frac{\sqrt{P}}{3} \times \frac{b c}{BC}$) & ($x = \frac{\sqrt{P}}{3}$). L'on peut remarquer que comme les raïons des

rouës, lanternes & rambours de la Machine n'entrent point dans la valeur du plus grand effet ($\frac{4}{27} \sqrt{P}$), il s'ensuit que quelques changemens qu'on fasse à ces raïons, (pourvû qu'on ait mis la Machine dans son état de perfection, comme on a fait cy-dessus) le plus grand effet de la Machine sera toujours le même.

ART. VII. Supposons maintenant que le poids p à élever soit donné & constant, en sorte qu'il soit permis seulement de faire quelques changemens aux raïons AB, AH, LH, LI , je dis que pour faire produire à la Machine son plus grand effet, il ne faut que disposer d'abord tellement ces raïons, que p soit en équilibre avec l'effort du fluide EB , ou avec P , & ensuite augmenter un ou plusieurs des

raïons AB , HL de la force motrice, ou diminuer un ou plusieurs raïons AH , Ll de la charge p , ou faire l'un & l'autre en même tems, & cela en telle proportion que le fluide n'ait que les $\frac{4}{9}$ de sa charge d'équilibre p à soutenir, & alors la Machine sera dans son état de perfection.

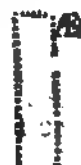
La raison en est aisée à voir, en ce que p dans cet état de mouvement peut toujours être regardée comme les $\frac{4}{9}$ d'un autre poids P , qui étant appliqué à cette Machine après y avoir fait le changement marqué dans le rapport de 4 à 9, seroit en équilibre avec P ou avec l'effort du fluide EB , puisqu'après ce changement ainsi fait, le fluide n'a plus que les $\frac{4}{9}$ de sa charge à soutenir; ainsi ce cas retombe dans le premier.

Il faut donc conclure aussi que le plus grand effet sera encore $\frac{4}{27} \sqrt{P}$, & la vitesse de p encore $(\frac{V}{3} \times \frac{b^c}{BC})$, comme dans le premier cas.

Voici donc deux paradoxes très-remarquables; sçavoir, le premier qu'une puissance n'ayant que les $\frac{4}{9}$ de sa charge, produise après un certain tems un plus grand effet, que si elle portoit beaucoup davantage.

Le second, que quelque changement qu'on fasse à une Machine, son produit n'excèdera jamais ($\frac{4}{27}$) de son effet naturel, c'est-à-dire, de ce que la force motrice produiroit sans Machine.

ART. VIII. Pour faire maintenant application de ces principes à quelque chose d'usage, je supposerai que EB soit le jet horizontal d'une vanne dont l'ouverture soit Q , que Qb soit la distance du centre de cette ouverture à la surface de l'eau, & qu'il faille connoître la quantité d'eau que cette vanne est capable d'élever à une hauteur donnée $KÆ$ avec la Machine la plus parfaite de toutes. Pour y parvenir, je considère que la force du jet sera alors ($Q \times Qb = P$), ce qui donnera en prenant $KÆ$ pour l'unité ($P = \frac{Qb \times Q}{KÆ}$); & cette valeur de P étant substituée dans celle du plus grand effet ($= \frac{4}{27} \sqrt{P}$), il en ré-



sulte $(\frac{4}{27} \times \frac{Qb \cdot V \cdot Q}{KE})$ pour la quantité d'eau produite en E dans l'état de perfection; d'où l'on tire l'Analogie generale pour toutes ces sortes d'hydrauliques.

Comme 27 fois la hauteur proposée KE est à 4 fois la hauteur de la chute de l'eau Qb , ainsi la dépense D de la vanne $Q = VQ$ a la dépense en E avec la Machine la plus parfaite.

A R T. IX. Enfin si l'on suppose que le fluide EB vienne choquer l'aile B avec différentes vitesses qui soient entières comme les nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. Et si l'on substitue 1 V , 2 V , 3 V , 4 V , 5 V , &c. au lieu de V , & 1 P , 4 P , 9 P , 16 P , 25 P , &c. au lieu de P dans la valeur generale du plus grand effet $(\frac{2}{27}VP)$, il en résul-

tera les plus grands effets $\frac{4}{17}VP$, $\frac{12}{17}VP$, $\frac{108}{17}VP$, $\frac{512}{17}VP$, $\frac{1250}{17}VP$, qui repondent aux forces $4P$, $9P$, $16P$, $25P$.

Or les nombres $4, 32, 108, 512, 1250$, &c. sont quadruples des nombres $1, 8, 27, 64, 125$, &c. & ceux-cy sont les cubes des vitesses $1, 2, 3, 4, 5$, &c. Donc ces plus grands effets sont entr'eux comme les cubes des racines quarrées des differentes forces du fluide, ou des causes qui les produisent.

Ou si l'on veut comparer ces mêmes effets parfaits aux differens efforts du fluide contre l'aube B , on ôtera de la vitesse V du fluide celle de B dans l'état parfait $= \frac{V}{3}$, ce qui donnera pour la vitesse relative du fluide à l'égard de B , $\frac{2}{3}V$, dont le quarré $\frac{4}{9}V^2$ marquera en même tems son effort. Donc lorsque les vitesses absolues du fluide seront $1V, 2V, 3V, 4V, 5V$, &c. ses vitesses relatives contre A seront $\frac{2}{3}V, \frac{4}{3}V, \frac{6}{3}V, \frac{8}{3}V, \frac{10}{3}V$, &c. dont les quarrés qui marqueront les differens efforts du fluide, sont comme les nombres $4, 16, 36, 64, 100$, &c. ou comme les quarrés naturels $1, 4, 9, 16, 25$, &c. Donc ces differens efforts sont entr'eux comme les differentes forces du fluide, c'est-à-dire encore, comme les quarrés des racines cubiques des differens effets qu'ils produisent. Donc même dans l'état parfait du mouvement les effets ne sont proportionels ni aux forces ou causes, ni aux efforts qui les produisent, comme on l'avoit crû jusqu'ici; ce qui peut passer encore pour un troisième paradoxe.

ART. X. Il ne nous reste maintenant pour épuiser cette matiere entierement, que de résoudre les cinq problèmes qu'on peut faire sur la grandeur du poids à elever, sur celle des aubes, sur les leviers de la force motrice, sur ceux du poids, & enfin sur la vitesse, c'est-à-dire quatre de ces cinq differentes choses étant données à souhait de trouver la cinquième.

Pour y parvenir je suppose une eau dont la vitesse v soit connue comme de 26 pieds par 2^e. qui est celle qu'elle acquiert en tombant par 13 pieds dans une pareille 2^e. fe-

lon les experiences les plus exactes du P. Sebastien & de M. Mariotte, avec le poids π qu'elle est capable de soutenir (à même distance de l'appui) en choquant contre une surface plate & d'un pied en quarré, lequel poids seroit ici de 910 liv. (ce qui s'accorde aussi à très-peu de chose près avec les experiences du même M. Mariotte faites en differens endroits de la Seine, en deduisant quelque petite chose pour le frottement de son Moulin) ce qui donnera l'Analogie en nommant A l'aube $B: (V^2 A | P || \pi^2 a^3 \pi)$, d'où l'on tire $(P = \frac{V^2 A \pi}{v^2 a^3})$ & $(P = \frac{V^2 A \pi B C}{v^2 a^3 b^3 c^3})$.

Mettant donc dans l'équation de l'art. 3. $(V^2 p = V^2 - x^2 P)$ les valeurs de P de $(x = \frac{u B C}{b^3 c^3})$, on la change en cette autre $(V^2 p = \frac{b^3 c^3 V^2 - B^2 C^2 \pi \times \frac{V^2 A B C \pi}{v^2 a^3 b^3 c^3}}{v^2 a^3 b^3 c^3})$, d'où l'on tire $(p v^2 a^3 b^3 c^3 = V^2 A B C \pi b^3 c^3 - \pi^2 A B^2 C^2 \pi - 2 V \pi B^2 C^2 A b^3 c^3 \pi)$.

Si l'on demande donc le poids p , tout le reste étant donné, on aura $(p = \frac{V^2 b^3 c^3 - u B^2 C^2}{v^2 a^3 b^3 c^3} \times A B C \pi)$.

Si l'on demande l'aube A , tout le reste étant connu, on aura $(A = \frac{p v^2 a^3 b^3 c^3}{V^2 b^3 c^3 - u B^2 C^2 \pi B C \pi})$.

Si l'on veut avoir la vitesse u du poids p qu'on a trouvée dans l'art. 3. $(u = \frac{V b^3 c^3}{B C} \times 1 - \sqrt{\frac{P b^3 c^3}{P B^2 C^2}})$, il ne faudra qu'y substituer la valeur de P cy-dessus, & il viendra..... $(u = \frac{b^3 c^3}{B C} \times \sqrt{V^2 - v^2 \sqrt{\frac{P b^3 c^3}{\pi B^2 C^2 A}}})$.

Pour trouver un des raïons de la force motrice comme B , on tirera de l'égalité cy-dessus $(B^2 - B^2 \times \frac{2 V b^3 c^3}{\pi C^2} + B \times \frac{V^2 b^3 c^3}{u^2 a^3} - \frac{p v^2 a^3 b^3 c^3}{\pi u^2 A C^3} = 0)$, laquelle en supposant $(B = x + \frac{2 V b^3 c^3}{3 u C^2})$ se transforme en cette autre $(x^2 - x \times \frac{V^2 b^3 c^3}{3 u^2 C^2} + \frac{2 V^2}{3 u} - \frac{p v^2 a}{u^2 C^2} \times \frac{b^3 c^3}{\pi^2 C^3} = 0)$ qui contient deux casous deux irréductibles,

irréductibles, le quarré de la moitié de l'absolu étant toujours moindre que le cube du tiers du coefficient, à cause que $2p$ est toujours moindre que $\frac{4}{27}\sqrt[3]{P}$, c'est pourquoy on les résoudra par les Tables du cercle fort aisément, comme on le dira cy-après.

Enfin pour trouver un des raïons du poids comme b , on en prendra un à plaisir comme c , avec lequel on cherchera comme cy-dessus le raïon B de la force motrice : on cherchera aussi avec c le raïon β du fluide EB qui feroit un équilibre entre p & le fluide, faisant ($pcc = PC\beta$) ou ($pcc = \frac{P^2 A \pi C \beta}{b^2 a}$) & ($\frac{pccv^2 a}{P^2 AC \pi} = \beta$) en substituant la valeur de P cy-dessus, & on fera cette Analogie comme B est à β , ainsi c a un quatrième terme qui sera la valeur de l'inconnu b .

Pour résoudre la dernière équation cy-dessus, supposant premierement que l'absolu ait le signe $+$, ou ce qui est le même que ($\frac{4}{27}\sqrt[3]{P}$) soit plus grand que ($2p$), on prendra la racine quarrée du tiers du coefficient, sçavoir ($\frac{\sqrt[3]{bc}}{3\pi C}$), & l'on divisera l'absolu par les $\frac{2}{27}$ du même coefficient pour avoir ($\frac{2\sqrt[3]{A\pi} - 27npv^2 a}{6\sqrt[3]{\pi C A \pi}} \times bc$). On fera ensuite cette Analogie : $\frac{\sqrt[3]{bc}}{3\pi C} \left| \frac{2\sqrt[3]{A\pi} - 27npv^2 a}{6\sqrt[3]{\pi C A \pi}} \times bc \right| \left| 1 \right| 1 - \frac{27npv^2 a}{2\sqrt[3]{A\pi}} \left| \right|$ ($1 \left| 1 - \frac{2np}{\frac{4}{27}\sqrt[3]{P}} \right|$) ; ainsi le sinus total des Tables du cercle a un quatrième terme, qui sera un sinus dont on prendra l'arc & le tiers de cet arc & le double sinus de ce tiers. On fera ensuite cette seconde Analogie : comme le sinus total est au double sinus trouvé, ainsi ($\frac{\sqrt[3]{bc}}{3\pi C}$) a un quatrième terme, qui sera une des valeurs de x , sçavoir la moindre des 2 vraies.

Et pour avoir l'autre valeur, on prendra 5 fois le tiers d'arc trouvé, & le double sinus de ces $\frac{5}{3}$, après quoy on fera cette dernière Analogie : comme le sinus total est au

double sinus dernier, ainsi $(\frac{Vbc}{3ac})$ a un quatrième terme, qui sera la plus grande valeur vraie de x .

Enfin si l'absolu a le signe —, ou si $(\frac{4}{3}VP)$ est moindre que $(2ap)$, il n'y aura qu'une valeur vraie de x , qui sera égale à la somme des 2 qu'on vient de trouver.

Ayant x & y joignant $(\frac{1}{3}Vbc)$, on aura aussi tôt la valeur désirée de B . Ce qui restoit.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS FAITES A LA MARTINIQUE

Par le P. FETILLÉE en 1703. & 1704.

*Comparées aux observations qui avoient été déjà faites en cette
Isle par M^r des Hayes & du Glos.*

Et à celles qui ont été faites en même temps à l'Observatoire Royal.

PAR M. CASSINI le fils.

1704.
6. Decemb.

LE P. FETILLÉE qui dans son voyage du Levant & des Isles de l'Archipel a déjà fait plusieurs observations Astronomiques dont j'ai fait le rapport à l'Academie, a entrepris depuis son retour à Marseille une autre voyage dans le dessein d'y faire de nouvelles observations. Il a commencé par la Martinique où il a demeuré plus d'un an, comme il paroît par le Journal de ses observations qu'il a envoyées depuis peu à M. le Comte de Pontchartrain. Elles ont été souvent interrompues par de longues maladies qui lui sont survenues, & par des pluies très-abondantes qu'il y a fait depuis le mois de Juin de l'année 1703, jusqu'au mois de Mars de cette année 1704. Il n'a pas laissé d'y faire un nombre considerable d'observations d'Eclipses de Satellites de Jupiter, dont il y en a deux du

premier qui ont été faites en même temps à l'Observatoire, & qui servent à déterminer avec exactitude la longitude de la Martinique. Il y en a plusieurs autres dont nous n'avons pas pu observer ici les correspondantes, tant à cause du temps qui n'est pas toujours favorable, que parce qu'elles sont arrivées de jour à Paris, ou bien lorsque Jupiter n'étoit plus sur l'horizon. Nous ne laisserons pas de les comparer avec celles qui résultent à Paris par le calcul corrigé par les observations plus prochaines, & nous préfererons les observations qui précèdent où suivent immédiatement celles qui ont été faites à Paris, comme étant les moins sujettes à erreur.

*Observations des Satellites de Jupiter faites à la
Martinique 1703.*

Le 19 Juillet à 2^h 41' 15" du matin à la Martinique, Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

6 53 57 à Paris par le calcul corrigé.

4 12 42 différence des Meridiens entre Paris & la Martinique, dont Paris est plus à l'Orient. Cette Immersion n'a pas pu être observée immédiatement à Paris, y étant arrivée pendant le jour. Elle a été tirée de l'Immersion suivante, qui fut observée le 21 Juillet à 1^h 22' 22" du matin.

Le 26 Juillet à 4^h 35' 20" du matin à la Martinique, Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

8 47 43 à Paris par le calcul corrigé.

4 12 23 différence des Meridiens entre Paris & la Martinique. Cette observation est aussi arrivée de jour à Paris.

Le 7 Decembre à 7^h 10' 31" du soir à la Martinique, Emergence du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

Vu ij.

340 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Le 7 Decembre à $11^h 23' 1''$ à Paris par le calcul corrigé.

4 12 30 difference des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

Le 12 Decembre à $10^h 4' 54''$ du soir à la Martinique, Emer-
sion du 2 Satellite de l'ombre de Jupiter.

Le 20 Decembre à $0^h 41' 10''$ du matin à la Martinique, E-
merision du 2 Satellite de l'ombre de Jupiter. Je n'ai
point comparé ces deux observations du second Satel-
lite avec celles qui résultent à Paris du calcul corrigé,
n'en ayant pas observé vers ce temps-là.

Le 14 Decembre à $9^h 1' 44''$ du soir à la Martinique, Emer-
sion du 1 Satellite de l'om-
bre de Jupiter au travers de
foibles nuages.

13 15 0 Emerision du 1 Satellite obser-
vée à Paris.

4 13 16 difference des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

Le 29 Decembre à $0^h 44' 51''$ du matin à la Martinique, E-
merision du 1 Satellite de
l'ombre de Jupiter.

4 58 4 à Paris pour le calcul corrigé.

4 13 13 difference des Meridiens en-
tre Paris & la Martinique. Cette Emerision n'a pas
pû être observée à Paris, Jupiter étant alors sous l'ho-
rison.

Le 30 Decembre à $7^h 12' 59''$ du soir à la Martinique, Emer-
sion du 1 Satellite de l'om-
bre de Jupiter.

11 26 40 Emerision du 1 Satellite obser-
vée à Paris.

4 13 41 difference des Meridiens en-
tre Paris & la Martinique.

1704.

Le 14 Fevrier à $7^h 30' 40''$ du soir à la Martinique, Emer-
sion du 1 Satellite de l'om-
bre de Jupiter.

11 43 19 à Paris par le calcul corrigé.

4 12 39 difference des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

Le 11 Fevrier à $9^h 26' 28''$ du soir à la Martinique, Emer-
sion du 1 Satellite de l'om-
bre de Jupiter.

13 39 31 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 3 difference des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

Le 8 Mars à $7^h 49' 6''$ du soir à la Martinique, Emer-
sion du 1 Satellite de l'ombre
de Jupiter.

0 2 27 à Paris par le calcul corrigé.

4 13 21 difference des Meridiens entre
Paris & la Martinique.

En prenant un milieu entre les deux observations du 14
& du 30 Decembre faites en même temps à Paris & à la
Martinique, l'on a la difference des Meridiens entre ces
lieux de $4^h 13' 28''$. Cette difference excède celle qui ré-
sulte de la comparaison des autres observations, & est plus
petite que celle qui fut déterminée en 1682, de $4^h 14' 41''$,
par une observation de M^{re} des Hayes & du Glos, qui est
rapportée dans le Livre des Voyages de l'Academie, dont
la correspondante ne fut pas observée en même temps à
Paris. C'est-pourquoy je crois qu'il est plus à propos de
préferer la difference qui résulte des deux observations
du P. Feüillée comparées aux nôtres immediates, & de
déterminer la difference des Meridiens entre Paris & la
Martinique de $4^h 13' 28''$ ou $6^d 22' 0''$.

Observations pour la latitude de la Martinique.

Le P. Feüillée s'est servi pour déterminer la hauteur du Pole de la Martinique d'un anneau Astronomique de 18. pouces de diametre, avec lequel il a fait un grand nombre d'observations de hauteurs Méridiennes du Soleil. Quoyque cet instrument ne puisse pas donner les hauteurs avec autant de précision que les grands quarts de cercle dont nous nous servons ordinairement, l'on ne laisse pas de reconnoître la bonté de celui dont s'est servi le P. Feüillée, & en même temps son exactitude à observer, puisque ces observations, qui sont au nombre de plus de 60, donnent la hauteur du Pole de cette Isle entre $14^{\circ}42'23''$, & $14^{\circ}43'5''$; de sorte qu'entre les extrêmes il n'y a qu'une minute & demie de difference.

Dans le Livre des Voyages de l'Academie la hauteur du Pole de cette Isle fut déterminée en 1682 de $14^{\circ}44'0''$, & cette détermination fut confirmée par le dernier Voyage que M. des Hayes fit à la Martinique, où il la trouva de même qu'elle est marquée dans le Livre des Voyages; ainsi il n'y a pas lieu de rien changer à cette détermination, qui d'ailleurs ne s'écarte pas d'une minute de celle qui résulte des observations du P. Feüillée.

Observations pour la variation de l'Aimant.

Le P. Feüillée s'étoit servi dans son voyage du Levant d'une Boussole dont la boîte étoit de cuivre: mais ayant remarqué que dans le même endroit l'éguille varioit quelquefois diversément, & ayant attribué cette variation au cuivre, il fit avant son départ de Marseille une boîte de bois d'un pied de diametre, dans laquelle il plaça une éguille de 9 pouces 7 lignes de très fin acier; dans le dessein d'observer la variation de l'Aimant avec le plus d'exactitude qu'il lui seroit possible.

Ayant placé cette Boussole sur une pierre de niveau où

il avoit tracé avec beaucoup de soin une ligne Meridienne, il trouva le 9 Fevrier 1704 à la Martinique la variation de l'Aimant de $6^{\text{d}} 5' 0''$ Nord-Est, & le 10 du même mois de $6^{\text{d}} 10' 0''$.

La variation de l'Aimant avoit été observée à la Martinique au mois de Novembre de l'année 1682 par M^r des Hayes & du Gros de $4^{\text{d}} \& 10'$ ou environ Nord-Est, comme il est rapporté dans le Livre des Voyages de l'Academie. Il y a donc eu dans cet intervalle de temps, qui est de 21 années & quelques mois, une augmentation de la variation de l'Aimant d'environ deux degrés du Nord vers l'Est, au lieu que celle que l'on a observé à Paris a augmenté depuis ce temps-là du Nord vers l'Ouest. Car en 1682 au mois de May elle fut observée à Paris de $3^{\text{d}} \frac{1}{2}$, au lieu qu'elle fut trouvée en 1703 au mois d'Octobre de 9 degrés du Nord vers l'Ouest, comme il est rapporté dans la Connoissance des Temps de cette année; de sorte qu'à peu près dans le même intervalle de temps que celui qui s'est écoulé dans les observations de la Martinique, il y a eu à l'Observatoire $5^{\text{d}} \frac{1}{2}$ d'augmentation du Nord vers l'Ouest; ce qui est en raison de 15 à 16 minutes par année.

La différente direction de l'éguille aimantée, qui dans l'Europe est du Nord vers l'Ouest, & dans l'Amerique Meridionale du Nord vers l'Est, est apparemment ce qui a donné lieu à l'hypothese de M. Halley, qui trace dans les mers qui se trouvent entre ces deux continents, une ligne courbe où il n'y a point de variation de l'Aimant; & qui est le terme des variations Orientales & Occidentales. Il a, selon les apparences, fondé son hypothese sur diverses observations qu'il a faites lui-même, & qu'il a tirées des Voyageurs. En effet il y a dans les dernières observations que M. des Hayes a faites en Amerique, que en 1699 & 1700, plusieurs endroits où il n'y a point de variation. Mais dans la traversée de la Cayenne, le lieu où cesse la variation, est à la Cayenne, M. des Hayes, est éloigné de celui par où passe la ligne de M. Halley. M.

Halley faisant passer cette ligne beaucoup plus proche du Cap-Verd & de la Gorée que de Cayenne, au lieu que l'endroit où M. des Hayes n'a point trouvé de variation est plus proche de Cayenne que de Gorée. Car il rapporte que dans la plus grande partie de la traversée de Gorée à Cayenne, la variation a toujours été Nord-Ouest, comme en France & en Canada, mais pas si grande; que 6 ou 7 jours avant l'atterage de Cayenne elle étoit nulle; qu'elle passoit ensuite au Nord-Est d'abord de peu, & qu'à Cayenne elle est de $5^{\circ} \frac{1}{2}$. Ainsi suivant cette observation cette ligne devoit être dans la traversée de Gorée à Cayenne beaucoup à l'Occident de l'endroit où elle est marquée dans la Carte de M. Halley.

Pour ce qui est de la déclinaison de l'éguille à Cayenne que M. des Hayes marque être de $5^{\circ} \frac{1}{2}$ du Nord vers l'Est, elle s'accorde assez bien à celle de M. Halley, où elle paroît être de 6 degrés.

Celle de la Martinique diffère un peu plus, ayant été observée par le P. Feuillée de $6^{\circ} 10'$, au lieu qu'elle est marquée dans la Carte de M. Halley de $5^{\circ} 20'$; mais il ne faut pas s'étonner de cette différence, puisque celle de Paris n'y est marquée que de 7 degrés, quoique dans le temps que M. Halley a imprimé la Carte, elle y ait été observée de 8 degrés ou environ; aussi il n'y a pas d'apparence qu'il ait prétendu représenter les variations de l'Aimant dans la dernière précision.

M. des Hayes remarque aussi que dans une partie de la traversée pour le retour des Isles en France, la variation est encore Nord-Est jusqu'à la latitude de 30 à 31 degrés, & qu'après elle repasse au Nord-Ouest & y reste jusqu'en France. En cecy il paroît s'accorder à ce qui est représenté dans la Carte de M. Halley. Mais quand même toutes les observations que l'on pourroit faire en ce temps-ey s'accorderoient aux variations qui sont marquées dans la Carte de M. Halley, il faudroit toujours une nouvelle hypothèse pour exprimer les variations qui arriveroient dans la suite. Car en 1682 la variation de l'Aimant ayant été

été observée à Paris de $3^{\text{d}} \frac{1}{2}$ du Nord vers l'Ouest, & à la Martinique de $4^{\text{d}} 10'$ du Nord vers l'Est, il y avoit alors $4^{\text{d}} 40'$ de différence de variation qui répondoient à l'intervalle qui est entre ces lieux. Présentement la variation est à Paris de 9^{d} vers l'Ouest, & à la Martinique de $6^{\text{d}} 10'$ vers l'Ouest ; de sorte que dans le même intervalle il y a à présent $15^{\text{d}} 10'$ de différence de variation, ce qui est environ le double de celle qui a été observée il y a 21 ans. Si ces différences de variation, l'une du Nord vers l'Ouest, & l'autre du Nord vers l'Est continuënt à augmenter comme il y a quelque apparence, l'hypothèse de M. Halley aura dans la suite besoin de corrections qui demanderoient un grand nombre d'observations faites dans une longue suite d'années.

DESCRIPTION

De deux especes de Chamærhododendros observées sur les côtes de la Mer Noire.

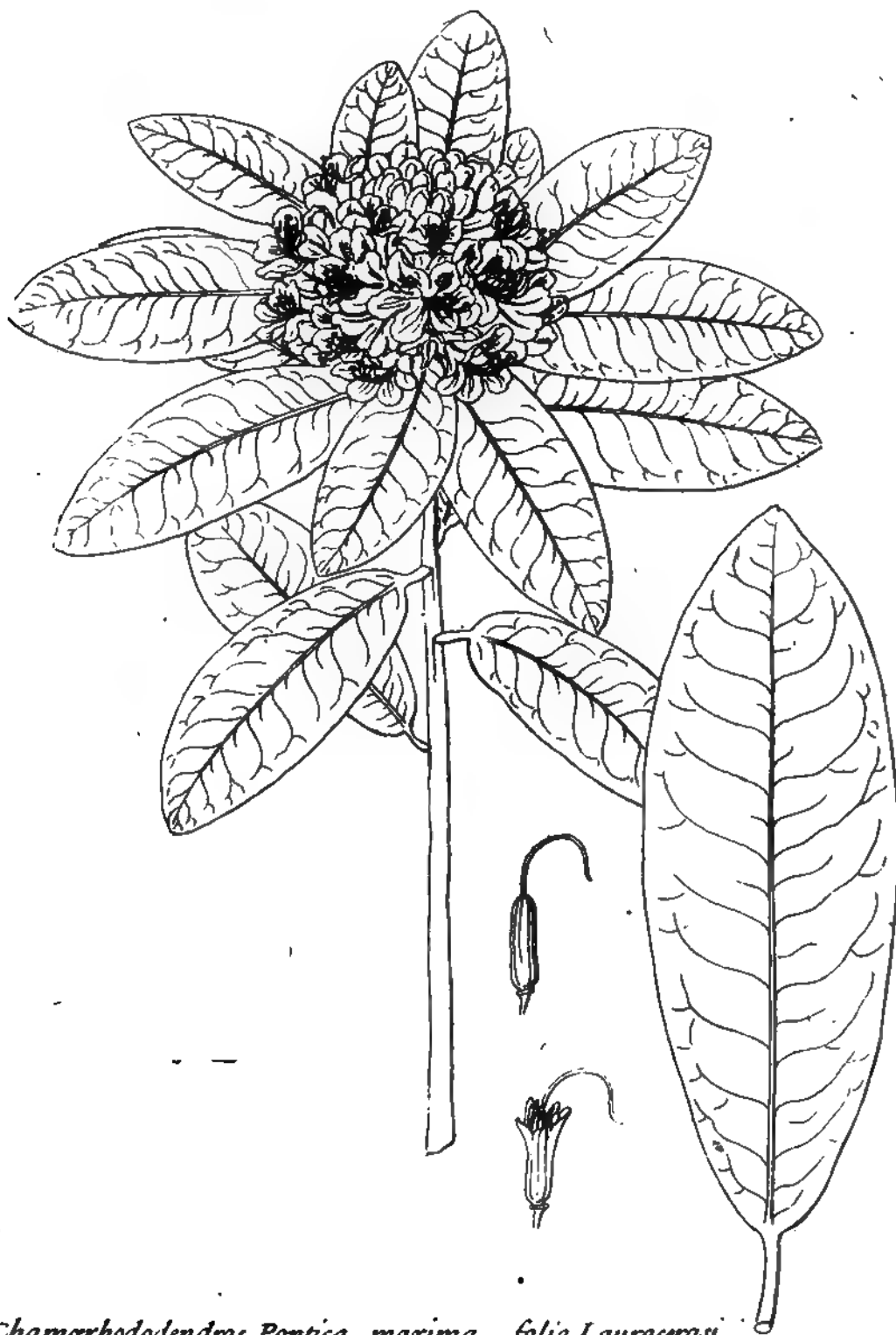
PAR M. TOURNEFORT.

Chamærhododendros Pontica, maxima, folio Laurocerasi, flore à cæruleo purpurascente. Coroll. hist. rei herb. 42.

CEt arbrisseau s'élève ordinairement à la hauteur d'un homme. On en trouve quelquefois de plus grands, dont le principal tronc est presque aussi gros que la jambe. Sa racine trace jusqu'à cinq ou six pieds de long, partagée d'abord en quelques autres racines grosses comme le bras, distribuées en subdivisions qui ne sont gueres plus épaisses que le pouce. Celles-ci diminuent insensiblement, & sont accompagnées de beaucoup de chevelu. Elles sont dures, ligneuses, couvertes d'une écorce brune, & produisent plusieurs tiges de différentes grandeurs qui environnent le tronc. Le bois en est blanc, cassant, revêtu d'une écor-

1704
10. Decem-
bre.

ce grisâtre, qui tire en quelques endroits sur le brun. Les branches sont assez touffuës, & naissent souvent dès le bas; mais elles sont mal formées inégales & garnies de feuilles seulement vers les extremittez. Ces feuilles quoique rangées sans ordre sont d'une grande beauté, & ressemblent tout à fait à celles du Laurier-cerise. Les plus grands ont sept ou huit pouces de long sur environ deux ou trois pouces de large vers le milieu: car elles se terminent en pointe par les deux bouts. Leur couleur est verd gai, leur surface lisse & presque luisante, leur consistance ferme & solide. Le dos en est relevé d'une grosse côte arrondie; ce n'est qu'un allongement de la queue, laquelle a près de deux pouces de long sur une ligne de large. Cette côte qui est sillonnée en devant, distribue des vaisseaux de part & d'autre, qui se répandent & se subdivisent sur ces côtes dans un ordre comme alterne. Les feuilles deviennent moindres à mesure qu'elles approchent des sommittez: cependant on y en apperçoit assez souvent qui sont encore plus grandes que leurs inferieures. Depuis la fin d'Avril jusqu'à celle de Juin, ces sommittez sont chargées de bouquets de quatre ou cinq pouces de diametre, composez chacun de vingt ou trente fleurs qui naissent chacune des aisselles d'une feuille longue d'un pouce & demi, membraneuse, blanchâtre, large de quatre ou cinq lignes, pointuë cereusée en goutiere & posée en écaille avec ses voisines. Le pedicule des fleurs a depuis un pouce jusqu'à quinze lignes de long; mais il n'est épais que d'environ demi-ligne. Chaque fleur est d'une seule piece, longue d'un pouce & demi ou deux, rétrecie dans le fond, évasée & découpée en cinq ou six quartiers. Celui d'en haut, qui est quelquefois le plus grand, est large d'environ sept ou huit lignes, arrondi par le bout ainsi que les autres, legerement frizé, orné vers le milieu de quelques points jaunes, ramassez en maniere d'une grosse tache. Les quartiers d'embas sont un peu plus petits, & découpés plus profondément que les autres. A l'égard de leur couleur le plus souvent elle est violette tirant sur le gris



Chamaerhododendron Pontica, maxima, folio Laurocerasi
lore e caeruleo purpurascens Coroll. Inst. rei Herb. 42

Borey fecit

de lin. On trouve des pieds de cette plante à fleurs blanches, & d'autres à fleurs purpurines, plus ou moins foncées. Toutes ces fleurs sont marquées de points jaunes dont on vient de parler, & leurs étamines qui naissent en touffe, sont plus ou moins colorées de purpurin, mais blanches & cotonneuses à leur naissance. Ces étamines sont inégales, crochuës & entourent le pistille : leurs sommets sont posés en travers, longs de deux lignes sur une ligne de large, divisés en deux bourses pleines d'une poussière jaunâtre. Le calice des fleurs n'a qu'environ une ligne & demie de largeur, légèrement canelé en six ou sept pointes purpurines. Le pistille est une espèce de cône de deux lignes de long, relevé à sa base d'un ourlet verdâtre & comme frisé. Un filet purpurin, courbe & long de 15 ou 18 lignes termine ce pistille & finit par un bouton verdâtre. Les bouquets des fleurs sont très-gluants avant qu'elles s'épanouissent : lorsqu'elles sont passées le pistille devient un fruit cylindrique, long d'un pouce à quinze lignes, épais d'environ quatre lignes, canelé, arrondi par les deux bouts. Il s'ouvre vers le haut en cinq ou six parties, & laisse voir autant de loges qui le partagent en sa longueur, & qui sont séparées les unes des autres par les aîles d'un pivot qui en occupe le milieu. C'est ce pivot qui est terminé par le filet du pistille, & bien-loin de se dessécher il devient plus long tandis que le fruit est verd & ne tombe point. Les graines sont très-menuës, brun clair, longues de près d'une ligne.

Les feuilles de cette plante sont stiptiques sans autre saveur. Les fleurs ont une odeur agreable, mais qui se passe facilement.

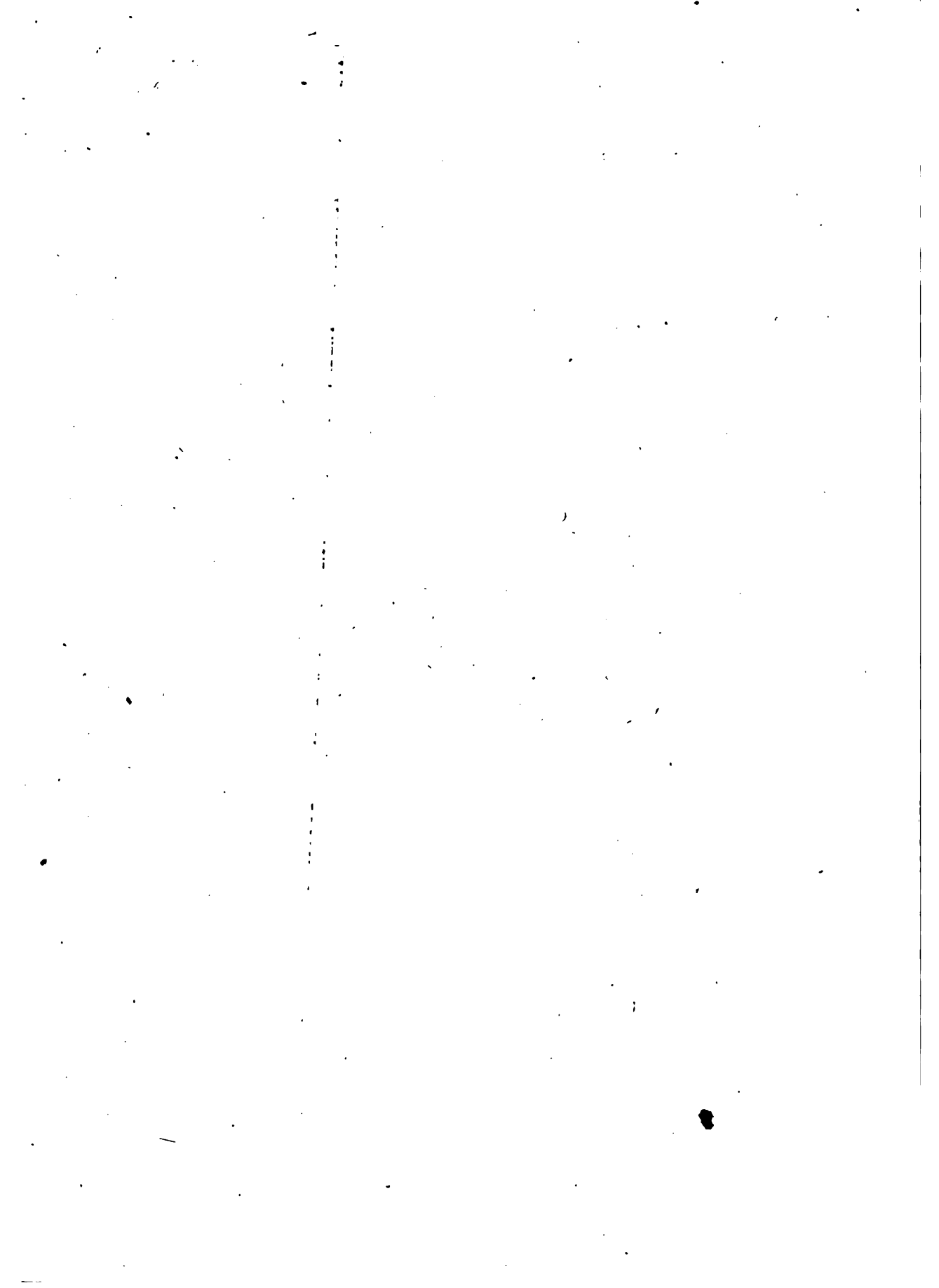
Cette plante aime la terre grasse & humide. Elle vient sur les côtes de la Mer noire le long des ruisseaux, depuis la riviere d'Avaz qui n'est qu'à trente lieux de la sortie du Bosphore de Thrace jusqu'à Trebisonde.

*Chamaerhododendros Pontica, maxima, Messili folio,
flore luteo. Coroll. hist. rei. herb. 42.*

Cette espce s'éleve quelquefois plus haut que la précédente, & produit un tronc de même grosseur, accompagné de plusieurs tiges plus menuës, divisées en branches inégales, foibles, cassantes, blanche en dedans, couvertes d'une écorce grisâtre & lisse si ce n'est aux extremittez où elles sont veluës & garnies de bouquets de feuilles assez semblables à celles du Neflier des bois. Ces feuilles sont longues de quatre pouces sur un pouce & demi de largeur vers le milieu, pointuës par les deux bouts, & surtout par celui d'embas, verd gai, legerement veluës, excepté sur les bords où les poils forment comme une espce de sourcil. Leur côte est assez forte, & se distribue en nerveure sur toute la surface. Cette côte n'est que la suite de la queue des feuilles, qui le plus souvent n'a que trois ou quatre lignes de longueur sur une ligne d'épaisseur. Les fleurs naissent dix-huit ou vingt ensemble, ramassées en bouquets à l'extremité des branches, soutenuës par des pedicules d'un pouce de long, velus & qui naissent des aisselles de petites feuilles membraneuses blanchâtres, longues de sept ou huit lignes sur trois lignes de large. Chaque fleur est un tuyau de deux lignes & demi de diametre, legerement canelé, velu, jaune tirant sur le verdâtre. Il s'évase au-delà d'un pouce d'étendue, & se divise en cinq quartiers, dont celui du milieu a plus d'un pouce de long sur presque autant de largeur, réfléchi en arriere ainsi que les autres, & terminé en arcade gothique, jaune pâle, quoique doré vers le milieu. Les autres quartiers sont un peu plus étroits & plus courts, jaune pâle aussi. Cette fleur est percée en derriere, & s'articule avec le pistile qui est pyramidal, canelé, long de deux lignes, verd blanchâtre, legerement velu, terminé par un fil et courbe long de deux pouces, lequel finit par un bouton verd pâle. Des environs du trou de la fleur sortent cinq etamines plus courtes que le pistile, inégales, courbes, chargées de

Chamaerhododendros Pontica, maxima, Mespili folio,
Flore luteo Coroll. Inst. rei Herbar. 42.

Berry, fecit



sommets longs d'une ligne & demie, remplis de poussière jaunâtre. Les étamines sont de même couleur, velues de leur naissance jusques vers le milieu, & toutes les fleurs ainsi que celles de l'espèce précédente sont penchées sur les côtes de même que celles de la Fraxinelle. Le pistile devient dans la suite un fruit d'environ quinze lignes de long, du diamètre de six ou sept lignes, relevé de cinq côtes, dur, brun & pointu. Il s'ouvre de la pointe à la base en sept ou huit parties, creusées en gouttière, lesquelles assemblées avec le pivot canelé qui en occupe le milieu forment autant de loges. Je n'en ay pas vû la graine meure.

Les feuilles de cette plante sont stiptiques. L'odeur des fleurs approche de celle de la Chevrefeuille, mais elle est plus forte & porte à la tête.

Cette fleur me parut si belle que j'en fis un bouquet pour présenter à Numan Coprogli Pacha de Candie présentement, & Pacha d'Erzeron dans le temps que j'eus l'honneur de l'accompagner sur la Mer noire; mais je fus averti par son Chaia que cette fleur excitoit des vapeurs & causoit des vertiges. La raillerie me parut assez plaisante, car le Pacha se plaignoit de ces sortes d'incommoditez: cependant le Chaia ne railloit, pas & venoit d'apprendre par les gens du païs que cette fleur étoit nuisible au cerveau. Ces bonnes gens par une tradition fort ancienne, fondée apparemment sur plusieurs observations, assurent aussi que le miel que les abeilles font de ce qu'elles succent sur cette fleur, étourdit ceux qui en mangent & leur donne des nausées.

Dioscoride a parlé de ce miel à peu près dans les mêmes termes: Autour d'Heraclee du Pont, dit-il, en certains ^{Lib. 2. C.} temps de l'année, le miel rend insensé ceux qui en man- ^{101. &} gent, & c'est sans doute par la vertu des fleurs d'où il est ^{Emper.} tiré. Ils suent très copieusement; mais on les soulage en ^{lib. 2.} leur donnant de la Rhue, des salines & de l'hydromel à ^{co. 38.} mesure qu'ils vomissent. Ce miel, ajoute le même Auteur, est acre & fait éternuer. Il efface les rougeurs du visage si

„ on le broye avec du Costus : mêlé avec du sel ou de l'Aloës,
 „ il dissipe les noirceurs que laissent les meurtrissures. Si les
 „ chiens ou les cochons avalent les excréments des person-
 „ nes qui ont mangé de ce miel, ils souffrent les mêmes ac-
 „ cidens.

Les deux Plantes dont on vient de parler se trouvent
 autour d'Heraclée du Pont, que lon appelle aujourd'huy
 Penderachi ou Elegri, & naissent en abondance tout le
 long des côtes & dans les bois jusqu'au dela de Trebison-
 de. La premiere espece passe aussi pour malfaisante. Les
 bestiaux n'en mangent que lorsqu'ils ne trouvent pas de
 meilleure nourriture.

*Arist. de
 Mirab.
 Auscult.*

Pline a mieux débrouillé l'histoire de ces abrisseaux
 que Dioscoride ni qu'Aristoté, qui a cru que les abeilles
 amassoient ce miel sur le Bouïs, qu'il rendoit insensé ceux
 qui en mangeoient & qui se portoit bien auparavant;
 qu'au contraire il guerissoit les insensés. Pline s'en expli-

*Lib. 11
 cap. 12.*

„ que de la sorte : Il est des années, dit-il, où le miel est très-
 „ dangereux autour d'Heraclée du Pont. Les Auteurs n'ont
 „ pas connu de quelles fleurs les abeilles le tiroient. Voici
 „ ce que nous ne sçavons. Il y a une Plante dans ces quar-

*Αἰθὴν
 ἐλθεῖν.
 Capra-
 rum per-
 nicios.*

„ tiers appelée *Ægolethron*, dont les fleurs dans les Prin-
 „ temps humides acquierent une qualité très-dangereuse
 „ lorsqu'elles se flettrissent. Le miel que les abeilles en font
 „ est plus liquide que l'ordinaire, plus pesant & plus rouge.
 „ Il a une odeur étrangere, & provoque à éternuer. Ceux
 „ qui en ont mangé suënt horriblement, se couchent à ter-
 „ re, & ne demandent que des rafraîchissemens. Il ajoute
 ensuite les mêmes choses que Dioscoride, dont il semble
 qu'il ait traduit les paroles : mais outre le nom d'*Ægole-*
thron qui ne se trouve pas dans cet Auteur, voici une ex-
 cellente remarque qui appartient uniquement à Pline.

„ On trouve, continué t-il, sur les mêmes côtes du Pont
 „ une autre sorte de miel qui est nomme *Manomenon*, parce
 „ qu'il rend insensé ceux qui en mangent. On croit que les
 „ abeilles l'amassent sur la fleur du *Rhododendros* qui s'y trou-
 „ ve communément parmi les forêts ; & les peuples de ce

quartier-là quoiqu'ils payent aux Romains une partie de leur tribut en cire, se gardent bien de leur donner de leur miel.

Il semble que sur ces paroles de Pline l'on peut déterminer les noms de nos deux especes de *Chamarhododendros*. La seconde suivant les apparences est l'*Ægolethron* de cet Auteur, car la premiere qui fait des fleurs purpurines approche beaucoup plus du *Rhododendros*, & l'on peut la nommer *Rhododendros Pontica Plinii* pour la distinguer du *Rhododendros* ordinaire, qui est nôtre Laurier-rose connu par Pline sous le nom de *Rhododaphne* & *Nerium*. Il est certain que le Laurier-rose ne croît point sur les côtes du Pont Euxin, cette Plante aime les païs chauds. On n'en voit gueres passé les Dardanelles : mais elle est fort commune le long des ruisseaux dans les Isles de l'Archipel ; ainsi le *Rhododendros* du Pont ne sçauroit être nôtre Laurier-rose : mais il est très-vrai-semblable que le *Chamarhododendros* à fleur purpurine est le *Rhododendros* de Pline. Lib. 24. cap. XI.

Quand l'Armée des dix mille approcha de Trebifonde, il lui arriva un accident fort étrange, & qui causa une grande consternation, ainsi que le rapporte Xenophon qui estoit un des principaux Chefs de ces troupes. Comme il y avoit plusieurs ruches d'abeilles, dit cet Auteur, les soldats n'en épargnerent pas le miel. Il leur prit un dévoyement par haut & par bas suivi de rêveries ; de sorte que les moins malades ressembloient à des yvrognes, & les autres à des personnes furieuses ou moribondes. On voyoit la terre jonchée de corps comme après une bataille. Personne néanmoins n'en mourut, & le mal cessa le lendemain environ l'heure qu'il avoit pris, de sorte que les soldats se leverent le troisieme & le quatrieme jour, mais en l'état qu'on est après avoir pris une forte medecine. Xenophon lib. 4. Retraite des dix mille.

Diodore de Sicile rapporte le même fait dans les mêmes circonstances. Il y a toute apparence que ce miel avoit été tiré de quelqu'une de nos especes de *Chamarho-* Lib. 14.

Relation de la Colchide imprimée à Naples 1652 in quarto. *dodendros.* Tous les environs de Trebifonde en sont pleins & le Pere Lamberti Missionnaire Theatin convient que le miel que les abeilles succent sur un cer ain arbrisseau de la Colchide ou Mengrelie est dangereux & fait vomir. Il appelle cet arbrisseau *Oleandro giallo*, c'est-à-dire Laurier rose jaune, qui sans contredit est nôtre *Chamaerhodendros Pontica*, *maxima*, *Mespili folio*, *flore luteo*. La fleur, dit-il, tient le milieu entre l'odeur du musc & celle de la cire jaune. Elle nous paroît assez semblable à celle de la *Chevrefeuille*, mais incomparablement plus forte.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 11 Decembre 1704 au matin à l'Observatoire.

PAR M^{rs} DE LA HIRE.

1704.
24. Decem-
bre.

LE ciel ayant toujours été couvert pendant les 10 jours qui ont précédé celui de cette Eclipse, il sembloit qu'il n'y avoit aucune esperance d'en pouvoir rien observer. Cependant le soir précédent le ciel commença à s'éclaircir, mais le vent qui regnoit toujours vers le Sud ne promettoit pas une grande serenité. Aussi vers les 4 heures du matin le ciel étoit fort broüillé, & la Lune étoit couverte de nuages cotonneux qui empêchoient de voir bien distinctement les taches de la Lune. Il faisoit alors peu de vent; mais vers les 6 heures le vent s'étant un peu augmenté, le ciel devenoit quelquefois assez serein pour laisser voir clairement la Lune: mais l'ombre de la terre sur le corps de la Lune n'a point été bien terminée dans tout ce que nous avons pu observer.

Sur les 5^h $\frac{1}{2}$ on croyoit voir tantôt une penombre, & tantôt elle paroissoit se dissiper entierement. Enfin à 5^h 51' la penombre paroissoit distinctement & assez forte entre les taches Grimaldi & Tycho.

A 5^h 51'

A 5^h 51' le bord de la Lune paroïſſoit fort ſombre, & la penombre ſembloit occuper 2 $\frac{1}{2}$ doigts.

A 6^h 8' la Lune paroïſſoit éclipſée d'un doit à la ſeule eſtime, & l'on ne remarquoit pas de penombre ſenſible, & l'ombre étoit fort douteuſe.

A 6^h 11' 30" L'ombre touchoit le bord de *Mare humorum*.

14 30 Commencement de Grimaldi.

16 0 La Lune éclipſée de 2 doigts 12'.

17 30 Fin de Grimaldi.

21 0 Commencement de Tycho.

27 0 L'ombre n'étoit point diſtincte.

32 0 La Lune éclipſée de 3 doigts 51'.

34 0 Kepler peu diſtinctement.

36 0 Copernic douteux.

46 0 La Lune éclipſée de 5 doigts 22'.

56 0 La Lune éclipſée de 5 doigts 49'.

à 7 0 0 La Lune éclipſée de 6 doigts 3'.

11 0 La Lune éclipſée de 6 doigts 33'.

Après ce tems-là la Lune entra dans des nuages fort époïs, & on ne la vit plus. La partie de la Lune qu'on voyoit un peu dans le fort de l'ombre paroïſſoit de couleur griſâtre.

Quelque tems avant l'Eclipſe nous obſervâmes avec le Micrometre que le diametre de la Lune étoit de 30' 46" à la hauteur de 25 degrés.

Il ſera facile de faire une figure exacte de la Lune avec ſes Taches par les diſtances de quelques-unes que nous avons obſervées un peu avant l'Eclipſe.

Diſtances des Taches au bord le plus proche de la Lune.

du bord	Au milieu de Platon.	3' 11"
	Au milieu de Grimaldi.	0 46
de la	Au milieu de Tycho.	4 26
Lune.	Au bord le plus proche de <i>Mare Criſtum</i> .	1 34
	Au <i>Promontorium acutum</i> .	8 14
	A Aristarque.	2 45

Distances des Taches entr'elles.

Entre Platon & Grimaldi.	18' 18"
Grimaldi & Tycho.	14 20
<i>Promontorium acutum</i> & Tycho.	14 39
<i>Promontorium acutum</i> & Platon.	15 17

On remarquera que nous n'avons pas pris pour le *Promontorium acutum* une petite avance claire & pointuë qui est entre les deux Taches, mais une petite Tache claire qui en est proche & vers le milieu de la Lune.

Nous nous sommes servis de Lunettes de 7 piés pour faire ces observations, & nous avons appliqué le Micro-metre à l'une de ces Lunettes.

Les Ephemerides de Mezzavacca marquent que cette Eclipsé ne sera pas visible à Bologne, à cause qu'elle arrivera à 8^h 9', ce qui doit s'entendre du milieu. Cependant si elle a duré 2^h 40', le commencement aura été à 6^h 49', ce qui est près de trois quarts d'heures plutôt que le lever du Soleil, & par conséquent on en aura pû voir le commencement. Ce milieu réduit à Paris est 7^h 31'.

Les Ephemerides de M. de Beaulieu marquent le milieu à Paris à 8^h 28', le commencement à 6^h 5', & la fin à 8^h 51', donc la durée 2^h 46', & la grandeur de 7 doigts 29'.

Les Ephemerides de l'Academie donnent le milieu de cette Eclipsé à 7^h 27' 53", le commencement à 6^h 6' 56", la fin à 8^h 48' 50", la durée 2^h 41' 54", & la quantité de 6 doigts 21'.

Le milieu de cette Eclipsé dans ces trois Ephemerides est peu différent, & les deux dernieres sont dans la même minute : il n'y a que la quantité qui est fort différente, car celles de M. de Beaulieu la font plus grande que les nôtres de 1 doit 8', ce qui est difficile à accorder avec sa durée : mais ce pourroit être une faute d'impression, car on auroit pû mettre 7^h 29' au lieu de 6 doigts 29', ce qui semble devoir être.

Les différences considerables qu'on remarque à l'ombre de la terre sur le corps de la Lune, ne peuvent venir

que de la densité & de la figure de l'Atmosphère plus ou moins élevée au-dessus de la terre dans les endroits qui font l'ombre, & où le Soleil se leve alors pour la Lune. Car les rayons qui traversent l'Atmosphère où ils se rompent, portent sur la partie de la Lune entièrement éclipée, cette fausse lueur qui paroît de différentes couleurs dans différentes éclipses, & quelquefois dans la même. Mais comme l'ombre de la terre paroît quelquefois assez terminée, & quelquefois fort confuse & inégale, il faut nécessairement en rechercher la cause dans l'inégalité de l'extrémité de l'Atmosphère qui donnera une ombre inégale; & l'Atmosphère étant tantôt plus rare & tantôt plus dense, détournera un peu plus ou un peu moins les derniers rayons qui la rencontrent vers cette extrémité inégale, & fera que la figure de l'ombre ne sera point terminée, comme si l'Atmosphère étoit un corps fort différent de l'Ether. Ce sont aussi ces rayons qui traversant cette Atmosphère inégale dans sa superficie, peuvent causer ces différentes couleurs qu'on voit dans le milieu de l'ombre.

Mais il y a encore une autre cause de la confusion de l'ombre de la terre dans les Eclipses, laquelle est par rapport à la partie du Soleil qui fait l'ombre, & c'est ce que nous appellons proprement *penombre*, & qui devient plus dense à proportion qu'il y a moins de parties du Soleil qui éclairent le corps, comme nous le remarquons dans les ombres de tous les corps sur la terre, & cette penombre sera toujours la même par rapport à la figure du corps qui fait l'ombre. Mais cette penombre se mêlant avec l'ombre inégale & confuse de l'extrémité de l'Atmosphère, causera toutes les variétés qu'on y remarque dans les Eclipses.



OBSERVATION

De l'Eclipsé de Lune du 10 Decembre 1704.

PAR M^{rs}. CASSINI ET MARALDI.1704.
23. Decemb.

LE soir du 10 Decembre le ciel s'étant découvert, on mesura le passage de la Lune par le cercle horaire quatre fois depuis 6 heures & demie jusqu'à 7 heures. Il se trouva de 2 minutes 17 secondes d'heure.

La Lune ce jour-là & le jour suivant retourna au meridian en 24 heures 51', qui donnent 360^d ; donc 2' 17" d'heure font 33' 5" de degrez de parallele de la Lune, qui étant réduit à un grand cercle par la déclinaison de la Lune qui étoit alors 12 degrez 16 minutes, donnent 30' 38" diametre de la Lune.

A 7 heures 8' par le Micrometre, on mesura le diametre apparent de la Lune de 30' 43", la Lune étant élevée sur l'horizon de 30 degrez.

On observa la disposition des Taches de la Lune, & l'on trouva que le milieu de Grimaldi & la pointe de *Promontorium acutum* étoient précisément dans le diametre de la Lune qui concouroit avec la ligne de son mouvement composé à l'Occident, & que son centre apparent étoit au bord Occidental de *Sinus medius*, comme dans la Figure inserée dans le Livre de la Connoissance des Temps de cette année 1704. La disposition des autres Taches principales fut déterminée par le passage de ces Taches par le fil perpendiculaire à la trace de Lune, & par le fil incliné de 45 degrez, suivant la methode pratiquée dans nôtre grande Figure de la Lune, & dans celle qui a été inserée jusqu'à present dans la Connoissance des Temps.

On ne pût pas observer le passage de la Lune par le meridian la même nuit, parce que le ciel étoit couvert. Il se découvrit un quart d'heure après, & pendant le reste

de la nuit la Lune tantôt paroïssoit, tantôt se cachoit.

Le matin suivant on voyoit la Lune dans un air trouble. Le diametre de la Lune mesuré par le Micrometre fut trouvé de $30^{\circ} 21''$, moindre de 22 secondes que le soir precedent, presque à la même hauteur de la Lune sur l'horizon; ce qui doit être attribué au mouvement de la Lune vers son Apogée.

A 6 heures on voyoit la penombre sur la Lune du côté de la Tache de Schicardus. On commença de douter du commencement de l'Eclipse à $6^h 3' 30''$.

Il fut plus évident à $6^h 4' 40''$ par une Lunette de 3 pieds.

Commencement à $6^h 5' 10''$ par une Lunette de 8 pieds.

Aux momens plus favorables on mesura les doigts de l'Eclipse par le Micrometre.

A $6^h 10'$ Partie de la Lune éclipsee 0 ²⁶ ³⁸ min.

12 0" L'ombre au bord de *Mare humorum*.

14 30 Un doigt de la Lune éclipsee.

15 0 Tout *Mare humorum* couvert.

18 L'omb. à Grimaldi. On ne voit plus Tycho.

20 40 Deux doigts éclipsez.

26 0 Deux doigts & demi d'éclipsez.

30 Deux doigts 44'.

34 40 Trois doigts & demi.

39 Trois doigts 55'.

39 40 Quatre doigts.

49 20 Quatre doigts 55'.

50 20 Cinq doigts.

56 0 Cinq doigts 23'.

59 20 Cinq doigts 49'.

à $7^h 2' 0''$ Six doigts.

10 0 Six doigts 6'.

Dans ces quatre dernieres observations on voyoit assez distinctement le terme de l'ombre. La Lune se cacha ensuite & ne parut plus.

R E M A R Q U E S

*Sur les nombres Quarrés, Cubiques, Quarré-Quarrés,
Quarré-Cubiques & des autres degrés à l'infini.*

PAR M. DE LA HIRE.

P R O P O S I T I O N P R E M I E R E.

Tout nombre Quarré joint à sa racine fait un nombre pair ou binaire.

Le quarré est pair ou impair ; s'il est pair sa racine est aussi paire, & par conséquent la somme du pair du quarré & du pair de la racine sera aussi un nombre pair ou binaire. Mais s'il est impair sa racine sera impaire ; donc l'impair du quarré joint à l'impair de sa racine fait un nombre pair ou binaire. *Ce qu'il falloit démontrer.*

P R O P O S I T I O N I I.

Tout nombre Cubique est plus grand que son prochain Cubique inférieur, ou dont la racine est moindre que la sienne d'une unité, d'un nombre senaire & divisible par 6, & de plus d'une unité.

On sçait que tout nombre Cubique dont la racine est plus grande que celle de son prochain inférieur, de l'unité, est plus grand que l'inférieur, de trois fois le quarré de la racine de l'inférieur plus trois fois la racine du même, & de plus d'une unité. Mais par la Proposition I. un nombre quarré plus sa racine est un nombre binaire, dont le triple de cette somme sera un nombre senaire ou divisible par 6, car il doit être binaire & ternaire, & il n'y a point de nombre plus petit que 6 qui soit l'un & l'autre, & de plus il y a l'unité.

Par exemple, le Cube 125 a pour sa racine le nombre 5, & le Cube immédiatement inférieur 64 a le nombre 4 pour sa racine : la difference de ces deux Cubes doit être

trois fois le quarré de 4, qui est 16, plus trois fois la racine 4, ce qui fera 60, plus l'unité, ce qui est 61 : mais 60 est un nombre divisible par 6. Donc 61 est divisible par 6, & il reste l'unité.

PROPOSITION III.

Maintenant si au lieu de prendre deux Cubes dont les racines soient seulement différentes d'une unité, qu'on en prenne deux dont les racines different de plusieurs unités, comme les Cubes de 4 & de 7.

Je dis que la difference des deux Cubes sera encore divisible par 6, & qu'il restera 3 unités après la division, c'est-à-dire, autant d'unités qu'il y en a dans la difference des racines.

Car par la Proposition II. la difference du Cube de 4 au Cube de 5 son prochain superieur, sera divisible par 6, & il restera une unité. De même la difference du Cube de 5 au Cube de 6 son prochain superieur, sera aussi divisible par 6, & il restera une unité, & enfin la difference du Cube de 6 au Cube de 7 sera divisible par 6, & il restera une unité, donc les trois differences sont divisibles par 6, & il restera trois unités qui sont les trois restes.

Comme le Cube de 4 est 64, le Cube de 7 est 343 : la difference des deux Cubes est 279, qui est divisible par 6, & il reste 3.

Ce sera la même chose pour tous les autres Cubes.

PROPOSITION IV.

On voit par la Proposition précédente que si les racines des Cubes sont differentes entr'elles de 6 unités, alors leur difference sera divisible par 6 exactement.

Car il devoit y avoir 6 unités restantes, qui font le nombre diviseur 6.

PROPOSITION V.

Tout nombre Cubique étant donc proposé, si l'on en ôte un nombre Cubique tel qu'on voudra, & que le reste soit divisé par 6, les unités restantes étant jointes à la racine du Cube ôté donneront la racine du Cube proposé, si elle est moindre que la somme de 6 plus la racine du

Cube ôté, ou bien en y ajoutant 6 ou un multiple de 6, si elle est plus grande.

Cette Proposition est évidente par les précédentes.

PROPOSITION VI.

Il s'ensuit donc de la Proposition précédente, que si d'un nombre Cubique on en ôte o considéré ici comme premier Cube ôté, le reste qui sera le nombre Cubique proposé étant divisé par 6, il restera après la division un nombre qui sera la racine du Cube proposé, si la racine de ce Cube est moindre que 6; mais si elle est plus grande il faudra ajouter 6 ou un multiple de 6 à ce reste.

Cette Proposition ne diffère point de la précédente; car o qui a aussi o pour sa racine, est pris pour le Cube ôté.

PROPOSITION VII.

On peut par la même méthode trouver la même chose pour tout autre nombre que pour le Cubique. Comme pour le Quarré-quarré on trouvera qu'il ne faut le diviser que par 2: Pour le quarré Cubique qu'il faut le diviser par 10: Pour le Quarré-quarré cubique qu'il faut le diviser par 14, & ainsi des autres nombres des puissances supérieures.

On aura toujours dans quelque puissance que ce soit le moindre diviseur du nombre ajouté à cette puissance pour faire la supérieure, laquelle ait sa racine plus grande d'une unité par la règle suivante:

R È G L E.

Toutes les puissances proposées dont l'exposant est pair, auront toutes pour leur diviseur le binaire ou le nombre 2, comme le Quarré, le Quarré-quarré, le Cube cube, &c. Mais celles dont l'exposant est pair de la progression double, comme 2, 4, 8, 16, 32, &c. & au-dessus de 4, auront pour diviseur le nombre 4.

Mais toutes les puissances dont l'exposant est nombre premier au dessus de 2, auront toujours pour leur diviseur le double de l'exposant de la puissance. Comme pour le Cube qui a 3 pour exposant de sa puissance, on aura 6 pour diviseur: pour le Quarré-cube qui a 5 pour son exposant,

posant , on aura 10 pour son diviseur : pour le Quarré-quarré-cube qui a 7 pour son exposant , on aura 14 pour son diviseur , & ainsi des autres.

Toutes les autres puissances dont l'exposant est impair n'auront que 2 pour diviseur , à moins qu'elles ne soient nombres quarrés ; car alors elles se réduisent au nombre de leur racine , comme la 25^e puissance a le même diviseur que la 5^e , la 9^e que la 3^e , &c.

LEMME I.

Toutes les puissances d'une même racine numerique multipliées par differens nombres , contiennent chacune autant de fois le nombre multipliant , qu'il y a d'unités dans la puissance.

Cela est évident.

LEMME II.

Le plus grand diviseur commun de différentes puissances d'une même racine multipliées par differens nombres , sera le plus grand diviseur commun des nombres multipliers.

Car puisque la commune mesure sera dans les multipliers par le Lemme précédent , la commune mesure se trouvera aussi dans les produits des puissances par les nombres multipliers , & elle les mesurera exactement.

LEMME III.

Si l'on joint ensemble deux puissances différentes de la même racine , lesquelles soient multipliées par un même nombre , le nombre sera aussi autant de fois dans la somme des puissances qu'il y aura d'unités dans cette somme.

Ce qui est évident.

DEMONSTRATION.

Soit proposé la puissance de 6 dimensions ou dont l'exposant est 6 , & que la racine soit appelée r , & la racine de la même puissance plus l'unité soit $r+1$, la difference de ses deux puissances sera

$$6r^5 + 15r^4 + 20r^3 + 15r^2 + 6r + 1.$$

Ayant retranché l'unité de cette difference , on trouvera les termes $6r^5$, $6r$, & $25r^4$, $15r^2$, qui sont affectés

des mêmes nombres 6 & 15, il restera encore $20r^3$: il faut donc par les Lemmes précédens chercher le plus grand diviseur commun des trois nombres 6, 15, 20, mais on trouve qu'il n'y a que l'unité. Donc si la racine est paire, l'unité est le commun diviseur qui sera un binaire.

Mais si la racine est impaire, la somme des deux impairs $6r^3$ & $6r$ sera un nombre pair, & de même la somme des deux autres $15r^3$ & $15r$; mais les r^3 étant un nombre impair, si on divise en 2 les $20r^3$, on aura $10r^3$ qui seront aussi un pair; mais les trois nombres 6, 15, 10 n'ont point non-plus de commune mesure que l'unité, & par conséquent cette unité est paire, & le nombre diviseur cherché ne peut être que le nombre 2 ou le binaire.

Si l'on propose une puissance de 7 dimensions, on aura pour la différence

$$7r^7 + 21r^5 + 35r^3 + 35r^1 + 21r^{-1} + 7r^{-3} + 1.$$

Et en ayant ôté l'unité, on trouvera que la commune mesure des nombres qui multiplient les puissances de la racine sera le nombre 7; & par les raisons rapportées cy-devant, soit que la racine soit paire ou impaire, le nombre sera toujours pair, & par conséquent il faudra doubler 7 qui fera 14 pour le diviseur cherché.

Voicy un exemple de la 17^e puissance, dans laquelle il ne faut avoir égard qu'aux nombres qui multiplient les differens degrés de r , & qui seront 17, 136, 680, 2380, 6188, 12376, 19448, 24310, & les autres qui sont les mêmes repetés en descendant jusqu'à l'unité, & tous ces nombres sont divisibles par 17, dont le double est 34, qui sera le diviseur de cette puissance, suivant ce qui a été expliqué cy-devant.

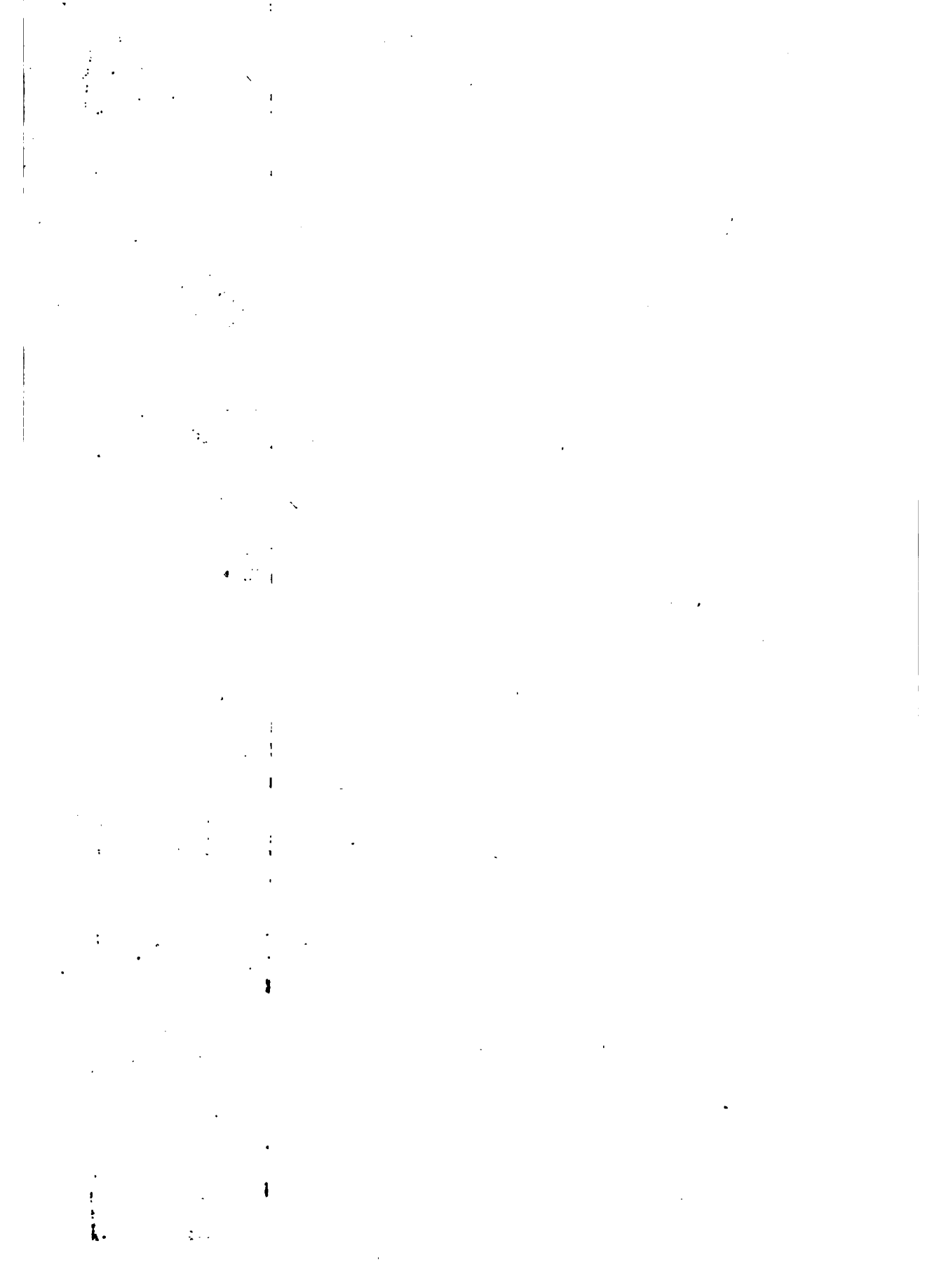
Il est toujours très-facile de trouver tous ces nombres multipliers dans l'ordre de toutes les puissances de suite; car ils seront chacun égaux à la somme du supérieur immédiatement, & de celui qui le precede.



TABLE. I.

inaisons de deux Carreaux mipartis de deux couleurs.

B	D		A		B	
	A	C	B	D	C	A
	B		C		D	
	B		C		D	
	B		C		D	
	B		C		D	



MEMOIRE SUR LES COMBINAISONS.

PAR LE R. P. SEBASTIEN TRUCHET.

DAns le dernier voyage que j'ay fait au Canal d'Orleans par ordre de son Altesse Royale, je trouvay dans un Château nommé la Motte S. Lyc à 4 lieues en deçà d'Orleans, plusieurs Carreaux de fayence quarrés & mipartis de deux couleurs par une ligne diagonale, qui étoient destinez à carreler une Chapelle & plusieurs autres appartemens. Pour pouvoir former des desseins & des figures agreables par l'arrangement de ces Carreaux, j'examinay d'abord en combien de manieres deux de ces Carreaux pourroient se joindre ensemble, en les disposant toujourns en échiquier.

Je trouvay qu'il y avoit 64 manieres differentes de ranger deux de ces Carreaux, qui font 64 combinaisons : ce qui paroît surprenant ; car deux lettres ou deux chiffres ne se combinent ordinairement que deux fois, parce qu'ils ne changent de situation que pour être mis l'un après l'autre dans une ligne, la base demeurant toujourns la même : mais dans l'arrangement de deux Carreaux, l'un des deux peut prendre quatre situations differentes, dans chacune desquelles l'autre Carreau peut changer 16 fois, ce qui donne les 64 combinaisons que nous avons figurées & cotées dans la premiere Table suivante, dont l'explication est à côté.

*Voyez la 1.
Table.*

Nous avons trouvé ensuite qu'il y avoit des figures semblables dans ces 64 combinaisons, & que l'on pouvoit les réduire à 32 figures differentes ; parce que chaque figure est repetée 2 fois dans la même situation ; & que les deux figures ne sont differentes l'une de l'autre que par la transposition du Carreau le plus ombré, comme on le peut voir dans la seconde Table, où elles sont toutes figurées

Zz ij

Voyez la 1.^e Planche. deux à deux , & cotées des mêmes chiffres qu'elles ont dans la premiere Table.

Nous avons encore trouvé que ces 32 figures différentes se peuvent réduire à 10 semblables, si l'on n'a pas d'égard à leur situation & au même point de vûë , & que les figures semblables ne different que par leur position différente sur leurs quatre côtez , comme on le peut voir dans la troisieme Table de la seconde Planche, où elles sont figurées & cotées de suite des mêmes chiffres qu'elles ont dans la premiere & seconde Table.

Après avoir examiné les combinaisons de deux Carreaux , on pourroit mettre ici les combinaisons que l'on pourroit faire avec 3 , 4 , 5 , &c. & plusieurs Carreaux ; mais comme ce détail sera long , & que nous ne sommes pas encore content de ce que nous avons fait là-dessus , nous remettrons cet article à un autre Memoire.

Nous avons consulté les Livres de l'Architecture civile , & ceux qui traitent des combinaisons , pour nous assurer si quelqu'un avoit déjà fait les mêmes remarques que nous : mais nous n'y avons rien trouvé qui en approchât.

Nous avons cherché ensuite à former des desseins & des compartimens avec ces figures jointes ensemble , & toujours en échiquier ; & nous en avons trouvé une trop grande quantité , pour les rapporter tous : nous en avons choisi seulement un cent que nous avons mis au net , afin que chacun puisse juger par ses yeux de la verité de ce que nous avons dit , & de la fécondité de ces combinaisons dont l'origine est pourtant si simple.

On n'a gravé dans ces Memoires que 30 de ces desseins , pour ne point trop grossir le volume. L'explication de chaque dessein est à côté , avec la maniere de les construire par la premiere Table , qui sert comme d'un Dictionnaire pour trouver les combinaisons dont on s'est servi pour les former. Ils sont tous construits par l'arrangement des deux Carreaux pris ensemble , & placés dans l'ordre que nous avons marqué à côté de chaque Planche.

EXPLICATION DE LA I. TABLE.

*Des 64 combinaisons de deux Carreaux mipartis
de deux couleurs.*

ON a figuré dans cette Planche les 64 combinaisons que l'on peut faire avec deux Carreaux mipartis en couleur par leur diagonale.

Cette Planche est divisée en 4 colonnes de haut en bas : chaque colonne est partagée en cinq quarrés. Dans le premier quarré de chaque colonne on a figuré en grand un seul Carreau , qui est différemment situé dans chacune , comme on le peut voir par les 4 lettres *ABCD* , qui marquent toujours les mêmes côtés de chaque Carreau ; sçavoir *AD* les deux côtés colorés , & *BC* les deux côtés blancs , en sorte que dans tous les quarrés de la première colonne le Carreau le plus ombré est toujours comme appuyé horizontalement sur le côté *A*.

Dans la seconde colonne il est sur le côté *B* , sur le côté *C* dans la troisième , & sur le côté *D* dans la quatrième colonne.

Dans les quatre quarrés qui achevent la première colonne , & qui ont la lettre *A* au centre , on a figuré les 16 combinaisons qui se peuvent faire avec 2 Carreaux , l'un desquels , qui est le plus ombré , demeure toujours horizontal sur le côté *A* : on l'a coloré d'une teinte plus forte pour le distinguer de celui qui change de situation.

On a suivi le même ordre dans les trois autres colonnes : les quarrés de chacune sont marqués d'une même lettre , comme de *B* dans la seconde , de *C* dans la troisième , & de *D* dans la quatrième colonne.

Dans chaque colonne on a séparé les combinaisons de quatre en quatre , pour éviter la confusion.

EXPLICATION DE LA II. TABLE.

De la réduction de 64 combinaisons à 32 figures.

Cette Table a été faite pour faire voir la réduction des 64 combinaisons de la premiere Table à 32 figures qui paroissent semblables & dans la même situation.

Elle est partagée d'abord en deux grandes colonnes de 16 lignes chacune.

Chaque colonne est subdivisée en 4 autres, dont la premiere marque le nombre des réductions : la seconde marque les mêmes chiffres que les figures semblables ont dans la premiere Table : la troisième & quatrième colonne marquent les deux mêmes figures, qui ne sont différentes que par la transposition du Carreau le plus ombré.

La seconde grande colonne n'est différente de la premiere, que parce que l'on a mis à la dernière colonne les nombres qui marquent les réductions.

EXPLICATION DE LA III. TABLE.

Cette troisième Table montre que l'on peut encore réduire les 32 figures de la seconde Table à 10 figures qui sont semblables; mais qui sont situées de 4 manieres différentes, comme on le peut voir dans chaque ligne, qui contient d'abord le chiffre de la réduction, ensuite les chiffres des combinaisons semblables, & enfin les figures de ces mêmes combinaisons situées & contournées comme elles le sont dans la premiere Table.

Construction des six Desseins de la premiere Planche.

AVIS GENERAL.

Pour construire tous les Desseins qu'on a figurés dans cette Planche & dans les suivantes, il faut avoir recours à la premiere Table des 64 combinaisons, dans laquelle toutes les combinaisons dont on s'est servi sont cottiées par des chiffres, & prendre celles qu'on a marquées pour former chaque rang des desseins,

TABLE II.

Mem. de l'Acad. 1704. p. 366. Pl. 13

ion des 64. combinaisons a 32. figures qui paroissent semblables.

la 1. ^{re} et la 3. ^{me}	1	3	17
la 2. ^e et la 4. ^{me}	2	4	18
la 5. ^e et la 31. ^{me}	5	31	19
la 6. ^e et la 32. ^{me}	6	32	20
la 7. ^e et la 29. ^{me}	7	29	21
la 8. ^e et la 30. ^{me}	8	30	22
la 9. ^e et la 43. ^{me}	9	43	23
la 10. ^e et la 44. ^{me}	10	44	24
la 11. ^e et la 41. ^{me}	11	41	25
la 12. ^e et la 42. ^{me}	12	42	26
la 13. ^e et la 55. ^{me}	13	55	27
la 14. ^e et la 56. ^{me}	14	56	28
la 15. ^e et la 53. ^{me}	15	53	29
la 16. ^e et la 54. ^{me}	16	54	30
la 17. ^e et la 19. ^{me}	17	19	31
la 18. ^e et la 20. ^{me}	18	20	32
la 21. ^e et la 47. ^{me}	21	47	17
la 22. ^e et la 48. ^{me}	22	48	18
la 23. ^e et la 45. ^{me}	23	45	19
la 24. ^e et la 46. ^{me}	24	46	20
la 25. ^e et la 59. ^{me}	25	59	21
la 26. ^e et la 60. ^{me}	26	60	22
la 27. ^e et la 57. ^{me}	27	57	23
la 28. ^e et la 58. ^{me}	28	58	24
la 33. ^e et la 35. ^{me}	33	35	25
la 34. ^e et la 36. ^{me}	34	36	26
la 37. ^e et la 63. ^{me}	37	63	27
la 38. ^e et la 64. ^{me}	38	64	28
la 39. ^e et la 61. ^{me}	39	61	29
la 40. ^e et la 62. ^{me}	40	62	30
la 49. ^e et la 51. ^{me}	49	51	31
la 50. ^e et la 52. ^{me}	50	52	32

TABLE III.

duction des 32. fig. a 10 seulement, mais differamment situées.

1. 3	18. 20	33. 35	50. 52	1	3	18	20	33	35	50	52
2. 4	17. 19	34. 36	49. 51	2	4	17	19	34	36	49	51
5. 31	16. 54	39. 61	24. 46	5	31	16	54	39	61	24	46
6. 32	13. 55	40. 62	21. 47	6	32	13	55	40	62	21	47
7. 29	14. 56	37. 63	22. 48	7	29	14	56	37	63	22	48
8. 30	15. 53	38. 64	23. 45	8	30	15	53	38	64	23	45
9. 43	28. 58			9	43	28	58				
10. 44	25. 59			10	44	25	59				
11. 41	26. 60			11	41	26	60				
12. 42	27. 57			12	42	27	57				

Premiere planche des desseins .

A

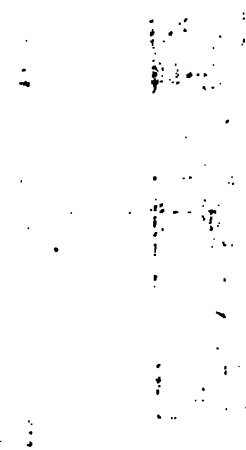
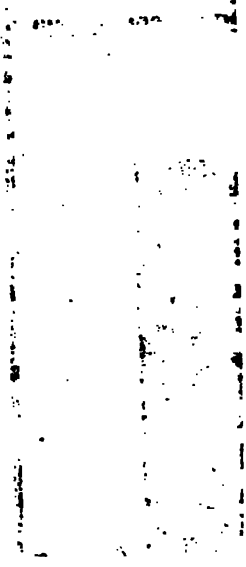
D

B

E

C

F



& les mettre de suite de gauche à droite comme on met les lettres dans chaque ligne d'écriture ordinaire.

LE premier Dessen marqué *A*

Est construit avec la seconde combinaison répétée de suite, & recommencée à chaque rang.

Le second Dessen marqué *B*

Est formé en faisant une première rangée entière avec la seconde combinaison, puis une seconde rangée avec la trente-quatrième. Ces deux rangées répétées font tout le Dessen.

Le troisième Dessen marqué *C*

Se fera en formant alternativement une 1^{re} rangée avec la 12^{me} combinaison, & une seconde avec la 10^{me}.

Le quatrième Dessen marqué *D*

Se forme alternativement d'une 1^{re} rangée de la 6^{me} combinaison répétée de suite, & d'une seconde rangée de la 40^{me} répétée de même.

Le cinquième Dessen marqué *E*

Se construit ainsi. On fait un 1^{er} rang avec les 2 combinaisons 24 & 14 mises alternativement; un second rang avec la 22 & la 16^{me} aussi alternées; un 3^{me} rang avec les 2 combinaisons du premier, mais en mettant la 14^{me} avant la 24^{me}; & enfin le 24^{me} rang, comme le second, en renversant l'ordre & en mettant la 16^{me} avant la 22^{me}.

Le sixième Dessen marqué *F*.

Se fait en mettant alternativement au 1^{er} rang la 24^{me} combinaison répétée de suite, & au second rang la 16^{me} répétée de même.

Construction des six Dessins de la seconde Planche.

LE premier Dessen marqué *G*

Se fait avec la 42^{me} combinaison répétée de suite dans le premier rang, & avec la 10^{me} répétée de même dans le second: Le 3^{me} rang se fait comme le second; le 4^{me} & le 5^{me} rang; comme le premier.

Le second Dessin marqué *H*

Est fait avec les trois combinaisons 28, 26 & 50 mises de suite dans le premier rang; puis avec les 26, 50 & 28 mises de même dans le second; & enfin avec les 50, 28 & 26 de suite dans le troisième rang.

Le troisième Dessin marqué *I*

Se construit avec les combinaisons 10 & 12 mises de suite dans le premier rang, & avec les 12 & 10 mises aussi de suite dans le second & troisième rang.

Le quatrième Dessin marqué *L*

Se forme avec la 14^{me} combinaison répétée de suite dans le premier rang, & avec les combinaisons 40^e & 8^e mises de suite dans le second; puis avec les 38^e & 6^e mises aussi de suite dans le troisième; & enfin avec la 22^e répétée de suite dans le quatrième rang.

Le cinquième Dessin marqué *M*

Est fait avec la combinaison 24^e répétée de suite dans le premier rang, & avec la 22^e répétée de même dans le second.

Le sixième Dessin marqué *N*

Se fait avec les combinaisons 6^e & 38^e mises ensemble & de suite dans le premier rang, avec la 40^e & la 8^e mises de même dans le second, avec la 38^e & la 6^e rangées de même dans le troisième, & enfin avec la 8^e & la 40^e dans le quatrième rang.

Construction des six Dessins de la troisième Planchette.

LE premier Dessin marqué *O*

Se fait avec les deux combinaisons 14^e & 24^e mises ensemble & répétées de suite dans le premier rang, & avec les mêmes dans un ordre renversé dans le second, c'est-à-dire en commençant par la 24^e.

Le second Dessin marqué *P*

Est fait avec la 24^e combinaison répétée de suite dans le premier rang, & avec la 14^e répétée de même dans le second.

Le troisième Dessin marqué *Q*

Se forme avec la 50^e & la 2^e mises ensemble & répétées de suite

Seconde Planche des desseins

G

L

H

I

N



Troisième Planche

Mém. de L'Acad. 1704 p. 369 Pl. 10

O

R

P

S

Q

T

fuite dans le premier rang, & avec la 18^e & la 34^e mises de même dans le second.

Le quatrième Dessin marqué R.

Se fait avec la 14^e combinaison répétée de suite en chaque rang.

Le cinquième Dessin marqué S

Est fait avec la 14^e & la 24^e mises ensemble répétées & de suite dans chaque rang.

Le sixième Dessin marqué T

Se fait avec la 18^e & la 12^e mises ensemble & répétées de suite : tous les rangs se font de la même manière.

Construction des six Dessins de la quatrième Plaque.

LE premier Dessin marqué V

Est composé avec les combinaisons 10, 14, 10 & 6^e mises & répétées de suite au 1^{er} rang, puis avec les 16, 12, 8 & 12^e répétées de même au second, ensuite avec les 14, 10, 6, 10^e rangées de même au 3^e; avec les 12, 8, 12 & 16^e dans le 4^e; avec les 10, 6, 10 & 14^e dans le 5^e; avec les 8, 12, 16 & 12^e dans le 6^e; avec les 6, 10, 14 & 10^e dans le 7^e; & enfin avec les 12, 16, 12 & 8^e pour le 8^e rang.

Le second Dessin marqué U

Se forme en faisant un premier rang avec les deux combinaisons 18 & 12^e mises de suite, un second avec la 14^e & la 22^e aussi de suite, un troisième avec la 12 & 18^e, & un quatrième enfin avec la 22^e & la 14^e.

Le troisième Dessin marqué X

Se fait avec les combinaisons 10, 14 & 12^e répétées de suite dans le 1^{er} rang, avec les 22, 34 & 2^e de suite dans le second, avec les 14, 12 & 10^e dans le 3^e; avec les 34, 2 & 22^e dans le 4^e; avec les 12, 10 & 14^e pour le 5^e; & enfin avec les 2, 22 & 34^e pour le 6^e rang.

Le quatrième Dessin marqué Y

Est fait avec les deux combinaisons 18 & 12^e mises & répétées de suite dans le 1^{er} rang; avec les 16 & 10^e de même dans le second; avec les 10 & 16^e dans le 3^e; & enfin avec

les 12 & 28^e mises & répétées de même dans le 4^e rang.

Le cinquième Dessin marqué Z

Se fait avec les deux combinaisons 24 & 16^e mises ensemble & répétées de suite dans le 1^r rang, puis avec les 26 & 10^e mises de même dans le second rang.

Le sixième Dessin marqué &

Se forme avec les deux combinaisons 28 & 10^e mises ensemble & répétées ainsi dans le 1^r rang ; avec les 26 & 12^e dans le second, avec les 12 & 26 dans le 3^e ; & enfin avec les 10 & 28^e rangées de même dans le 4^e rang.

Construction des deux Dessins de la cinquième Planche.

LE premier Dessin marqué 1

Est construit de cette maniere. On forme le premier rang avec la 12^e combinaison répétée deux fois de suite & avec la 28^e répétée de même, & ainsi en continuant alternativement pour le 1^r rang : le second se fait avec les 2 combinaisons 28 & 12^e répétées chacune deux fois de suite en continuant alternativement : le 3^e se fait avec la 26 & la 10^e répétées chacune deux fois de suite : le 4^e se fait comme le second rang : le 5^e est formé comme le 3^e : le sixième avec la 10 & 26^e répétées deux fois chacune, comme nous avons dit : le 7^e avec la 12 & la 28^e répétées chacune deux fois de suite : le 8^e se forme de la même maniere que le 6^e rang.

Le second Dessin marqué 2

Se forme en mettant au premier rang la 14^e combinaison, la 22^e & la 14^e de suite & répétées dans le même ordre : le second rang se fait avec les 3 combinaisons 12, 16 & 28^e mises de suite & répétées dans le même ordre : le 3^e rang se fait avec les 3 combinaisons 10, 24 & 26^e mises & répétées de même : le 4^e rang avec les 3 combinaisons 26, 16 & 10^e de suite & répétées comme aux autres rangs : le 5^e avec les 3 combinaisons 28, 24 & 12^e mises de même : le 6^e rang se fait en mettant de suite & repetant dans le même ordre la 22, la 14^e & la 22^e, & en continuant de la même maniere on acheve tout le Dessin.

Quatrieme Planche

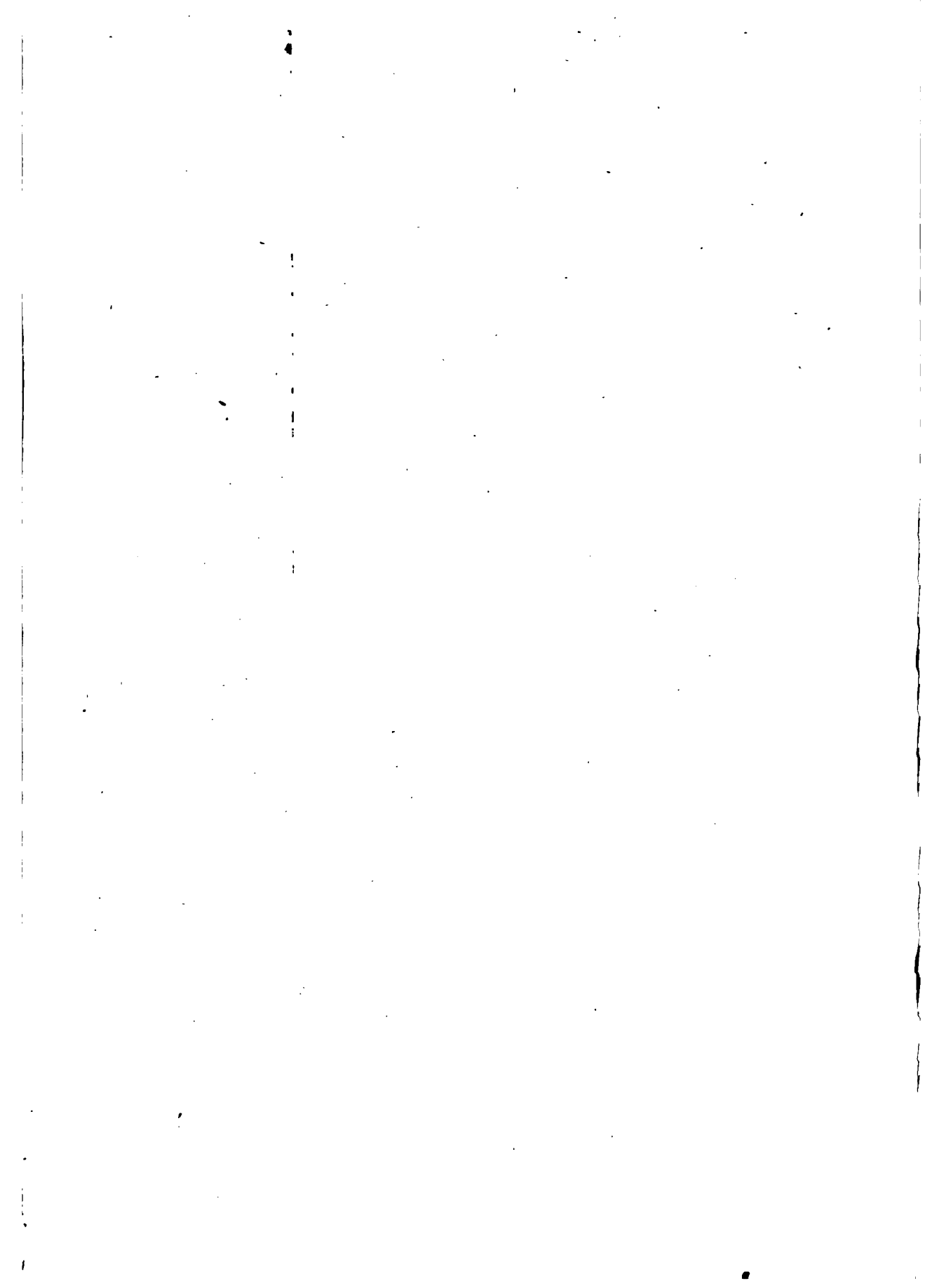
V

Y

U

X

&



Cinquième Planche

Mem. de l'Acad. 1704. p. 371. Pl. 13.

1

2

*Construction des deux Dessins de la sixième Planche.***L**E premier Dessin marqué 3.

Se forme en mettant dans le premier rang la 24^e combinaison deux fois de suite, puis la 12^e, la 14^e & la 28^e chacune une fois de suite : le second rang avec la 14^e mise deux fois, puis la 10^e, la 22^e & la 26^e chacune une fois : le 3^e rang est fait en mettant 2 fois la 24^e, puis la 12, la 16 & la 28^e une fois chacune : le 4^e rang en mettant la 8, la 40, la 28, la 24 & la 12^e chacune une fois : le 5^e se forme avec la 6, la 38, la 12, la 16 & la 28^e mises de suite chacune une fois : le 6^e se fait avec la 16^e mise 2 fois, la 28, la 24 & la 12^e chacune une fois : le 7^e rang avec la 22^e répétée 2 fois, puis la 26, la 14 & la 10^e chacune une fois : le 8^e se fait avec la 16^e mise deux fois, puis la 28, la 22 & la 12^e chacune une fois : le 9^e en mettant la 22^e deux fois, & la 14^e trois fois de suite : enfin le 10^e rang se forme avec la 14^e mise deux fois, & avec la 22^e mise trois fois de suite.

Le second Dessin marqué 4.

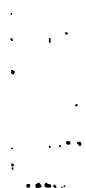
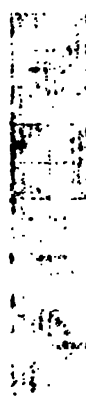
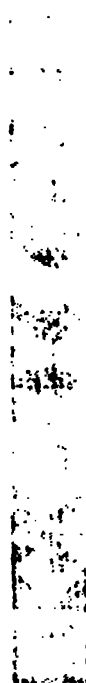
Se range ainsi. Mettés une fois la 28^e combinaison, puis deux fois la 12^e, une fois la 22^e, & enfin une fois la 28^e, & ainsi de suite pour le premier rang : le second se fait avec la 26^e une fois, la 10^e deux fois, la 22^e & la 26^e chacune une fois : le troisième rang, avec la 18, la 34, la 12, la 16 & la 28^e chacune une fois : le quatrième, avec la 28, la 12, la 10, la 22 & la 26^e chacune une fois : le cinquième, avec la 12, la 28, la 26, la 14 & la 10^e une fois chacune : le sixième, avec la 2, la 50, la 28, la 24 & la 12^e mises une fois chacune : le septième, avec la 10^e une fois, la 26^e deux fois, la 14 & la 10^e une fois chacune : le huitième, avec la 12^e une fois, la 28^e deux fois, la 14 & la 12^e une fois chacune : le neuvième, avec la 10, la 26, la 50, la 24 & la 2^e une fois chacune : enfin le dixième rang se fait avec les 26, 10, 34, 16 & 18^{mes} combinaisons mises chacune une fois.

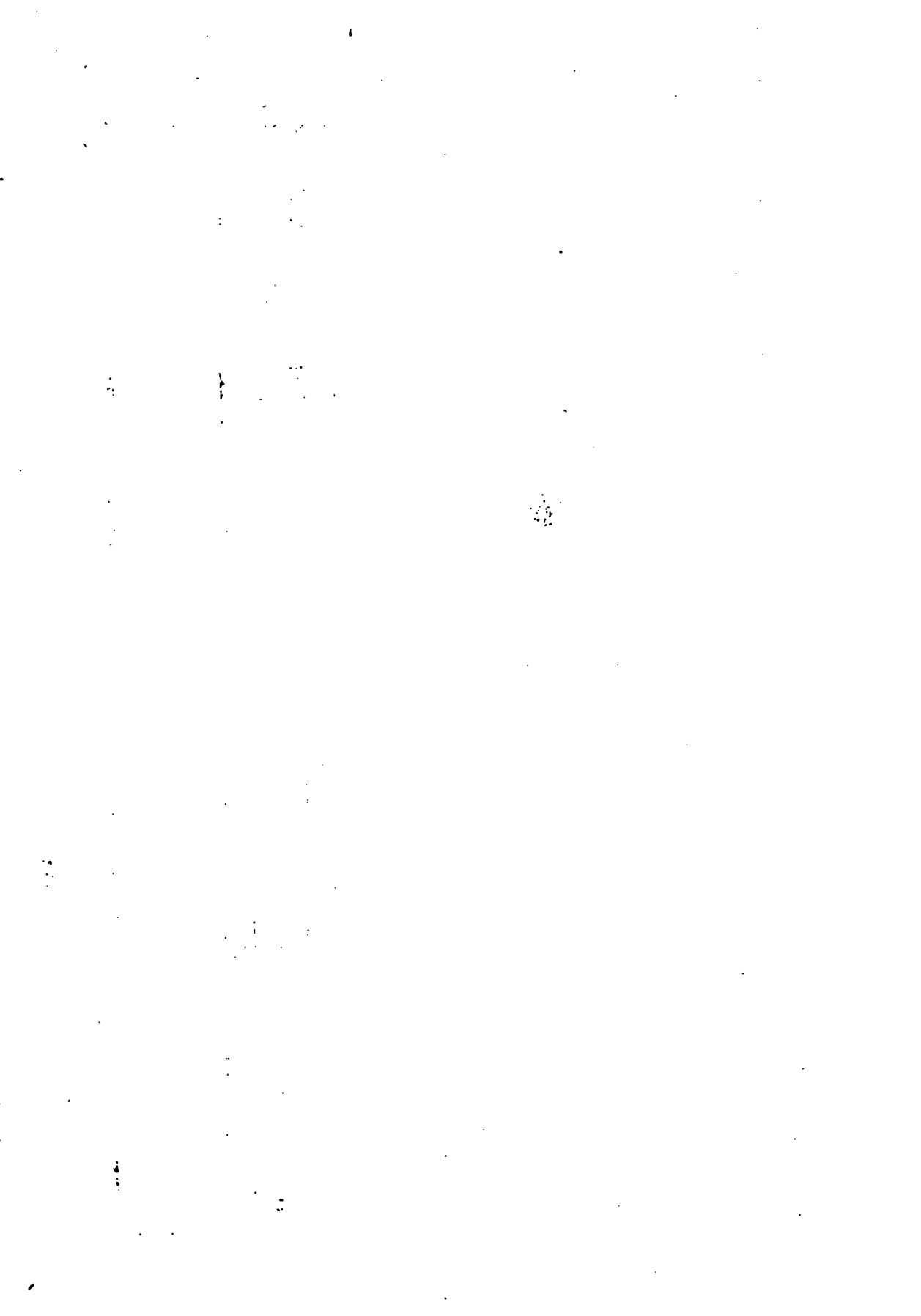
Construction des deux Dessesins de la septième Planche.

LE premier Dessin marqué 5.
Est formé avec la 26^e combinaison, la 22 & la 10^e mises de suite chacune une fois dans le premier rang; avec la 28, la 16 & la 12^e mises une fois chacune dans le second; avec la 12, la 14 & la 28^e mises de même dans le troisième; ensuite avec la 28, la 22 & la 12^e dans le quatrième; avec la 12, la 24 & la 28^e de suite dans le cinquième; & enfin avec la 10, la 14 & la 26^e aussi de suite & chacune une fois dans le sixième rang.

Le second Dessin marqué 6.
Se fait avec la 16 & la 8^e chacune une fois, puis la 22^e deux fois, ensuite la 40^e & la 16^e chacune une fois pour le premier rang: le second se forme avec la 34^e, la 6^e, la 50^e, la 2^e, la 38 & la 18^e chacune une fois: le troisième se fait avec la 12, la 8, la 26, la 10, la 40 & la 28^e mises de suite une fois chacune: le quatrième, par la 28, la 6, la 10, la 16, la 38 & la 12^e une fois chacune: le cinquième est fait par la 50, la 8, la 34, la 18, la 40 & la 2^e mises chacune une fois de suite: le sixième rang, avec la 24 & la 32^e chacune une fois, puis la 14^e deux fois de suite, la 28 & la 24^e chacune une fois: le septième, avec la 22 & la 40^e chacune une fois, puis deux fois de suite la 16^e, & une fois chacune la 8 & la 22^e: le huitième se fait par la 2, la 38, la 18, la 34, la 6 & la 50^e mises une fois chacune: le neuvième, avec la 10, la 40, la 28, la 12, la 8 & la 26^e mises de suite: le dixième, par la 26, la 38, la 12, la 28, la 6 & la 10^e mises aussi de suite: le onzième, avec la 18, la 40, la 2, la 50, la 8 & la 34^e chacune une fois de suite: enfin le douzième rang est fait par la 14 & la 38^e chacune une fois, la 24^e deux fois de suite, la 6 & la 14^e chacune une fois.

Fin des Memoires.





Sixieme Planche

THE
M
E
M
O
I
R

Septième Planche

6

